LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY
OF ILLINOIS

506
NAP
Ser. 3
v. 10

LIBRARY OF
Illinois State
~~LABORATORY OF NATURAL HISTORY,~~
URBANA, ILLINOIS.

I'm green
>30% Biobased
Verified by ASTM D6866
CoLibri
COVER SYSTEM
Made in Italy

Digitized by the Internet Archive
in 2023 with funding from
University of Illinois Urbana-Champaign Alternates

https://archive.org/details/rendicontodellac1019real

2

RENDICONTO

DELL'ACCADEMIA

DELLE

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

(SEZIONE DELLA SOCIETÀ REALE DI NAPOLI)

SERIE 3.ª — VOL. X

(ANNO XLIII)

NAPOLI
TIPOGRAFIA DELL'ACCADEMIA REALE DELLE SCIENZE FIS. E MAT.
diretta da E. De Rubertis fu Michele

1904

24

506
NAP
ser. 3
v. 10

Fascicolo I° ANNO XLIII. Gennaio 1904.

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell'adunanza del dì 19 Dicembre 1903.
Presiede il presidente **E. Fergola.**

Assistono i socii ordinarii Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, de Martini, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto, Villari e Bassani (segretario).

Questi legge il verbale dell'ultima adunanza, che viene approvato, e presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle dei professori Giuseppe Mercalli ed Ernesto Pascal. Presenta pure il *Rendiconto* di Agosto a Novembre.

Poi comunica l'invito al Comizio per l'incremento industriale di Napoli, indetto dalla Lega democratica e dal Comitato delle Associazioni cittadine, che avrà luogo Domenica, 20 corrente, nella sala Tarsia.

Il socio Cesàro, a nome dell'autore, prof. Federico Amodeo, fa omaggio all'Accademia di una Memoria intitolata: « *Nicolò Fergola* ».

Il socio Capelli presenta, per l'inserzione nel Rendiconto, una sua Nota *intorno all'algoritmo di Euclide*.

Il socio Oglialoro presenta le tre seguenti Note, eseguite nel Laboratorio di Chimica generale:

M. Bakunin, *Sulle condensazioni in presenza dei metalli e loro cloruri.*

M. Bakunin e M. Barberio, *Sintesi del Benzil-α-naftolo e suoi derivati.*

M. Bakunin e G. Altieri, *Sintesi del Benzil-β-naftolo e suoi derivati.*

Il presidente incarica i socii Oglialoro, Piutti e Scacchi di esaminarle e di riferirne.

Si procede alla nomina di un socio ordinario non residente nella Sezione di scienze naturali. In conformità alla proposta della Sezione stessa, risulta eletto a voti unanimi il socio corrispondente prof. Gaetano Giorgio Gemmellaro.

Accogliendo la proposta della detta Sezione, riguardante il concorso al premio per il 1904, l'Accademia delibera di ribandire il concorso, scaduto deserto l'anno passato, intorno al tema sull'*Urea*, mantenendo per esso il premio di lire cinquecento, e di proporre nel medesimo tempo un nuovo premio, pur di lire cinquecento, all'autore della migliore Memoria *sull' evoluzione dell' uovo ovarico nei Selacii.* Il termine utile per la presentazione dei lavori è fissato al 30 giugno 1905.

L'Accademia prega la Presidenza di ringraziare vivamente il socio Kerbaker, della Classe di Archeologia, Lettere e Belle Arti, il quale, accogliendo la preghiera fattagli, si piacque dettare l'indirizzo presentato al socio Delpino, nel suo 70° compleanno, dall'Università e dalla Società Reale di Napoli.

Processo verbale dell' adunanza generale
tenuta dalla Società Reale il dì 3 Gennaio 1904
Presiede il presidente generale **B. Zumbini.**

Dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche sono presenti i socii ordinarii Bassani, Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, de Martini, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto e Villari.

Il segretario Bassani legge il rapporto sui lavori compiuti dall'Accademia nell'anno 1903 e commemora brevemente i socii defunti Cremona e Jatta.

Processo verbale dell'adunanza del dì 9 Gennaio 1904.
Presiede il presidente **G. Paladino.**

Sono presenti i socii ordinarii Bassani, Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo (segretario), Delpino, de Martini, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto, Villari ed il corrispondente Scacchi.

Il segretario legge il processo verbale dell'adunanza del 19 Dicembre 1903, che viene approvato, e presenta i libri giunti in dono e in cambio.

Legge poi una lettera del presidente del Comitato esecutivo del V

Congresso geografico italiano, che si terrà in Napoli nella ventura primavera.

Infine legge due altre lettere, una del presidente della Società di Naturalisti, che partecipa la morte del socio G. Jatta, e l'altra della vedova, la quale ringrazia l'Accademia per l'omaggio reso al defunto suo consorte.

Il socio Oglialoro, anche a nome dei socii Scacchi e Piutti, legge i rapporti sulle tre Note presentate nell'adunanza del 19 Dicembre ultimo scorso, il primo sulla Nota della dott. M. Bakunin, gli altri due sulle Note della stessa in collaborazione l'una col dott. M. Barberio, l'altra col sig. G. Altieri. Con tre votazioni separate l'Accademia ne approva all'unanimità la inserzione nel Rendiconto.

RAPPORTO

SUI LAVORI COMPIUTI DALLA R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

NELL'ANNO 1903

LETTO NELL'ADUNANZA GENERALE DEL 3 GENNAIO 1904

dal socio segretario

Francesco Bassani

Nel dar notizia dei lavori compiuti dall'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche nel 1903, farò, come negli anni precedenti, un'esposizione assai compendiata e citerò prima quelli presentati dai colleghi della Sezione matematica [1]).

Il socio FERGOLA, oltre il consueto bullettino mensile delle osservazioni meteoriche fatte nel R. Osservatorio di Capodimonte dai signori Tedeschi, Nobile e Guerrieri, ha comunicato una Nota del dottor Francesco Contarino e un'altra del compianto dottor Vittorio Alberti, al quale l'Accademia, che rammenta il frequente contributo scientifico ricevuto da lui, rivolge oggi un mesto pensiero, deplorandone la fine immatura.

Nella Nota del dott. Alberti, contenente il riassunto delle osservazioni meteoriche per il 1902, sono confrontati i risultati avuti in detto anno con quelli che l'autore denomina normali e furono da lui stesso ricavati, da 35 anni di osservazioni, nella sua Memoria sul clima di Napoli, pubblicata nel 1901. In generale, i medii annuali e mensili differiscono poco dai normali, salvo che per la pioggia e l'evaporazione, che furono più abbondanti. La temperatura media invernale fu anche più alta della normale di circa 1°5, sicchè si rileva che l'inverno del 1902 è stato uno dei più caldi dell'intero periodo.

Nella Nota del dott. Contarino l'autore espone minutamente il programma da lui seguito per le osservazioni del pianeta Eros, fatte al Circolo meridiano di Repsold nell'opposizione del 1900-1901, dalle quali ricava le posizioni apparenti del pianeta stesso col sistema delle costanti

---

[1]) Le Memorie sono inserite negli *Atti* (serie 2ª, vol. XII); tutto il resto nel *Rendiconto* (serie 3ª, vol. IX).

e delle stelle fondamentali della Conferenza internazionale di Parigi del 1896.

Il socio CAPELLI ha pubblicato due Note. In una di esse dà una nuova dimostrazione di una formola relativa alle operazioni di polare, da lui già stabilita in un lavoro del Marzo 1889. La nuova dimostrazione è più elementare, in quanto non fa uso dei teoremi speciali sulle operazioni di polare invocati nella prima, ma soltanto dei processi derivativi del calcolo ordinario; essa ha uno stretto rapporto con l'espressione della somma di un numero qualunque di coefficienti binomiali consecutivi.

Nell'altra Nota egli espone alcuni suoi studii relativi all'algoritmo di Euclide, che si può riguardare come la base fondamentale della teoria dei numeri. Fra i teoremi da lui dimostrati, ha speciale importanza quello che stabilisce un criterio, d'indole congruenziale, mediante il quale, dati due numeri, viene caratterizzata *a priori* la parità o disparità del numero delle successive divisioni che si presentano nella ricerca del loro massimo comun divisore.

Il socio CESÀRO ha presentato due Note e una Memoria. Nella Nota *sull' analisi intrinseca delle eliche policoniche* egli studia e discute le varie forme delle curve che sono eliche ad un tempo sopra più coni, ed osserva che tali curve appartengono a ciclidi rotonde. Le formule ottenute sono poi applicate, nella Nota *per l'analisi intrinseca delle superficie rotonde*, allo studio di qualsivoglia linea giacente sopra una ciclide rotonda, con un procedimento che si lascia piegare, con lievi modifiche, allo studio delle linee giacenti su qualunque superficie, vincolata in modo notevole a qualche retta dello spazio. Da questi due lavori l' autore è poi condotto, nella Memoria *sulla rappresentazione intrinseca delle superficie*, a considerare ogni superficie come individuata dalla totalità delle sue linee. Egli dimostra che qualunque superficie si può rappresentare con una sola equazione, esprimente la legge che vincola la flessione di tutte le sue curve ad una funzione arbitraria dell'arco. Da tale equazione scaturisce la conoscenza della torsione e di ogni altra curvatura di qualunque linea della superficie, rispetto alla superficie stessa; ed è perciò facile trarne profitto per discutere intrinsecamente la superficie e tutte le linee che la costituiscono, anche nei loro rapporti con altri enti dello spazio.

Altri lavori di Matematica ci sono venuti dai professori Ernesto Pascal, Domenico de Francesco, Michele Cipolla e Giulio Darbi.

La Nota del prof. Pascal, presentata dal socio SIACCI, contiene la integrazione di una equazione di Riccati, che comprende come casi particolari quelle di Malmstén, Brioschi e Siacci.

La Memoria del prof. de Francesco, pur presentata dal socio SIACCI

è divisa in due parti. Nella prima, prendendo le mosse da un teorema del prof. Morera, l'autore considera una superficie generata da un filo in moto e, supponendola flessibile e inestensibile, esamina le relazioni tra le forze che producono il moto del filo e quelle che tengono in equilibrio la superficie. Nella seconda studia in particolare quei moti in cui il filo generatore della superficie è in ogni istante una geodetica della superficie stessa o in cui il filo, scorrendo su sè medesimo, mantieue una figura costante, e generalizza in questo caso un teorema dimostrato da Appel per il piano.

La nota del dott. Cipolla, presentata dal socio Torelli, s'intitola: *Un metodo per la risoluzione della congruenza di secondo grado*: in essa l'autore richiama l'attenzione degli studiosi sopra importanti formole del prof. Tonelli e per una via del tutto diversa giunge a nuove formole di risoluzione della congruenza binomia di secondo grado, valevoli per qualsiasi forma di un modulo primo.

La Nota del dott. Darbi ha per oggetto le equazioni irreduttibili normali, cioè quelle equazioni irreduttibili le cui radici si esprimono razionalmente, in un certo campo di razionalità K, in funzione di una di esse. L'autore si propone di ricercare quali siano le altre condizioni da aggiungersi a quella della normalità, affinchè ogni funzione razionale delle radici si possa esprimere come una combinazione lineare omogenea di tutte le radici con coefficienti appartenenti a K, e trova come unica condizione necessaria e sufficiente che le radici dell'equazione sieno linearmente ed omogeneamente indipendenti nel campo K. Chiudono il suo studio alcune applicazioni notevoli alle equazioni cicliche di grado primo.

Passando ora ai lavori riguardanti le scienze naturali, comincerò da quelli del socio Albini, che ha pubblicato due Note. In una di esse egli espone alcune considerazioni intorno ad una recente pubblicazione su *la fisiogenia del letargo*, fatta dal dott. Gustavo Brunetti, il quale, partendo dalla premessa che il letargo abbia legami fisiogenetici col sonno periodico, suppone che il sonno ibernante sia un' acquisizione graduale determinatasi in certi mammiferi per l' abitudine di frequentare i nascondigli e di passarvi l'inverno dopo avere raccolto provviste. L'Albini, con la scorta di varii fatti bene assodati dall'esperienza, esclude che tale abitudine possa essere invocata come causa predisponente al letargo, il quale, secondo lui, non è altro che una delle tante e svariatissime forme dei fenomeni periodici proprii della vita degli organismi e che stanno più o meno e in differente rapporto coi fenomeni periodici naturali.

L'altra Nota del socio Albini s'intitola: *Tentativi di cremazione per via umida*. Allo scopo di rendere innocue le sostanze animali provenienti dalle cliniche ed istituti scientifici, come rifiuti di medicature, carogne ecc., l'autore propone d'immergerle nel doppio del loro peso di acido ni-

trico o di acqua regia. Egli riferisce che, dopo tre o quattro giorni d'immersione, il corpo di un animale è completamente disfatto; e, se si è fatto uso di acido nitrico, rimane un liquido limpido acidissimo sormontato dal grasso inattaccato; se, invece, di acqua regia, oltre al liquido e al grasso, si ha un sedimento polveroso o granuloso. Inoltre, egli ha studiato, col dottor d'Errico, i prodotti del disfacimento dei diversi tessuti animali immersi nell'acido nitrico e ha trovato che tutti contengono del grasso inattaccato; che le ossa così trattate forniscono un residuo secco; che i residui secchi dei varii tessuti disfatti nell'acido nitrico hanno proprietà differenti tra loro, ma costanti per ogni singolo tessuto, e che tutti questi residui secchi col calore si fondono, mostrando però fenomeni diversi e speciali, a seconda del tessuto dal quale derivano.

Lo stesso socio Albini ha comunicato ancora due Note eseguite nell'Istituto di Fisiologia: una del dott. Adolfo Montuori e l'altra del dottor Gennaro d'Errico.

La Nota del dott. Montuori riferisce intorno ad alcune esperienze da lui eseguite su cani, le quali tendono a provare che l'aumento di acido urico che si verifica introducendo nell'organismo alcuni acidi organici (malonico, tartronico e citrico) non è dovuto, come crede il Wiener, alla sintesi di questi acidi con l'urea, ma bensì alla loro trasformazione in acido ossalico, il quale poi (com'egli aveva precedentemente dimostrato), per sintesi con altri corpi azotati, produce l'acido urico.

Il lavoro del dott. d'Errico ricerca sperimentalmente gli effetti delle iniezioni sottocutanee e parenchimali di quantità variabili di giallo d'uovo, le conchiude che le iniezioni di dosi elevate di giallo d'uovo producono gravi alterazioni renali, mentre le iniezioni di piccole dosi sono perfettamente tollerate; che queste ultime prolungano il periodo di resistenza all'inanizione e dànno aumento di peso degli animali sottoposti a pasto di equilibrio; che negli animali sottomessi all'inanizione e al trattamento di piccole dosi le variazioni dell'azoto totale eliminato non sono notevoli, e che la resistenza all'inanizione è da attribuirsi non ad una vera alimentazione, ma a ritardo nel consumo organico.

Il socio Paladino, con una sua Nota *sulla rigenerazione del parenchima ovarico e sul tipo di struttura dell'ovaja di Delfina*, accompagnata da due tavole litografate, richiama l'attenzione degli studiosi sull'importanza dell'ovaia di delfina (*Delphinus delphis*) per vie meglio dilucidare alcune questioni che si agitano tuttora intorno alla costituzione istologica del detto organo e sul processo intimo dell'ovogenesi e rigenerazione del parenchima ovarico nello stato adulto. E, in accordo con quanto ha sostenuto con precedenti lavori, egli conchiude che l'ovaia della delfina anche nel periodo adulto presenta chiara la disposizione a rete del parenchima glandolare, che corre tra l'epitelio superficiale e i follicoli primordiali; che la genesi delle uova e degli

elementi della granulosa è unica, cioè dall'epitelio germinativo; che la nuova formazione delle uova e in generale del parenchima ovarico non si arresta dopo la nascita, ma si continua nell'adulto per tutto il periodo della fecondità, e che i canali midollari, residui dell'organo segmentale, hanno limitato sviluppo, analogamente a quanto si osserva nelle ovaie di donna e di altre femiue unipare di mammiferi.

Il socio DELLA VALLE ha comunicato una Memoria, accompagnata da una tavola, che contiene il risultato di alcune ricerche fatte nell'Istituto di Anatomia comparata dal dottor Attilio Cerruti sull'organo di Bidder nei Bufonidi. In essa l'autore studia un nuovo speciale processo di degenerazione degli ovuli nel *Bufo vulgaris*. La degenerazione è preceduta dalla penetrazione di un ovulo nell'ovulo adiacente, e può avvenire tanto fra due elementi, quanto fra molti e successivamente. Risultato finale di questa penetrazione è la distruzione degli elementi interessati, per causa delle profonde alterazioni che in essi si manifestano.

Il socio DELPINO ha esposto in una Nota le osservazioni ch'è andato facendo da lunghissimo tempo sopra un fenomeno che si avvera in alcune piante, nelle quali, a differenza di ciò che avviene generalmente, i frutti, dopo la perfetta maturazione dei semi, invece di aprirsi e di lasciare uscire detti semi, rimangono ermeticamente chiusi e attaccati alla pianta per decine e ventine di anni, senza provvedere in alcun modo alla disseminazione. Di tale fenomeno, che l'autore distingue col nome di *macrobiocarpia* e che ha riscontrato sopratutto in piante native dell'Australia e anche in qualche specie di cipresso appartenente all'emisfero artico, egli dà prima alcune generalità; poi ne illustra i singoli casi, descrivendo il modo nel quale esso si svolge nelle varie specie che lo presentano, e da ultimo spiega le cause probabili dell'interessante fenomeno, che a primo aspetto sembra irrazionale ed assurdo.

Il socio OGLIALORO ha comunicato due lavori, fatti nell'Istituto di Chimica generale, uno dalla dott. Marussia Bakunin e l'altro dal dottor Raffaele Paladino.

La pubblicazione della dott. Bakunin è una nota preliminare sulle condensazioni in presenza dei metalli e loro cloruri, nella quale è detto dei notevoli vantaggi che si ottengono attuando alcune sintesi, non per azione diretta dei metalli o cloruri metallici sulle sostanze reagenti, ma sulle stesse disciolte precedentemente in solvente.

La Nota del dott. Paladino riporta le preparazioni dell'acido metacresolfurfuracrilico da metacresolglicolato sodico e furfurol, della sua anidride, del suo etere fenico e del suo sale di anilina.

Il socio corrispondente PIUTTI ha fatto una comunicazione *sopra modificazioni diversamente colorate di alcuni composti chimici*, mostrando all'Accademia le due modificazioni variamente colorate di so-

stanze già note e riferendo su altre già descritte nella letteratura, che, pur avendo diversità di struttura, si comportano come le immidi da lui descritte l'anno scorso, insieme al dott. Abati, nel fascicolo 12 del Rendiconto, e per le quali diventa così molto probabile l'ipotesi avanzata che si tratti di una *monotropia*, caratterizzata dalla diversità del colore. alla cui spiegazione egli ora intende con la ricerca di altri esempii fra loro connessi da noti rapporti strutturali.

Ha poi comunicato alcuni lavori eseguiti nell'Istituto di Chimica farmaceutica e tossicologica: uno dai dottori Ezio Comanducci e Francesco Marcello, due dalla dott. Jone Foà e uno dal dottore Salvatore Gulli.

La Nota dei dottori Comanducci e Marcello *sopra i derivati bromurati dell'acido paraossibenzoico* descrive due acidi bromurati ottenuti dagli autori col metodo della bromurazione diretta, mentre finora erano stati preparati per via indiretta.

La prima Nota della dott. Foà tratta intorno all'*azione dell'ammoniaca sull'anidride itaconica*. Da tale studio risulta che il doppio legame nell'anidride itaconica è assai stabile all'ammidazione e che quest'anidride, benchè appartenente alla serie grassa, mostra una notevole analogia con le anidridi aromatiche.

L'altra Nota della stessa signorina Foà, dal titolo: *Cromofori, cromogeni e materie coloranti*, è un esame critico dei più importanti studii fino ad ora compiuti su quanto riguarda le materie coloranti. Connettendo la Chimica teoretica con la Chimica industriale, ella espone alcune sue vedute originali intorno al cromoforo del gruppo dell'indolo e al possibile legame tra la causa della colorazione nei composti organici e nei composti inorganici e metallorganici, per un gruppo dei quali propone un cromoforo $>C=N-OH$ analogo al cromoforo $>C=C-OH$; infine, mostrando i rapporti da lei notati fra la teoria della tintura delle fibre tessili e il fenomeno delle *soluzioni solide*, ne consiglia lo studio accurato, ch'ella vede fonte di sicuri risultati

La Nota del dott. Gulli, intorno all'*azione della metilammina sull'anidride citraconica*, è un contributo alla reazione di ammidazione degli acidi bibasici non saturi. L'autore ottiene l'ammide e il sale acido, ma non l'ammidoacido cercato, il quale, probabilmente, si forma nella reazione in tubo chiuso, ma non potè essere separato.

Il socio Bassani ha presentato una sua Memoria, corredata di tre tavole, sulla ittiofauna delle argille di Taranto e di Nardò, la quale comprende lo studio di circa settecento esemplari, che in grandissima parte gli vennero comunicati dalla Direzione del Museo Civico di Storia Naturale di Trieste, a cui appartengono. Essi rappresentano specie tuttora viventi nel Mediterraneo e forniscono per tal modo una novella prova che quelle argille, meglio che al pliocene, sono da riferirsi al quaternario.

Questa stessa conclusione è stata ottenuta dal dottor Aurelio de Gasparis, il quale ha esaminato le alghe rinvenute nelle dette argille tarantine ed ha esposto le sue osservazioni in una Memoria, accompagnata da una tavola; anch'egli infatti — salvo una, che è nuova — vi ha riconosciuto altrettante specie viventi nei mari attuali.

Atre due Memorie, comunicate dallo stesso socio Bassani e, come la precedente, eseguite nel Museo geologico della nostra Università, sono della dott. Maria Pasquale. Nella prima, giovandosi del copioso materiale conservato nel detto Museo e di quello ricevuto in comunicazione, ella espone il risultato delle sue particolareggiate ricerche intorno ai selaciani fossili dell'Italia meridionale, facendo la revisione ragionata e critica di tutti gli avanzi già descritti, determinandone molti altri non ancora studiati e dando le figure dei più interessanti.

Nella seconda, pur fornita di una tavola, illustra un esemplare della famiglia *Palaeorhynchidae*, scoperto nell'arenaria eocenica della Toscana, aggiungendo molte osservazioni intorno ai rappresentanti di questa famiglia e dimostrando la convenienza di fondere insieme i due generi *Hemirhynchus* e *Palaeorhynchus* e di ridurre a due sole (*Deshayesi* e *glarisianus*) le specie finora descritte dai varii autori.

Compiuta così la rapida rassegna dei lavori dell'anno scorso, mi piace anche annunziare che l'Accademia ha disposto che sia dato alle stampe l'Indice generale (redatto per cura della Presidenza, con la collaborazione del compianto Antonio Gambuzzi e del signor Tommaso Garavini) delle pubblicazioni inserite negli *Atti* e nel *Rendiconto* non solo dell'attuale Accademia delle Scienze fisiche e matematiche, ma anche dell'antica Accademia di Scienze e Belle Lettere e dell'Accademia di Scienze (Società Reale Borbonica), dalle quali è stata preceduta.

Al concorso al premio Sementini, scaduto il 31 Dicembre e sul quale, per volontà del testatore, dovranno giudicare la Sezione di Scienze fisiche dell'Accademia e la Facoltà universitaria di Scienze naturali, si sono presentati quattro candidati.

Quanto al concorso al premio annuale per le Scienze naturali sul tema riguardante l'*urea*, esso non ha avuto alcun aspirante. L'Accademia ha deliberato di riproporre lo stesso tema, col premio, già fissato l'altra volta, di cinquecento lire. Nel medesimo tempo ha stabilito un altro premio di lire cinquecento all'autore della migliore memoria *sull'evoluzione dell'uovo ovarico nei Selacii.*

L'Accademia ha nominato socii ordinarii non residenti i professori Gaetano Giorgio Gemmellaro e Gabriele Torelli, dell'Università di Palermo, che già da molti anni annoverava fra i suoi corrispondenti.

Ha poi eletto — nella Sezione di Scienze matematiche, alla quale spettavano le nomine per ragione di turno — il socio Pinto vice-presidente per il 1904 e il socio del Pezzo segretario per il triennio 1904-1906.

L'Accademia prese parte alle onoranze romane in memoria di Angelo Secchi, nel 25° anniversario della sua morte, e all'inaugurazione dei monumenti eretti in Pavia e in Torino a Giovanni Cantoni, ad Alfonso Cossa, che, al pari di Secchi, furono suoi socii, e a Galileo Ferraris. Partecipò anche alla cerimonia pisana per festeggiare il 25° anniversario dell'insegnamento del professore Guglielmo Romiti, e assistette con tutti i suoi componenti all'altra che il 17 Dicembre, per iniziativa di un Comitato di Botanici, al quale si unirono l'Università e la Società Reale di Napoli, è stata celebrata al professore Federico Delpino, nel suo LXX compleanno. Io mi compiaccio intensamente nel ricordare oggi quella festa, che si svolse in questa stessa aula e alla quale noi tutti, con la persona o con lo spirito, intervenimmo. Ciascuno di noi rammenta l'omaggio unanime di affetto e di riverenza reso dall'Italia e dall'Estero al nostro illustre collega, il quale ha dedicato tanta parte di vita alla scienza, dando un grandissimo impulso alla biologia vegetale. Alla cerimonia, i numerosi oratori, associandosi al saluto ed al plauso rivolto all'eminente naturalista dal rappresentante dei botanici italiani e stranieri, ne rilevarono le alte benemerenze scientifiche e la gloriosa carriera e gli espressero sentimenti di ammirazione e di gratitudine, in nome dell'Università, dell'Accademia di Scienze fisiche e matematiche, della Facoltà di Scienze naturali, della Città, della Società di Naturalisti e dell'Orto botanico di Napoli [1]). A tutti, con parola semplice e vibrante di sentimento, rispose il

[1]) Per i botanici parlò il prof. Borzì, antico allievo del festeggiato, presentandogli, raccolte in un artistico cofanetto, le fotografie di un grandissimo numero di colleghi; per l'Università, il rettore prof. Masci; per l'Accademia di Scienze fisiche e matematiche, il presidente prof. Fergola; per la Facoltà di Scienze naturali, il prof. Paladino; per Napoli, l'assessore delegato prof. Comes; per la Società di Naturalisti, il presidente prof. Geremicca, e per l'Orto botanico, il coadiutore prof. de Gasparis.

Il presidente dell'Accademia disse:

« Permettetemi, o signori, che io prenda per pochi istanti la parola in nome dell'Accademia di scienze fisiche e matematiche, che si gloria di annoverare fra i suoi socii Federico Delpino; a cui vengono oggi tributate speciali onoranze da una numerosa schiera di suoi ammiratori per le opere da lui compiute in vantaggio della scienza. L'omaggio che da una così eletta adunanza vien reso al nostro socio per celebrarne la gloriosa carriera fatta di studii solitarii e per vie appena forse esplorate prima di lui, è motivo di vivissimo e sincero compiacimento per l'Accademia tutta; ed io, primieramente, in nome di essa ne rendo le maggiori azioni di grazie ai promotori di questa manifestazione di reverenza ed affetto per un ingegno elevatissimo accoppiato ad un nobile carattere e ad impareggiabile modestia.

Delle opere che valsero al Delpino la rinomanza di sommo botanico non è a me dato farvi cenno; dovendo lasciare ai competenti il dire quali furono

professore Delpino, tracciando a larghi tratti le varie fasi della sua vita ed esprimendo la sua riconoscenza infinita. Al festeggiato vennero offerti, tra l'altro, alcuni indirizzi su pergamena, uno dei quali in nome dell'Università e della Società Reale di Napoli, che oggi gli rinnovano l'augurio di vita lunga e serena [1]).

---

le principali e più geniali sue scoperte, quali le primordiali idee che lo guidarono ad aprire nuove vie nel campo infinito della scienza, quali ostacoli ebbe egli ad incontrare nel suo cammino, e quanta energia e perseveranza dovettero abbisognargli per trionfare con l' in lefesso lavoro contro i pregiudizii scientifici che sono forse i più difficili a sradicare. I botanici illustri qui convenuti di persona o in ispirito, attestano con la loro presenza o l' adesione, che nel nome celebre del Delpino si compendia un esempio singolarissimo di quanto può una tenace volontà unita ad alto intelletto e al intenso amore per la scienza. A me rimane solo rivolgere, in nome dell'Accademia, allo scienziato insigne e al Collega carissimo un fervido augurio di ulteriori successi ».

[1]) L' indirizzo, dettato dal socio Kerbaker, è concepito così:

A FEDERICO DELPINO

NEL SUO LXX COMPLEANNO

L'Università e la Società Reale di Napoli partecipano con esultanza unanime a questa festa, che un Comitato internazionale di Naturalisti ha promosso in vostro onore; l' una e l' altra a Voi riconoscente del lustro che in essa si riverbera dalla vostra gloria scientifica. La quale si riassume in quella Biologia delle piante, da Voi fondata, e che alla Botanica schiude ormai nuove vie e segna più larghi orizzonti. Epperò tra i principi della scienza siete meritamente annoverato, essendo Voi giunto a tale felice divinazione, così coll' acume filosofico, che sotto la molteplicità dei fenomeni osservati sa scoprire le leggi fondamentali, onde ogni disciplina particolare si viene a ricongiungere colla scienza del cosmo, come coll' intuito poetico, necessario a cogliere le manifestazioni così varie, speciose e fuggevoli del regno di Flora, dove Natura parla un linguaggio quanto grazioso e spirante simpatia, tanto pieno di sensi arcani e profondi, il quale deve essere bene inteso da chiunque voglia, studiosamente indagando, rintracciare l' anima celata nell' intimo dell' organismo vegetale. Niuno poi meglio di Voi ha dimostrato come la meditazione dello Scienziato più che molto conferisca all' arte del Maestro; attesochè appunto dalla nuova e più alta comprensione dei fatti avete derivata quella esposizione dottrinale ampia, sagace e luminosa, che massimamente attrae e convince i discenti. Pertanto, questa testimonianza particolare del nostro affetto fraterno abbiamo voluto lasciarvi, caro el illustre Collega, associandolo al ricordo delle solenni dimostranze onde il mondo scientifico Vi onora.

Napoli, XVII Dicembre MCMIII.

Il Presidente della Società Reale — P. Vetri

Il Rettore della R. Università — F. Masci

Se non che, il lieto ricordo di quella festa è turbato dal pensiero a coloro che ci hanno abbandonati. Nel '903 la morte ha tolto all'Accademia due socii. Il 10 Giugno si spegneva Luigi Cremona, uno fra i più antichi socii ordinarii non residenti, considerato il più originale e il più potente geometra, in senso stretto, che abbia avuto l'Italia nel secolo decimonono: di lui disse degnamente, nell'adunanza del 13 Giugno, il presidente Fergola, mettendone in rilievo il carattere nobilissimo, l'ingegno straordinario e i grandi servigi resi alla patria e alla scienza.

E, sono appena otto giorni, un'altra cara esistenza ci è stata miseramente rapita. Giuseppe Jatta, socio corrispondente, moriva nel pomeriggio di Domenica, a quarantatrè anni, qui a Napoli, a pochi passi dalla Stazione zoologica, dov'era intensamente amato e apprezzato e dove aveva trascorso tanta parte di vita intorno a quella grande monografia sui cefalopodi del nostro golfo, di cui solamente il primo volume, contenente la sistematica, era comparso. Dal '96 attendeva al secondo, riguardante l'anatomia e lo sviluppo di questi molluschi, e già aveva raccolto una ingente quantità di materiale, di osservazioni e di figure illustrative. Egli ha avuto il dolore di scendere nella tomba senza veder compiute le sue ricerche scientifiche, che lo assorbivano quasi tutto. Caso rarissimo e degno di sommo encomio: quantunque fornito di largo censo, il povero estinto aveva dedicato la vita alla scienza. Allievo della nostra Università, era stato per alcuni anni incaricato dell'insegnamento di entomologia agraria nella Scuola superiore di agricoltura di Portici; poi si era dato esclusivamente al lavoro di gabinetto. Era un'anima eletta, piena di fede, piena di entusiasmo. La vaghezza della persona, la semplicità signorile dei modi, l'eleganza dell'eloquio, la dignitosa modestia, la rettitudine dei giudizii, la fermezza del carattere e la esemplare bontà gli attiravano la stima e la simpatia generale.

Alla memoria di Luigi Cremona e di Giuseppe Jatta vada il nostro saluto, riverente e pietoso.

PROGRAMMA DI CONCORSO

L'Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche (Sezione della Società Reale di Napoli) conferirà un premio di lire 500 all'autore della migliore memoria sul tema seguente:

L'urea, nell'organismo, è un prodotto derivante direttamente dalla decomposizione ed ossidazione delle sostanze proteiche, ovvero è un prodotto di sintesi di composti più semplici? Organi dove l'urea si forma.

E un altro pur di lire 500, all'autore della migliore memoria, intorno al tema seguente:

Sull'evoluzione dell'uovo ovarico nei Selacii.

Dopo un breve esame critico della quistione, si domandano nuove ricerche obbiettive dirette a chiarire specialmente l'origine del deutoplasma e le fasi di evoluzione della sostanza cromatica nucleare.

CONDIZIONI

1. Le memorie dovranno essere scritte in italiano, latino o francese ed essere inviate al segretario dell'Accademia non più tardi del 30 Giugno 1905.

2. Esse non porteranno il nome dell'autore, ma saranno distinte con un motto, il quale dovrà essere ripetuto sopra una scheda suggellata, che conterrà il nome dell'autore.

3. Le schede della memoria premiata e di quelle che avranno ottenuto l'*accessit* saranno aperte dal presidente nell'adunanza generale, che avrà luogo nella prima domenica del 1906.

4. La memoria premiata sarà pubblicata negli *Atti* dell'Accademia, e l'autore ne avrà cento copie.

5. Tutte le memorie inviate pel concorso al premio si conserveranno nell'archivio dell'Accademia, e soltanto si permetterà di estrarne copia a chi le avrà presentate.

Napoli 3 Gennaio 1904.

Rapporto *sulla Nota della dott.* M. Bakunin.

(Adunanza del dì 9 Gennaio 1904)

Questa nota fa seguito ad una nota preliminare sullo stesso argomento pubblicata nei Rendiconti di questa Accademia.

Il rendimento del benzil-fenolo, ottennto facendo reagire il fenolo ed il cloruro di benzile in differenti solventi, mostra come tale metodo sia da preferirsi all'altro, col quale lo zinco reagisce sul fenolo e cloruro di benzile semplicemente mescolati.

Nello stesso modo l'A. fa reagire il cloruro di benzile col para-amidofenolo, preparando un nuovo corpo.

La vostra commissione crede utile proporne la pubblicazione nei Rendiconti di questa Accademia.

E. Scacchi
A. Piutti
A. Oglialoro, *relatore.*

Sulle condensazioni in presenza dei metalli e loro cloruri; *Nota della dott.* **Marussia Bakunin.**

(Adunanza del dì 19 Dicembre 1903)

In una nota preliminare [1]) ho già brevemente esposto i criterii, pei quali mi apparve se non indispensabile, almeno assai opportuna la realizzazione delle numerose sintesi in presenza di metalli e loro cloruri, tra i varii corpi non più semplicemente mescolati, ma disciolti in un solvente. Per brevità rimandando alla precedente memoria per l'esposizione generale del metodo, non farò che descrivere le prime esperienze da me attuate.

Benzilfenolo

Il fenolo ed il cloruro di benzile secondo il Paternò [2]), che primo ne attuò la combinazione, reagiscono in presenza di zinco metallico con eccessiva vivacità, dando luogo a prodotti secondarii, che accompagnano il benzilfenolo, formantesi in quantità corrispondenti al 15 % del fenolo impiegato.

Assai più scarso è il rendimento se si parte da alcool benzilico e

---

[1]) Gazz. Chim., 1903, p. I. Rend. R. Acc. 1903.

[2]) Gazz. Chim., 1871, 589; 1872, 1; 1873, 121.

fenolo sia se disidratati con acido solforico in soluzione acetica [1]), o con cloruro di zinco [2]).

Tra i prodotti secondarii che accompagnano il benzilfenolo f. a 84°, si ha un olio, che ne imbeve i cristalli e distilla verso 200° a 6 mm. di pressione, che, secondo il Rennie [3]), sarebbe in buona parte un isomero del benzilfenolo. Infatti i derivati solfonici e nitrici preparati dal prodotto solido e dall' olio, che li accompagna si differiscono tra loro e per una serie di reazioni il Rennie attribuisce al primo la posizione para, al secondo come probabile la orto.

Il cloruro di benzile ed il fenolo furono fatti combinare usando solventi diversi. I corpi disciolti nel solvente posti in boccia attaccata a refrigerante, si scaldarono leggermente in presenza di Zn granuloso. La reazione iniziatasi con una certà vivacità, procede spontaneamente, mentre l' acido cloridrico si svolge ed i vapori del solvente bollente si condensano nel refrigerante e ricadono nella boccia. Dopo un certo tempo, che varia, secondo la quantità di sostanza messa a reagire, si completa la reazione scaldando leggermente con una lampada, in modo che il liquido costantemente sia in ebollizione tranquilla.

Dopo tre a cinque ore, sempre secondo la ricchezza dei prodotti reagenti, si sospese il riscaldamento, tenendosi come indice della completata reazione la cessazione dello sviluppo di acido cloridrico.

Decantati, i liquidi si agitarono prima con acqua calda per eliminare in parte i composti dello zinco, indi con soda al 5 % o al 10 % a freddo separando con imbuto a rubinetto la soluzione sodica dal solvente, che ritiene le sostanze insolubili in soda. Queste ultime si liberarono per distillazione dal solvente, per poi ulteriormente purificarle, mentre la soluzione sodica venne senz' altro precipitata con acido cloridrico.

Anche quì lo stato liquido, nel quale si separano i corpi, fa preferire come mezzo separativo l' imbuto a rubinetto, ricorrendo, qualora si voglia la eliminazione quasi completa dell' acqua che tende ad emulsionarsi con questi fenoli, all' estrazione con etere, benzina, o simili solventi, che permettano riaverli con una semplice distillazione.

Sono partita da 50,100 o 500 gr. di fenolo, ma anche con maggiori quantità le operazioni procedono benissimo.

Ho sperimentato come solvente lo xilolo, la benzina, il cloroformio, l' alcool. Ed ecco in succinto il loro comportamento.

Nello xilolo la reazione si compie bene, ma esso non contribuisce ad un rendimento superiore rispetto agli altri solventi, nè è da prefe-

---

[1]) Gazz. Chim., 1875.

[2]) Bericht, 1882, 150.

[3]) J. of Ch. Society, 41, 33, 220; e 49, 406.

rirsi, perchè il suo punto di ebollizione elevato, rende poco comoda la sua eliminazione.

La benzina ed il cloroformio si comportano bene, meglio il secondo che la prima, che tuttavia è da consigliarsi, perchè più economica.

L'etere e l'etere di petrolio hanno un punto di ebollizione troppo basso, tanto che occorre scaldare parecchio e occorre che le soluzioni siano sufficientemente concentrate, perchè le reazioni si determinino. I liquidi della reazione sono assai poco colorati, ma i rendimenti sono inferiori ai precedenti. Anche con l'alcool si ha una vivace reazione, che come in altri simili casi non è accompagnata da apparente sviluppo di acido cloridrico. La quantità di prodotti insolubili in soda è assai scarsa, ma il prodotto solido, ricavato non è superiore per quantità a quella di altre preparazioni.

Infatti partendo da grammi 100 di fenolo si ebbe come primo deposito, formantesi spontaneamente dopo alcuni giorni, grammi 15 del corpo fondente a 84°. Avendo voluto purificare il corpo liquido, accompagnantesi a questi cristalli con la distillazione a pressione ridotta, ebbi prima del fenolo immodificato, poi verso 280° distillò un olio, che si rapprese in parte, fornendo ancora qualche grammo di benzilfenolo f. a 84°. Ma come al solito la maggior parte del prodotto si carbonizza nella storta.

Avendo sperimentato scaldamenti brevi e lunghi si è visto che é preferibile tenersi in una via di mezzo e sospendere la reazione quando l'acido cloridrico non si svolge oltre; l'eccessiva brevità, come l'eccessiva durata nuoce alla purità, come nuoce al rendimento.

In tutte le reazioni con tutti i solventi si ebbero sempre prodotti solubili e insolubili in soda. Le porzioni solubili corrispondono ai quattro quinti o addirittura alla quantità di fenolo impiegato e la parte insolubile alla metà del fenolo impiegato. La porzione liquida lasciata a sè cristallizza parzialmente, sopratutto se si ha cura che il prodotto sia liberato dall'acqua che meccanicamente trascina. Infatti in tutte le preparazioni fatte partendo da 50 o da 100 di fenolo si è avuta la separazione della maggior parte del prodotto solido f. a 84° lasciando il liquido semplicemente all'aria in capsula per un paio di giorni. Ma altro prodotto solidificabile resta ancora nelle acque madri; infatti se esse si distillano, distilla poco fenolo incombinato e poi un olio incolore che parzialmente cristallizza e dal quale si ricava altra quantità di benzilfenolo f. a 84°. Ma come si è detto la purificazione per distillazione é da sconsigliarsi per la resinificazione che determina, nè è improbabile che il fenolo inalterato che distilla in primo tempo possa derivare da decomposizione.

Opportuna è talvolta la distillazione parziale. Infatti nella preparazione compiuta partendo da grammi 500 di fenolo si ebbe la porzione solubile, che mostrava notevole lentezza nel cristallizzare. Ricorsi allora alla distillazione, limitandola solo alla eliminazione del solvente e alla

eliminazione nel vuoto di una porzione di fenolo incombinato, non abbondante. Il termometro non salì oltre i 140°, e anche a questa temperatura si tenne pochissimo tempo.

Il liquido rimasto nella storta si rapprese appena raffreddato e si potettero così avere 150 grammi di benzilfenolo solido e puro, che con pompa vennero separati dalla parte liquida di grammi 300.

Oltre questa quantità, che corrisponde al 30 % del fenolo impiegato, di benzilfenolo solido, altra sarà certo contenuta nel liquido, assieme al suo isomero od ai suoi isomeri.

Per tentare una possibile separazione del benzilfenolo f. a 84° dagli altri corpi solubili in soda che l'accompagnano, ne venne studiato il comportamento con gli acidi.

Con l'acido fenilparanitrocinnamico.

Il benzilfenolo solido bollito con l'acido fenilparanitrocinnamico in soluzione cloroformica in presenza di P_2O_5 vi si combina. Per evaporazione del solvente liberato dalla massa fosforica ebbi una sostanza liquida gialletta, che poco si scioglie nell'alcool e difficilmente si cristallizza. Invece dall'acetone si hanno dei prismetti vetrosi gialli, che non furono ancora analizzati e che fondono a 155°-156°. Esso dovrebbe essere l'etere benzilfenolico dell'acido fenilparanitrocinnamico. Dalle acque madri alcooliche si separa una sostanza oleosa giallo rossiccia, in quantità scarsa, che fin ora non ha potuto aversi cristallizzata. La stessa si ha in maggior copia, se si parte dalla porzione oleosa, che come si è detto accompagna il benzilfenolo. Grammi 4 del corpo oleoso ottenuto assieme al benzilfenolo solido per distillazione e liberato da questo ultimo per filtrazione, furono scaldati colla solita tecnica in soluzione cloroformica con acido fenilparanitrocinnamico in presenza di P_2O_5. Il residuo della evaporazione della soluzione in parte liquido, in parte solido fu ripreso con alcool, dal quale si ebbe per cristallizzazione frazionata dell'acido immodificato e delle mescolanze con punti di fusione oscillanti tra 140° e 165°. Ed inoltre nelle acque madri una sostanza semiliquida di color giallo chiaro, insolubile in soda e che assai probabilmente è la combinazione del benzilfenolo isomero con l'acido fenilparanitrocinnamico. Per ora non fu analizzato nè potette aversi cristallizzato.

Etere dell'acido benzoico.

Anche con l'acido benzoico furono fatti combinare tanto il benzilfenolo f. a 84°, quanto il liquido che l'accompagna. Si è avuto un etere ben cristallizzato nel primo caso, un olio incristallizzabile nel secondo, ambedue insolubili in soda.

Il prodotto della reazione tra acido benzoico e benzilfenolo scaldati con P_2O_5 in soluzione benzinica si presenta semiresinoso. Ma basta riprenderlo con alcool perchè si rapprenda, vi si scioglie a caldo e se ne deposita per raffreddamento, se la soluzione è concentrata, in principio allo stato liquido, per poi solidificarsi in una massa gialletta. Dalle soluzioni diluite o in secondo tempo dalle concentrate si hanno dei bei cristallini bianchi splendenti, che ricristallizzati fondono a 86°-87°. Dall'acetone si separa in laminucce con splendore micaceo; belle e grosse lamine, si hanno per raffreddamento della soluzione eterea e così dalla cloroformica e dalla benzinica. In etere di petrolio è poco solubile, ma anche da questo si depositano per raffreddamento dei cristallini sulle pareti del tubo. Nell' acqua non è solubile.

Per combustione si ebbe:

Da grammi 0,2875 di sostanza gr. 0,1505 di H_2O e gr. 0,8768 di CO_2 e per % C = 83,18 H = 5,71.

La teoria per $C_{20}H_{16}O_2$ C = 83,33 H = 5,55.

Questo composto è identico a quello ottenuto dal prof. Paternò, scaldando il cloruro di benzoile con il benzilfenolo.

Identificando il prodotto liquido, che si ottiene dalla combinazione dell' olio che accompagna il benzilfenolo solido, con l'acido benzoico, sarà possibile in seguito avvalersi di questo etere per la separazione dei prodotti solubili in soda, che si hanno in questa sintesi.

Azione del cloruro di benzile sul paraamido fenolo.

Per sperimentare la reazione sui corpi del tipo degli amidi ho scelto il paraamido fenolo. Riferisco per ora i primi risultati. Scaldando gr. 20 di paraamido fenolo, gr. 20 di cloruro di benzile in soluzione alcoolica con zinco, la reazione si determina con vivacità senza apparente sviluppo di HCl. E lo zinco scompare trasformandosi probabilmente in cloruro di zinco.

Sospesosi lo scaldamento dopo tre ore, il liquido bruno lasciò per raffreddamento separare una massa cristallina anche essa inquinata da sostanza bruna. Cristallizzandola due volte dall' alcool si ha una massa cristallina quasi bianca. Ma non essendo libera di sale di zinco, lo si elimina con un trattamento benzinico; il nuovo corpo scioltosi a caldo ne ricristallizza per raffreddamento in aghi fondenti a 125-26°. Dall'etere, dal cloroformio, dall' acetone, nei quali il nuovo corpo è assai solubile, se ne deposita per evaporazione in bei prismi splendenti apparentemente monoclini, che saranno misurati. Quasi insolubili in etere di petrolio.

Da grammi 0,2356 di sostanza gr. 0,7178 di CO_2 e gr. 0,1436 di H_2O e per % C = 83,08 H = 6,7.

Calcolato per $C_6H_5ON\ (C_6H_5CH_2)_2$ C = 83,04 H = 6,58.

Questo corpo è insolubile in carbonato sodico e pochissimo solubile in soluzione sodica, insolubile in acido cloridrico, insolubile in acqua. Il calore, la luce, i trattamenti alcalini lo deteriorano.

Tanto i caratteri amidici quanto i fenolici sono così attenuati da fare dubitare che essi esistano.

La sostituzione potrebbe essere avvenuta nel nucleo benzinico, come nel gruppo amidico, ma ciò potrà solo essere determinato dallo studio delle proprietà della nuova sostanza, dai suoi derivati e dalle sintesi con altri amidi, già in corso.

Le esperienze con la resorcina e il cloruro di benzile sono state anche iniziate. In soluzione benzinica in presenza di zinco la reazione avviene con sufficiente intensità e si ha la formazione di un prodotto in buona parte solubile in soluzione sodica al 5 % dalla quale l'acido cloridrico riprecipita un olio rosso bruno che non mostra volersi depositare allo stato solido dai varii solventi sperimentati. È insolubile in carbonato sodico in acqua. Mostra quindi di non essere la resorcina immodificata.

Lo studio prosegue assieme a quello di altre sintesi analoghe.

Napoli, Istituto chimico della R. Università,
Agosto 1903.

Rapporto *sulla Nota della dott.* M. Bakunin *e del dott.* M. Barberio.

(Adunanza del dì 9 Gennaio 1904)

Il benzil-α-naftolo prima d'ora non preparato, si ottiene con la modificazione proposta da Bakunin al metodo ordinariamente usato per la sintesi di tali corpi.

Questo composto e parecchi derivati sono studiati in questa nota, ed anche nella preparazione dei derivati sono attuate talune innovazioni.

La vostra commissione ne propone la pubblicazione nei Rendiconti.

E. Scacchi
A. Piutti
A. Oglialoro, *relatore.*

SINTESI DEL BENZIL-α-NAFTOLO E SUOI DERIVATI; *Nota della dott.* **Marussia Bakunin** *e del dott.* **Michele Barberio.**

(Adunanza del dì 19 Dicembre 1903)

La combinazione del cloruro di benzile con i fenoli per eliminazione di acido cloridrico sotto l'azione dello zinco fu dapprima attuata dal Paternò; che dal cloruro di benzile e anisolo ottenne l'anisol-benzilato [1]).

All'anisolo furono in seguito sostituiti altri fenoli, e si ebbe così la sintesi del fenolbenzilato, o meglio benzilfenolo [2]), del benzilparacresolo [3]), del benziltimolo [4]), del benzilcarvacrolo e del benzilmetacresolo [5]). Per la sintesi degli ultimi due corpi il Venturi fece agire lo zinco sull'alcool benzilico e fenoli corrispondenti, ottenendo pel benzilcarvacrolo un rendimento corrispondente al 50 per cento. Questo rendimento è di molto superiore a quello ottenuto nella preparazione del benzilfenolo per l'azione disidratante dell'H_2SO_4 in soluzione acetica.

La sostituzione dell'alcool benzilico al cloruro di benzile perchè si combinasse coi fenoli in presenza di cloruro di zinco, fu prima attuata dal Liebmann [6]), che preparò in tal modo tanto il butilfenolo con un rendimento pari al fenolo impiegato, quanto l'amilfenolo [7]) con un rendimento corrispondente alla metà del fenolo impiegato, e il benzilfenolo, quest'ultimo con rendimento scarsissimo. Consiglia il riscaldamento rapido per diminuire la formazione di prodotti secondarii, osservazione fatta anche dal Goldschmidt [8]), a proposito della sintesi degli idrocarburi partendo da benzolo e alcooli.

Sull'interpretazione da darsi alla sintesi dello Zincke il Liebmann [9]) crede che essa debba essere iniziata dalle piccole quantità di HCl contenute nel cloruro di benzile e alla conseguente formazione di cloruro di zinco, il quale reagirebbe come si ammette reagisca il cloruro di alluminio. Infatti il fenolo ed il cloruro di benzile con una piccola quantità di cloruro di zinco si sono combinati con abbondante svolgimento di HCl, dando come prodotto principale il benzilfenolo.

---

[1]) Gaz. Chim., I, 589.
[2]) Gaz. Chim., II, 1.
[3]) Gaz. Chim., VIII, 303.
[4]) Gaz. Chim., XI, 346.
[5]) Gaz. Chim., XXXI, 469.
[6]) Berichte, 1881, 1842.
[7]) Berichte, 1882, 150.
[8]) Berichte, 1882, 1066 e 1425.
[9]) Berichte, 1882, 150.

Per la purificazione ed isolamento di questi fenoli si attua da tutti la distillazione frazionata del prodotto della reazione; e quindi se sono cristallizzati o solidi come il benzilfenolo, il benzilmetacresolo, l'amilfenolo, vengono separati dall'olio che li imbeve premendo tra carta.

Il Liebmann solo consiglia, nel lavoro citato, che la distillazione segua ad un trattamento con soluzione sodica, per eliminare i fenoli dalle sostanze prive dei caratteri generali degli stessi.

Oltre del benzilfenolo, il Mazzara [1]) isola nelle porzioni distillanti a 280° e a 8 mm. di pressione nella preparazione del timolbenzilato o benziltimolo un liquido che si rapprende in cristalli, che purificati dall'alcool, e compressi fondono a 76°. Questi cristalli rispondono alla composizione di un bibenziltimolo, e come il monobenzile sono insolubili negli alcali e nei carbonati alcalini.

I rendimenti sono talvolta mediocri, talvolta scarsi: il benzilfenolo si ha in quantità corrispondente al 15 per cento del fenolo impiegato; il benziltimolo rappresenta anch'esso il 15 per cento del timolo impiegato, formandosi inoltre il 15 per cento di bibenzilfenolo. Non è detto il rendimento del benzilpara e metacresolo.

Le sostanze oleose solubili in soda che accompagnano il prodotto principale, assai probabilmente saranno costituite da uno o da parecchi isomeri.

Per il benzilfenolo pare accertato che il composto fondente a 84° sia un para derivato.

Il Rennie [2]) in una serie di memorie studia i derivati solfonici e nitrici di questo composto, li paragona ai composti solfonici e nitrici della sostanza oleosa che accompagna i cristalli fusibili a 84°, ne stabilisce l'identica composizione analitica, ma i diversi caratteri fisici e il diverso punto di fusione. Dalla posizione dei gruppi NO_2 e Br nel nitrobromoderivato e dai prodotti di ossidazione del benzilfenolo con permanganato deduce che il benzilfenolo, fusibile a 84°, sia un parabenzilfenolo, e suppone che il liquido sia un orto composto. Anche il Liebmann ammette che il prodotto principale di queste reazioni, come opina pure lo Zincke, sia il paraderivato, accompagnato probabilmente dall'orto composto.

I prodotti secondarii che si formano in queste sintesi sono assai poco studiati. Il Paternò e il Fileti [3]) ritrovano antracene e toluene che credono derivati dalla decomposizione del benzilfenolo, e inoltre distillando il benzilfenolo con P_2O_5 hanno [4]) antracene, benzina, fenolo e acqua.

---

[1]) Gaz. Chim., XI, 346.

[2]) Journ. of Chem. Society, 41, 33, 35, 220.

[3]) Gaz. Chim., III, 121.

[4]) Gaz. Chim., III, 252.

Tra i prodotti di sostituzione ottenuti dai varii autori da tutti questi benzilfenoli sono i nitro, i solfo ed i bromoderivati, i derivati acetilici e benzilici, ed inoltre il Mazzara [1]) ha attuato con scarsissimo rendimento la nota condensazione tra l'acido monocloroacetico ed il benzilfenolo.

In una nota preliminare di uno di noi [2]) furono già dette le ragioni per le quali allo scaldamento diretto dei fenoli e cloruro di benzile come di corpi analoghi, in presenza di cloruri metallici e metalli, fosse da sostituire lo scaldamento in seno a solventi, per regolare la temperatura della reazione e per fare che la suddivisione dei corpi reagenti, in virtù del solvente, persista durante tutta la reazione rendendola completa, ed evitando il grave inconveniente che fenoli e cloruro di benzile o restino allo stato incombinato, o si determinino per lo eccessivo scaldamento prodotti di decomposizione. Tutti i solventi, tanto neutri quanto acidi, sono atti alla reazione; infatti l'alcool, la benzina, il cloroformio, l'acido acetico ed una serie di altri corpi rispondono benissimo alle esigenze pratiche. Rimandando alla nota già pubblicata per le altre osservazioni, esporremo le esperienze attuate nella sintesi tra l'alfanaftolo e il cloruro di benzile.

SINTESI DEL BENZIL-α-NAFTOLO

In seguito ai primi tentativi fatti da uno di noi [3]), come è stato già detto, partendo da naftolo, cloruro di benzile e zinco direttamente scaldati, non si è potuto isolare il benzilnaftolo che avrebbe dovuto formarsi, malgrado lunghe e penose ricerche. Fu allora che istituite le esperienze sulle condizioni più opportune alla realizzazione delle sintesi in presenza di metalli e cloruri metallici per una serie di corpi, come le altre, fu anche questa attuata in seno a solventi. Si cominciò per usare la benzina, ed in un 200 gr. di questa furono sciolti gr. 50 di naftolo e gr. 44 di cloruro di benzile. Lo zinco granulato non determina a freddo la reazione; ma basta riscaldare appena il liquido perchè essa s'inizii con vivacità, e prosegua per un pezzetto spontaneamente. Un refrigerante ascendente innestato al pallone, ci permise di non sperdere il solvente, che ricadeva a gocce nel pallone, mentre un torrente gassoso di HCl sfuggiva dal tubo superiore. Cessata la reazione spontanea si scaldò blandemente a bagno maria, e dopo tre ore circa, non osservandosi ulteriore sviluppo di HCl si sospese lo scaldamento.

---

[1]) Gaz. Chim., XI, 436.

[2]) Gaz. Chim., XXXIII, 1903 p. I. Rend. R. Acc. 1903.

[3]) Barberio, *Azione del cloruro di benzile sui naftoli* ecc. Gazz. Chim., XXXIII, 1903.

Il liquido bruno, prodotto della reazione, fu per decantazione separato dallo zinco rimasto nel fondo della boccia, e trattato con un volume pari di soluzione sodica al 5 per cento, in imbuto a rubinetto, curando di agitare ripetutamente il tutto. Lo strato benzinico colorato in rosso-bruno sovrastava alla soluzione sodica divenuta verdognola. Separata quest'ultima e ripetuto il trattamento sodico della soluzione benzinica, si riunirono le acque sodiche.

Queste furono agitate con etere, che estrasse poca sostanza resinosa, e indi precipitate senz'altro con HCl. Si ebbe così la separazione di un liquido bruniccio, che, lasciato a spontanea evaporazione, si trovò il giorno appresso solidificato.

Sciolto questo deposito nella minor quantità possibile di benzina, per addizione di etere di petrolio si separò una sostanza solida non perfettamente bianca, che fu per filtrazione isolata dalle acque madri.

Ripetuto sulla parte solida il trattamento benzinico-etereo si ebbe la sostanza abbastanza bianca, che fu possibile ancora purificare cristallizzandola dall'acido acetico al 50 per cento. Quando il trattamento benzinico ricordato non fosse sufficiente per eliminare completamente la parte bruna, è consigliabile ottenere il nuovo corpo per raffreddamento della soluzione benzinica.

Si ebbe così una sostanza cristallizzata in prismi aghiformi bianchissimi, fondenti a 125°-26°. Le combustioni han dato:

I. Da gr. 0,2740 di sostanza gr. 0,8710 di CO_2, e gr, 0,1450 di H_2O.
II. Da gr. 0,2782 di sostanza gr. 0,8881 di CO_2 e gr. 0,1543 di H_2O.
III. Da gr. 0,2615 di sostanza gr. 0,8333 di CO_2, e gr. 0,1388 di H_2O.

	I	II	III
C %	86,69	87,06	86,91
H %	5,88	6,16	5,89

Calcolato per $C_{10}H_6 < {OH \atop CH_2 . C_6H_5}$

C %	87,17
H %	5,98

Il benzilnaftalo è solubilissimo in acetone, cloroformio, etere, solfuro di carbonio, solubile in benzina e in alcool, insolubile quasi in etere di petrolio, dal quale tuttavia può ricavarsi per raffreddamento in forma di piccoli aghi; così anche dall'acqua, malgrado essa ne sia pessimo solvente. Per cristallizzarlo è consigliabile la benzina, la soluzione idro-alcoolica, l'acido acetico. Il rendimento non supera il 30 per cento del fenolo impiegato.

Si formano contemporaneamente altri prodotti. Le acque madri benziniche della porzione solubile in soda lasciano per evaporazione un abbondante olio rosso bruno, dal quale coll'acido acetico potettero isolarsi piccole porzioni di naftolo inalterato, precipitando quest'ultimo dalla soluzione acetica con acqua. Ma la massima parte di questo prodotto che per analogia verso gli altri composti simili dovrebbe essere un isomero o una mescolanza di isomeri, è ancora per noi di natura ignota Avendone tentato la distillazione a pressione ridotta si ottenne una porzione relativamente piccola di sostanza oleosa, che, rappresasi, mostra di essere naftolo, per la sua apparenza, per la sua solubilità, pel punto di fusione, per la composizione analitica. Infatti, avendo attuata la combinazione di questo fenolo coll' acido fenilparanitrocinnamico si ebbe, come sarà detto in seguito, l'etere naftolico dell'acido fenilparanitrocinnamico. Oltre questa piccola quantità di naftolo null'altro di esaminabile potette aversi, perchè in queste distillazioni, anche se fatte nel vuoto, la massima parte della sostanza resta nel fondo della storta quasi carbonizzata. Si cercherà di raggiungere lo scopo mettendo da banda la distillazione. Per evaporazione della soluzione benzinica della parte insolubile in soda, s'ebbe un residuo rosso bruno di consistenza resinosa, residuo che non è stato ancora da noi esaminato. La sintesi del benzil-α-naftolo fu ripetuta più volte con gli stessi risultati.

Sostituito alla benzina il cloroformio, il rendimento fu migliore, ma anche in questo caso si ebbe una parte insolubile in soda di aspetto identico a quella ottenuta con benzina, ciò che ci fece escludere che la sua formazione fosse dovuta all'idrocarburo usato come solvente. Anche con alcool etilico, cloruro di benzile, naftolo e zinco la reazione procede benissimo: solo in questo caso non si osserva quasi svolgimento di HCl, e lo Zn non si ritrova immodificato come nel caso della reazione senza solvente o in presenza di benzina o di cloroformio, ma in parte o in tutto trasformato in cloruro di zinco, che è consigliabile di eliminare prima di andare oltre con trattamenti acquosi caldi, trattamenti che non nuocciono anche nelle preparazioni attuate in presenza di altri solventi. Dopo il trattamento acquoso, la parte oleosa gialletta, insolubile, viene agitata con soluzione sodica al 5 per cento, nella quale si scioglie quasi per intero; si ha con questo mezzo un prodotto più puro la cui quantità relativa, come la costituzione dei prodotti secondarii, non sono state ancora determinate, perchè tale preparazione fu solo attuata in piccolo a mo' di prova. Nè si è ancora completata la reazione in solvente acetico che pare abbia buon andamento.

DERIVATO ACETILICO

Anche nella preparazione di questo derivato si è creduto d' introdurre alcune modificazioni. Il cloruro di acetile mischiato in quantità

equimolecolare al benzilnaftolo, fu addizionato ad una certa quantità di benzolo: la preparazione fu fatta con due grammi di benzilnaftolo, uno di cloruro di acetile, 10 di benzolo.

In tal modo si evita l'uso di un eccesso di cloruro di acetile, e, in virtù del principio già ricordato nella preparazione dei benzilfenoli, si ottiene che le sostanze reagenti siano costantemente in soluzione e quindi in continuo intimo contatto.

Riscaldando leggermente la mescolanza, la reazione si determina con una certa vivacità, e si compie dopo breve tempo, mezz'ora circa. Il liquido con odore acetico versato in capsula e concentrato, cristallizza per evaporazione della benzina. Il prodotto grezzo viene dalla stessa ricristallizzato, e se ne separa per raffreddamento in aghi sottili, bianco nivei, fondenti a 87°-88°.

Il rendimento è quasi teoretico.

Il prodotto è solubilissimo in cloroformio, etere, solfuro di carbonio, benzina, acetone, alquanto solubile in alcool, poco solubile in etere di petrolio, quasi niente in acqua. In genere presenta un grado di solubilità inferiore al benzilnaftolo. Dall'alcool per raffreddamento si deposita in cristalli prismatici, forse più netti, ma apparentemente simili a quelli ottenuti con altri solventi.

I cristalli depositatisi dalla soluzione sono dei prismi monoclini, con direzione di estinzione parallela agli spigoli lunghi.

La combustione ha dato da gr. 0,279 di sostanza gr. 0,844 di CO_2, gr. 0,151 di H_2O; e per cento:

C	82,50
H	6,01

Calcolato per $C_{10}H_6 < \begin{matrix} O \cdot C_2H_3O \\ CH_2 \cdot C_6H_5 \end{matrix}$

C	82,60
H	5,79

La soda a caldo lo scioglie, e l'acido cloridrico riprecipita il benzilnaftolo.

DERIVATO BENZOILICO

Come pel derivato acetilico venne pel derivato benzoilico modificato il metodo di preparazione. Due grammi di benzilnaftolo e un grammo di cloruro di benzoile furono in soluzione benzinica scaldati un certo tempo fino a cessazione di sviluppo di HCl. Versata la soluzione in

capsula, e abbandonata a spontanea evaporazione, si ebbe un residuo resinoso, che ripigliato con alcool assoluto e purificato per una duplice cristallizzazione dallo stesso, si depositò in aghi bianchissimi con splendore vetroso, fondenti a 102°-103°.

Essi sono solubilissimi in benzina, etere, cloroformio, acetone; poco solubili in etere di petrolio; insolubili in acqua.

La combustione ha dato da gr. 0,250, gr. 0,779 di CO_2 e gr. 0,123 di H_2O; e per cento:

C	84,98
H	5,46

Calcolato per $C_{10}H_6 < \begin{matrix} O \cdot CO \cdot C_6H_5 \\ CH_2 \cdot C_6H_5 \end{matrix}$

C	85,20
H	5,32

Lo stesso prodotto si ebbe partendo da acido benzoico e applicando il metodo dell'anidride fosforica.

Due gr. di benzilnaftolo ed un gr. di acido benzoico in soluzione cloroformica furono scaldati per qualche tempo con anidride fosforica. La soluzione cloroformica, decantata in capsula e riunita al cloroformio separatosi dal trattamento acquoso della massa fosforica, dette per spontanea evaporazione un residuo giallo, parzialmente cristallino. Questo disciolto in acetone si depositò abbastanza ben cristallizzato. Ma si preferì ricristallizzarlo dall'alcool, e per l'aspetto ed il punto di fusione si ebbe identico a quello preparato con l'altro metodo.

Per combustione si ebbe:

Da gr. 0,2720 di sostanza, gr. 0,8480 di CO_2 e gr. 0,1330 di H_2O; e per cento:

C	85,02
H	5,43

ETERE BENZIL-α-NAFTOLICO

DELL' ACIDO FENILPARANITROCINNAMICO

A confermare i caratteri fenolici, benchè attenuati, del benzilnaftolo si volle, come per gli altri fenoli, tentarne la combinazione con gli acidi. Si seguì all'uopo il metodo dell'anidride fosforica, mischiando gr. 2 del fenolo con gr. 2,2 dell' acido fenilparanitrocinnamico che si trovava a nostra disposizione. Come solvente venne scelto il cloroformio, per la poca solubilità dell'acido suddetto in benzina. Aggiunta l'anidride alla soluzione bollente, si ebbe una reazione vivace che si protrasse alquanto.

Dopo aver fatto bollire a ricadere rimescolando il tutto, si decantò il cloroformio, addizionandolo poi a quello che si liberò dalla massa fosforica trattata con acqua.

Per evaporazione si ebbe una sostanza in parte solida, in massima parte oleosa, che si rapprese sotto l'azione dell'alcool. Disciolta in acetone, cristallizzò in bellissimi aghi setosi lunghi, giallo-paglini, fondenti a 155°-56°.

Per combustione si ebbe:

Da gr. 0,246 gr. 0,713 di CO_2, e gr. 0,110 di H_2O; e per cento:

C	79,04
H	4,96

Calcolato per $C_{10}H_6 < \begin{matrix} O \cdot C_{13}H_{10}O_3N \\ CH_2 \cdot C_6H_5 \end{matrix}$

C	79,17
H	4,74

ETERE-α-NAFTOLICO

DELL'ACIDO FENILPARANITROCINNAMICO

Sia partendo dal prodotto secondario, che, come è detto innanzi, si isola nella distillazione delle porzioni solubili in soda, ricavate dalle acque madri benziniche, sia da α-naftolo originario, si ebbe per azione dell'anidride fosforica in presenza dell'acido fenilparanitrocinnamico lo stesso prodotto. Sciolta in cloroformio la mescolanza di acido fenilparanitrocinnamico e di naftolo, scaldata in presenza di anidride fosforica, separata la soluzione cloroformica dalla massa fosforica ed evaporatala, si ebbe una sostanza resinosa che si rapprese per azione dell'alcool, vi si sciolse a caldo, ricristallizzando per raffreddamento in aghetti fondenti a 126°-27°.

La combustione dette da gr. 0.2666 di sostanza gr. 0,7376 di CO_2, e gr. 0,1038 di H_2O, e per cento:

C	75,45
H	4,32

Calcolato per $C_{10}H_7O \cdot C_{15}H_{10}O_3N$

C	75,94
H	4,30

ETERE SALICILICO

L'acido salicilico bollito con benzil-α-naftolo e anidride fosforica in cloroformio, pare si combini. Si ha per evaporazione del cloroformio una massa gelatinosa gialla, che tende a conservare lo stato resinoso. Infatti dall'alcool, nel quale è più solubile a caldo che a freddo, se ne deposita sempre allo stato semisolido. Solo abbandonato un tubo a spontaneo riposo si notò sulle pareti di esso la formazione di lunghi aghi gialli, fondenti a 85°-86°. La piccola quantità solidificata non ce ne permise l'analisi.

COMPORTAMENTO CON L'ACIDO NITRICO

Il Rennie nella memoria citata ha ottimi risultati nella nitrificazione tanto del benzilparafenolo, quanto del suo isomero. Egli consiglia a preferenza l'uso di una soluzione acetica del benzilfenolo, nella quale aggiunge la quantità calcolata di HNO_3, raffreddando o riscaldando secondo il grado di nitrificazione desiderato. Siamo partiti da gr. 4 di benzilnaftolo, gr. 3,2 di acido nitrico del p. sp. 1,18, in acido acetico glaciale. Il liquido s'imbrunisce, presentando uno sviluppo gassoso con sensibile produzione di calore. Dopo una mezz'ora circa, non osservandosi ulteriore svolgimento gassoso, la soluzione acetico-nitrica vien precipitata con acqua. Raccolto questo precipitato e lavatolo fino a cessazione di reazione acida, la sostanza pare alterarsi rapidamente, assumendo un color verde e un brutto aspetto. Nè si è potuta in alcun modo riottenere per cristallizzazione da solventi, che o non la sciolgono, o la deteriorano.

Avendo ripetuto un piccolo saggio raffreddando il miscuglio mentre s'aggiungeva l'acido nitrico, e lasciandolo solo pochi minuti in riposo, si ebbe per precipitazione in acqua una sostanza gialletta, la quale fondeva verso 80° decomponendosi, e per combustione dette un contenuto in carbonio di 76,75 e in H di 5,08. Questa percentuale superiore a quella richiesta da un nitro derivato, è inferiore a quella richiesta dal benzilnaftolo prova che la nitrificazione è stata incompleta.

Si è quindi ripetuta la preparazione sciogliendo 4 gr. di benzilnaftolo in una maggior quantità di solvente, ed operando con un eccesso di acido nitrico. Si scaldò per 10 minuti osservando notevole sviluppo di ipoazotide. Raffreddato e filtrato il liquido, venne da esso precipitata con acqua una voluminosa sostanza giallo-arancio. Questa appare assai più stabile di quella prima ricordata, e benchè lavata abbondantemente e lasciata più tempo all'aria, non mostra alterarsi. Il punto di fusione è sempre incerto, perchè a 80°-90° la sostanza si decompone. È insolubile in acqua, solubile in benzina, donde può essere riprecipitata con etere

di petrolio. Ma questo metodo di purificazione non ci dette buoni risultati; nè migliori se ne ebbero con gli altri solventi. Cosicchè la sostanza, ben lavata, e bene asciutta, tenuta parecchi giorni su acido solforico, nel vuoto, fu senza altro analizzata.

Le due combustioni, concordanti, han dato questi risultati:

I Da gr. 0,2325 di sostanza gr. 0,6249 di CO_2 e gr. 0,0846 di H_2O.

II Da gr. 0,1907 di sostanza, gr. 0,5110 di CO_2 e gr. 0,0700 di H_2O, e per cento:

	I	II
C	73,30	73,08
H	4,04	4,07

Per il mononitro derivato $C_{10}H_5NO_2 < {}^{OH}_{CH_2 . C_6H_5}$ la teoria vuole

C	73,11
H	4,65

Non sappiamo darci ragione di questo difetto in acqua, per il che occorrono altre preparazioni ed altre analisi.

I risultati ottenuti, sia in rapporto al rendimento del benzil-α-naftolo, sia in rapporto alla sua purezza sono certamente soddisfacenti, ma noi speriamo, apportando delle modifiche nella tecnica, di realizzare la preparazione del corpo in quantità maggiore.

Il derivato acetilico, gli eteri dell'acido benzoico e dell'acido fenilparanitrocinnamico si sono tutti avuti con caratteri cristallini assai netti. I cristalli isolati per l'etere salicilico fanno sperare che anch'esso possa facilmente aversi ben cristallizzato.

Resta ancor dubbia la composizione del nitro-derivato, come anche da definirsi la posizione dei gruppi sostituiti nel nucleo benzinico del benzil-naftolo, e la natura dei prodotti solubili e non solubili in soda non ottenuti ancora allo stato solido, nè allo stato puro.

Napoli, Istituto di Chimica Generale,
Agosto, 1903.

RAPPORTO *sulla Nota della dott.* M. Bakunin *e di* G. Altieri.

(Adunanza del dì 9 Gennaio 1904)

Con sintesi analoga a quella attuata pel Benzil-α-naftolo si forma il Benzil-β-naftolo. La preparazione di esso e di parecchi suoi derivati sono descritti in questo lavoro, recando nuovo contributo a queste speciali sintesi.

La vostra commissione ne propone la pubblicazione nei Rendiconti di questa Accademia.

E. SCACCHI
A. PIUTTI
A. OGLIALORO, *relatore.*

SINTESI DEL BENZIL-β-NAFTOLO E SUOI DERIVATI; *Nota della dott.* **Marussia Bakunin** *e di* **Gaetano Altieri.**

(Adunanza del dì 19 Dicembre 1903)

La combinazione diretta del cloruro di benzile col β-naftolo in presenza di zinco metallico di cloruro di zinco e di piridina è stata recentemente sperimentata dal dottor Barberio. I prodotti della reazione pur mostrando non essere le sostanze primitive immodificate, non permisero in nessun modo di giungere alla preparazione del benzil-β-naftolo.

Fu allora che si pensò di attuare tale sintesi facendo reagire i corpi disciolti in un solvente.

I solventi finora sperimentati furono la benzina, e l'alcool.

1. Grammi 50 di β-naftolo con quantità equimolecolare di cloruro di benzile (gr. 43) e 10 g. di zinco granulato, furono con 200 grammi di benzina scaldati leggermente. La reazione si determina con notevole vivacità e con abbondante sviluppo di acido cloridrico tanto che per un pezzetto si protrasse spontaneamente senza che occorresse riscaldare la mescolanza. Scemata la vivacità della reazione si ricorse al riscaldamento che venne sospeso dopo circa 5 ore non osservandosi ulteriore svolgimento di acido cloridrico.

Decantato il liquido, che nulla deposita pel raffreddamento, fu agitato ripetutamente con una quantità doppia di soda al 5 %, separando la soluzione sodica bruno-violacea, dalla benzinica soprastante verdastro-oscura.

La soluzione sodica fu questa volta agitata con etere, che si colora in rosso bruno, e indi precipitata con acido cloridrico; se ne separa un

liquido oleoso giallo brunastro, evidentemente contenente etere; scacciato quest'ultimo per spontanea evaporazione lo stato liquido del corpo isolato continua a permanere, così che occorse di ricorrere ad altri mezzi per ottenerlo solido.

L'alcool scioglie molto la sostanza, nè essa se ne deposita per raffreddamento; l'aggiunta di acqua determina la separazione del corpo allo stato liquido; nella benzina si ha un comportamento identico a quello dell'alcool e l'addizione di etere di petrolio precipita il corpo allo stato liquido. La solubilità in acetone, cloroformio, solfuro di carbonio ed etere é notevole, nè per raffreddamento o per evaporazione potette aversi sostanza solida.

L'acido acetico al 50 % fu l'unico solvente che dette buoni risultati. Esso discioglie abbastanza bene il corpo a caldo, e per raffreddamento se ne depositano dei lunghi aghi bianchi, misti a sostanza oleosa che assai probabilmente non è che il primo strato del medesimo corpo separantesi in primo tempo nella soluzione ancor calda, non avendo ancora assunto lo stato solido.

Trattando ripetutamente il prodotto della reazione con acido acetico si isola sufficiente quantità del nuovo corpo che per essere ulteriormente purificato fu disciolto in benzina ed in queste condizioni l'addizione dell'etere di petrolio determina la separaziane del corpo allo stato solido privo di sostanza resinosa, e appena colorato in gialletto colorazione che sparisce se si cura di lavarlo ancora con etere di petrolio. La nuova sostanza fonde a 115°-16° e per combustione dette:

Da gr. 0,264 di sostanza, gr. 0,142 di H_2O e gr. 0,843 di CO_2 e % C = 87.08; H = 5.98.

La teoria per:

$$C_{10}H_6 < \begin{matrix} OH \\ CH_2 . C_6H_5 \end{matrix}$$

C = 87.17; H = 5.98.

La sostanza si comporta coi solventi nel seguente modo: È solubilissima in acetone ed etere, solubile in alcool, cloroformio e benzina; meno nel solfuro di carbonio; non lo è affatto nell'etere di petrolio.

Anche dall'estratto etereo del liquido alcalino si isolano con i trattamenti acetici gli stessi corpi ora descritti, cioè il benzil-β-naftolo solido e un olio. Non è stata ancora investigata la natura di questo corpo liquido, che a simiglianza dei prodotti secondarii liquidi che accompagnano nelle sintesi analoghe il prodotto principale abitualmente solido, dovrebbe essere un isomero o una mescolanza di isomeri del benzil-β-naftolo. Si curerà tale determinazione nel prosieguo di questo lavoro. Indeterminata ancora é la natura del prodotto liquido insolubile in soda, che come è stato detto precedentemente resta disciolto nella benzina soprastante alla soluzione sodica: scacciata la benzina per spontanea

evaporazione, rimase una sostanza sciropposa rosso-bruna che non mostrò solidificarsi con gli ordinarii solventi nè fu per ora sottoposta a distillazione.

II. Scaldamento in presenza di alcool.

Gr. 200 di β-naftolo; gr. 180 di cloruro di benzile, gr. 40 di zinco granulato e gr. 60 di alcool a 96° come solvente, sono messi a reagire come il saggio precedente in pallone attaccato a refrigerante ascendente. Si osserva che pur scaldando la miscela la reazione non si effettua al principio, si ha invece tumultuosamente quando una porzione d'alcool viene scacciata; malgrado la reazione vivacissima lo svolgimento di acido cloridrico è molto scarso ciò che si spiega facilmente data la presenza dell'alcool. Dopo 6 ore circa la reazione apparendo compiuta si sospese il riscaldamento.

Il liquido vischioso color giallo rossastro posto in imbuto a rubinetto, fu il giorno seguente trovato separato in due strati: lo strato inferiore saggiato, dà tutte le reazioni del cloruro di zinco; trattatolo perciò con acqua calda ed estratta la parte insolubile con benzina, questa insieme allo strato superiore fu agitata parecchie volte con acqua ed indi con soda, nella quale la maggior parte del prodotto si scioglie ricavandosi per distillazione della benzina soprastante lo scarso residuo insolubile.

Dalla soluzione sodica per aggiunzione di acido cloridrico si separa una notevole quantità di sostanza giallo bruna, in parte liquida in parte solida ed anche cristallina.

La purificazione di questa sostanza fu compiuta come quella ricavata dalla preparazione della benzina ed anche qui la porzione facilmente solidificabile è accompagnata da un'altra che tende a conservare lo stato liquido; quest'ultima che si ritrova nelle acque madri benziniche come anche nei residui dei trattamenti acetici non è stata ancora purificata e si trova ancora mischiata a notevoli quantità del benzil-β-naftolo fondente a 115°-116° e che dovrà con successivi trattamenti isolarsi. La sostanza pura fondente a 115° finora ottenuta fu per questa preparazione corrispondente al 20% del naftolo impiegato; nella preparazione con benzina si ebbe un rendimento un po' più scarso. Quindi sembra che con alcool la reazione si attui meglio a giudicarne dalla minore quantità di corpi insolubili e dalla maggiore quantità di benzil β-naftolo finora isolato.

Altri solventi come l'acido acetico, il cloroformio, lo xilolo ecc. saranno in seguito sperimentati.

Derivato acetilico

Grammi 5 di naftolo-benzilato e grammi 2.5 di cloruro di acetile, furono fatti combinare in soluzione benzinica, preferendo questo modo a

quello finora usato dell'unione diretta dei due corpi, modo che come già col benzil-a-naftolo anche col Benzil-β-naftolo dette ottimi risultati.

La reazione compiutasi in pallone munito di refrigerante, scaldando per più di un'ora fino a cessazione dello sviluppo di acido cloridrico, dette un prodotto liquido leggermente colorato in giallo. Lasciato a spontanea evaporazione cristallizza.

Per purificarlo si preferì l'alcool dal quale si deposita in cristalli molto belli conformati in prismi tozzi d'apparenza monoclina, che saranno meglio identificati, e che fondono a 40°.

Per combustione si ebbe da gr. 0.280 di sostanza, gr. 0.149 di H_2O e gr. 0.847 di CO_2 e % C = 82.50; H = 5.91.

Calcolato per

$$C_{10}H_6 < \begin{matrix} OC_2 & H_3O \\ CH_2 . C_6H_5 \end{matrix}$$

C = 82.60; H = 5.79.

Derivato benzoilico

Seguendo la stessa tecnica ricordata pel derivato acetilico si ebbe la combinazione del benzil-β-naftolo col cloruro di benzoile scaldando per circa un'ora quantità equimolecolari dei due corpi sciolti in benzina.

Il liquido della reazione appena colorato in gialletto lascia per spontanea evaporazione un residuo sciropposo anch'esso appena gialletto; abbandonato a se stesso, finisce per solidificarsi, meglio però se lo si tratta con alcool, dal quale si deposita per raffreddamento in aghi bianchi sericei che fondono a 95-97°.

Per combustione da gr. 0.272 di sostanza si ebbero gr. 0.133 di H_2O e gr. 0.849 di CO_2, che % dà C = 85.12; H = 5.43.

Calcolato per

$$C_{10}H_6 < \begin{matrix} O . CO . C_6H_5 \\ CH_2 . C_6H_5 \end{matrix}$$

C = 85.20; H = 5.32.

L'identico prodotto fu preparato *con il nuovo metodo all' anidride fosforica:*

2 gr: del benzil naftolo con 1 gr: di acido benzoico furono sciolti in benzina e scaldati per mezz'ora in presenza di anidride fosforica, curando di agitar bene la massa. Decantato il liquido di color giallo paglierino, addizionandovi la benzina che vien messa in libertà dal trattamento acquoso della massa fosforica, la si lasciò a spontanea evaporazione: si separa una massa cristallina che si scioglie in alcool caldo, e se ne deposita in aghi bianchi fondenti pure a 95° a 97°.

Per combustione:

Da gr. 0.256 di sostanza si ebbero gr. 0.124 di H_2O e gr. 0,799 di CO_2; e % C = 85,11; H = 5.38.

Etere benzil naftolico dell'acido fenil p. nitrocinnamico

Come coll'acido benzoico, anche coll'acido fenil p. nitrocinnamico il benzil naftolo si combina assai facilmente se scaldato in soluzione benzinica con anidride fosforica. Per evaporazisne della benzina si ha un residuo in parte solido in parte oleoso solubile in acetone dal quale si separa in bellissimi fiocchi costituiti da lunghi aghi giallo paglierini.

Data la notevole solubilità in acetone anche a freddo, per meglio purificarli si preferì ridiscioglierli in alcool bollente, dal quale si ottennero per raffreddamento in aghi fondenti a 145°.

Per combustione da gr. 0,239 di sostanza si ebbero gr. 0.105 di H_2O e gr. 0.693 di CO_2 e $^0/_0$ C = 79.07 ; H = 4.86.

Calcolato per

$$C_{10}H_6 < \begin{matrix} OC_{13}H_{10}O_3N \\ CH_2 \,.\, C_6H_5 \end{matrix}$$

C = 79.17; H = 4.74.

La preparazione di altri derivati come lo studio di tutti i prodotti secondarii di questa reazione è in via di attuarsi.

Napoli, Istituto Chimico della R. Università,
Agosto, 1903.

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Gennaio 1904

Latitudine. . 40°52' N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich.
Altitudine. . 149m sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 + 9h	15h	21h	Medio diurno	Temperatura centigrada 9h	15h	21	Min.	Mass.	Medio diurno	Umidità assoluta in mm. 9h	15h	21h	Medio diurno	Umidità relativa in cent. 9h	15h	21h	Medio diurno	Quantità delle nubi 9h	15h	21h	Vento Direzione 9h	15h	21h	Velocità oraria in chilom. 9h	15h	21h	Pioggia delle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
1	47.7	48 2	50.0	48.63	11.4	12.8	10.4	9.7	13.1	11,15	7.1	7.8	7.5	7 47	71	72	80	74.3	4	4	10	SW	SSW	E	1	0	0	5 3	1 1
2	49 3	48 7	47.0	48 33	9.2	11.8	10.7	8 2	11.8	9.97	6.2	6.3	6.4	6 3)	71	61	67	66 3	4	10	10	N	NE	NE	0	1	2	—	1 4
3	44.3	43.4	42 4	43.37	11.5	11.2	10 5	9.6	11.8	10.85	7.4	8 1	7.0	7 5)	74	81	74	76.3	10	10	10	NE	NE	SE	4	0	2	12 0	2 3
4	**40.9**	42 1	43.1	42 03	10.7	11.7	10 8	10.0	12 8	11.08	7.8	8.1	7.5	7 8)	82	79	77	79 3	10	10	10	N	N	NE	1	0	0	3.3	1 5
5	45 1	45.0	46.0	45 37	9.6	11.5	9.2	8.7	11.7	9.80	7.7	7.7	6 9	7 43	87	76	80	81.0	10	10	10	N	ENE	NE	0	0	3	4.0	1 1
6	49.4	49 5	50 4	49.77	9.5	12.4	11 0	8.0	12.7	10.30	6.6	7.8	7.2	7 2)	75	73	74	74.0	5	9	10	NW	NNE	NE	1	0	0	6.5	0 9
7	52 3	52 2	53 0	52.50	10.3	12.5	11 1	9 7	13.1	11.05	7.2	8.0	7.3	7.5)	76	75	74	75 0	8	10	9	N	NE	N	0	0	0	0.2	1 2
8	54 2	53.0	52.9	53 37	11.0	13.2	10.7	10.0	**13.4**	11.27	7.0	7.8	6 6	7.13	71	69	70	70.0	2	4	0	N	ENE	N	0	0	0	—	1 4
9	50.4	48 3	49.0	49.23	8 4	12.7	10.0	8 1	13.2	9.93	6.6	7 2	6.1	6 63	81	66	67	71 3	2	10	0	N	NNW	NE	0	0	0	—	1 4
10	49 2	48 2	49.5	48.97	10.4	12 5	9.2	8 4	12.9	10.22	6.1	6.0	5.6	5.90	65	56	65	62.0	0	2	0	ENE	NE	NE	0	1	0	—	1 8
11	50 1	49 9	51.7	50.57	8 3	10.5	7 8	6.8	11.3	8 55	5.2	5 3	4 7	5.07	63	56	60	59.7	0	2	0	ENE	ENE	NE	0	0	0	—	2 4
12	53 6	52 8	53 8	53.40	7.7	10.3	9.2	5.7	10 6	8 30	4.7	6.8	6 9	6 13	60	73	80	71.0	9	9	10	ENE	ENE	NW	0	0	0	—	1 6
13	55 3	54.6	54 6	54 83	8.8	12 0	9.6	7 3	12.0	9 43	6 4	7 2	6 5	6.70	76	69	73	72 7	0	4	0	W	WSW	W	0	0	0	—	0.7
14	53.6	52.0	50.8	52.13	10.1	12.2	11.5	8 3	12.7	10 65	6 6	8 3	**9.4**	8 10	72	79	**93**	81.3	10	10	10	SW	SSW	SW	0	1	7	1.0	0 9
15	47.8	48 1	49 3	48.40	12.7	12.9	10.7	10.4	13.2	11.75	8 5	8 3	6 6	7.8)	78	75	70	74 3	7	9	0	SW	WSW	SW	12	8	16	5.1	1 0
16	50.8	48 9	45.3	48.33	9.9	10 3	10.4	8.3	11 3	9.98	6.6	7.0	8 4	7 33	73	75	91	79 7	0	10	10	NW	WSW	WSW	0	0	5	2 6	1.8
17	42.3	41 3	42.3	41.97	9.4	9.9	7.5	7.4	12 3	9.15	5.2	5.1	5.8	5.37	59	56	74	63.0	5	9	8	SW	SW	W	6	18	0	12.7	1 6
18	41 6	42.3	43.3	42 40	4 2	5 6	4.8	2·7	7.0	4.67	5.4	4 9	3 7	4 67	87	73	57	72 3	10	10	0	N	NE	NE	0	1	0	8.9	2 0
19	44 2	43 9	45 0	44.37	4.4	7 1	4.7	**2.5**	7 8	4 85	**3.7**	4 5	4.7	4 30	59	59	73	63.7	0	0	0	NE	NE	NE	0	1	2	—	1 3
20	44 7	43 3	43.4	43.80	6.0	7.4	8.0	4.7	8 2	6.73	5 8	5 1	5 3	5 40	84	66	65	71.7	10	10	10	E	NE	ENE	1	6	19	0.6	1 7
21	43.6	43 6	45.3	44 17	8.1	8.9	8.2	7.3	9 4	8.25	5.4	5 5	5.1	5 33	67	65	63	65 0	10	10	10	E	NE	NE	1	7	2	—	1 9
22	49.1	50.6	53 3	51.00	8.0	9.6	6 9	6.7	9.7	7 82	5.6	5.6	4 8	5 33	69	62	65	65 3	5	5	0	NE	NE	NE	2	1	1	—	1.8
23	56 3	56 2	56.6	56 40	6.8	10.6	6.8	5 9	11.0	7.63	4 3	4 8	4.4	4.50	59	50	60	56 3	0	0	0	NE	E	NE	0	0	0	—	2 0
24	56 1	53 8	53 6	54 50	7.2	10.6	7.3	5.1	11.1	7.67	4.2	4.5	4.0	4.23	55	**46**	53	51 3	0	0	0	NE	E	NE	0	0	1	—	2 2
25	52.7	50.7	49.7	51.03	6.9	7.3	8 3	6.0	9 0	7.55	4.6	6.9	5.5	5.67	62	90	67	73 0	10	10	10	N	NE	NE	0	1	1	1.7	2.6
26	49.7	50 3	51.0	50.33	9.8	9.6	8.2	7.7	10.5	9 05	5.9	8 0	6 3	6 73	65	89	78	77 3	9	8	4	NE	NE	NE	1	1	0	5 3	1 4
27	52.3	52 3	53.9	52 83	10 1	11.7	8.2	7.8	11 8	9.48	6 5	6 2	5.7	6 13	71	61	70	67.3	3	0	0	NE	E	N	3	4	0	0 3	1 0
28	55.5	55.2	56.9	55.87	8.2	12 1	9.9	6 4	12.3	9.20	5.0	5 3	5.7	5 33	62	51	63	58.7	0	0	0	N	NE	N	0	0	0	—	2.0
29	**58.1**	57.3	57.6	57 67	8.6	12.0	8.0	6.5	12 2	8 82	4 6	6 9	6 6	6.03	55	66	82	67.7	0	0	0	N	NE	NW	0	0	0	—	1.6
30	55.6	53 3	51 8	53.57	9.0	11.0	9.5	7 5	11.2	9.30	6.5	7.0	6 1	6 53	76	71	60	72 0	10	7	10	NW	SSW	SW	0	0	0	—	0.6
31	48 4	47.0	45.1	46.83	8.8	11.9	10.8	7.9	12.0	9.88	7.8	7.5	7.5	7.60	92	73	77	80.7	6	7	8	S	SW	S	0	2	0	2.6	0.7
Medi mens	49.81	49 23	49.60	49.55	8.87	10.83	9.05	7.40	11.39	9.17	6.07	6 63	6.19	6 29	70.9	68.2	71 3	70 1	5.1	6.4	5 1							somma 72.1	somma 46.9

CATALOGO

DELLE PUBBLICAZIONI PERVENUTE ALL' ACCADEMIA

dal 20 Dicembre 1903 al 16 Gennaio 1904

PUBBLICAZIONI ITALIANE

Firenze — *Rivista scientifico industriale* — Anno XXXV, n. 21-22 — 1903.

Biblioteca nazionale centrale — Bullettino delle publicazioni italiane, n. 36 — 1903.

Livorno — *Periodico di matematica per l' insegnamento secondario* — Anno XIX, fasc. III.

Milano — *Reale Istituto lombardo di scienze e lettere* — Rendiconti, serie II, vol. XXXVI, fasc. XVIII-XIX — 1903.

Palermo — *Circolo matematico* — Rendiconti, tomo XVII, fasc. VI — 1903.

Pavia — *Rivista di fisica, matematica e scienze naturali* — Anno 4, n. 48 — 1903.

Roma — *Reale Accademia dei Lincei* — Rendiconti, vol. XII, fasc. 11-12 — 1903.

L' Elettricista — Anno XIII, ser. II, vol. III, n. 1 — 1904.

Sassari — *Studi sassaresi* — Anno III, sez. II, fasc. I — 1903,

Torino — *Società degli ingegneri e degli architetti*—Atti, anno XXXVII, fasc. 5 — 1903.

La Rivista tecnica delle scienze, delle arti applicate all' industria e dell' insegnamento industriale — Anno III, fasc. 11-12 — 1903.

Venezia — *Osservatorio meteorologico del Seminario Patriarcale* — Bollettino mensile, Novembre 1903.

PUBBLICAZIONI STRANIERE

Berlin — *Zoologisch. Station zu Neapel* — Mittheilungen, Band 16 — 1903.

K. Preussisch. Meteorologisch. Institut — Jarhrbuch, Heft II — 1903.

Bonn — *Niederrheinisch. Gesellschaft für Natur- und Heilkunde* —Sitzungsberichte Hälfte I — 1903.

Naturhistorisch. Verein — Verhandlungen, Jahrg. 60, Hälfte I — 1903.

Budapest — *Magyar Tudományos Akadémia Támogatásával* — Nemzeti Muzeum Kötet I, Második Rész. — 1903.

Cincinnati — *Allegheny Observatory* — Miscellaneous scientific papers, new series, n. 15-16 — 1903.

Dublin — *Royal Irish Academy* — Transactions, vol. XXXII, section A, part VII-IX; section B, vol. XXXII, part III-IV; Proceedings, section A, vol. XXIV, part. 3; section B, vol. XXIV, part 4 — 1903.

Kobenhavn — *Académie Royale des sciences et des lettres* — Mémoires, t. XI, n. 6; Bulletin, n. 4-5 — 1903.

Nyt Tidsskrift for Matematik — A. 14 Aarg., n. 4; B. 14 Aarg., n. 4 — 1903.

La Haye — *Société Hollandaise des sciences à Harlem* — Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles, série II, tome VIII, 5e livr. — 1903.

Leipzig — *Archiv der Mathematik und Physik* — Band 7, Heft 1-2 — 1903.

London — *Royal Society* — Philosophical transactions, series A, vol. 202, n. 356-359; Proceedings, vol. LXXII, n. 485 486 — 1903.

Royal Astronomical Society — Monthly notices, vol. LXIV, n. 1 — 1903.

Nature — Vol. 69, n. 1781-1784 — 1904.

Mineralogical Society (Mineralogical Magazine) — Journal, vol. XIII, n. 62 — 1903.

Mathematical Society — Proceedings, series 2, vol. 1, part. 3 — 1904.

Lyon — *Université de Lyon* — Annales, nouvelle série, I. Sciences, Médicine, fasc. 12 — 1903.

Mexico — *Direccion general de Estadistica* — Résumé de l'histoire de la poste au Mexique — 1904.

Paris — *Archives de neurologie* — Vol. XVI, n. 96-97 — 1903.

Académie des sciences — Comptes rendus ebdomadaires des séances, tome CXXXVII, n. 24-26 (1903); tome CXXXVIII, n. 1 — 1904.

École normale supérieure — Annales scientifique, tome XX, n. 11 — 1903.

Société d'encouragement pour l'industrie nationale — Compte rendu, n. 1; Bulletin, tome 105, n. 5 — 1903.

St. Petersbourg — *Observatoire central Nicolas* — Publications, serie II, vol. X; vol. XIII — 1903.

Sydney — *Australian Museum* — Records, vol. IV, n. 3 — 1903.

Geological survey of New South Wales — Geology, n. 3 — 1903.

Tokio — *K. Japanisch. Universität* — Mittheilungen aus der Medizinisch. Facultät, Band VI, n. 1; Journal of the College of science, vol. XVII, art. 12; vol. XVIII, art. 4; vol. XIX, art. 8 et 10 — 1903.

Toronto — *Royal Society* — Proceedings and transactions, second series, vol. VIII — 1902.

Trieste — *I. r. Osservatorio astronomico-meteorologico* — Rapporto annuale, vol. XVII — 1903.

Urbana (Illinois) — *Illinois State Laboratory of Natural History* — Bulletin, vol. VI, art. II — 1903.

Wien — *K. k. geologisch. Reichsanstalt* — Verhandlungen, n. 12-15 — 1903.

Zagreb — *Societas scientiarum naturalium croatica* — God. XIV, Prua Polov., Druga Polov. 1902; God. XV, Prua Polov. — 1903.

OPERE PRIVATE

Gaudry Albert, *Séance publique annuelle du Lundi 21 Décembre 1903.* — Paris.

Hallock-Greenewalt, *Pulse and Rhythm* — Philadelphia, 1903.

Lupsa Ing. Ferdinand, *Die Nordpolsphinx oder Frage der modernen Nordpolar-Forschung* — Laibach, 1903.

Fascicolo 2° ANNO XLIII. Febbraio 1904.

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell'adunanza del dì 16 Gennaio 1904.
Presiede il presidente **G. Paladino.**

Assistono i soci ordinari Bassani, Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo (segretario), Delpino, de Martini, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci, Villari ed il corrispondente Scacchi.

Il segretario legge il verbale della tornata precedente che viene approvato e presenta i libri giunti in cambio ed in dono, segnalando fra questi il discorso di Albert Gaudry, presidente dell'Accademia di Francia, tenuto nella tornata pubblica del 21 Dicembre 1903, nonchè un opuscolo di Mary Hallock-Greenewalt di Filadelfia intitolato: *Pulse and Rhythm.*

Il presidente invita l'Accademia a voler deliberare intorno al concorso per il centenario di Petrarca, in seguito a diverse proposte di soci si stabilisce di rimandare la discussione alla prossima tornata.

Processo verbale dell'adunanza del dì 6 Febbraio 1904.
Presiede il presidente **G. Paladino.**

Assistono i soci ordinari Bassani, Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo (segretario), Fergola, Paladino, Pinto, Villari e il corrispondente Scacchi.

Il segretario legge il verbale della tornata precedente, che viene approvato, e presenta i libri giunti in cambio e in dono fra cui gli Atti dell'Accademia Pontaniana, tre Memorie del prof. G. Mercalli coi ti-

toli: la 1ª « *Sulla forma di alcuni prodotti delle esplosioni vesuviane recenti* »; la 2ª « *Ancora intorno al modo di formazione di una cupola lavica vesuviana* »; la 3ª « *Notizie vesuviane* ». Presenta pure il *Rendiconto* del mese di Dicembre.

Il socio Cesàro comunica una Nota del dottor B. Calò: *Su alcuni problemi relativi alla deformazione delle congruenze.* Il presidente incarica i soci Cesàro, Capelli e Fergola di esaminarla e riferirne.

Il segretario del Pezzo, a nome del socio ordinario non residente prof. G. Torelli, presenta una Nota del dottor Guido Fubini: *Sulla inversione degli integrali definiti.* I soci Fergola, Capelli e Torelli sono incaricati dal presidente di esaminarla e riferirne.

Processo verbale dell'adunanza del dì 13 Febbraio 1904.
Presiede il presidente **G. Paladino.**

Sono presenti i soci ordinari Bassani, Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo (segretario), Delpino, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci, Villari e il corrispondente Scacchi.

Il segretario legge il verbale dell' adunanza precedente che viene approvato e presenta i libri giunti in cambio e in dono.

Il presidente riferisce che si è recato a far visita al socio prof. de Martini, infermo, portandogli gli auguri di pronta guarigione da parte dell' Accademia. Il prof. de Martini ha molto gradito il pensiero dei colleghi e sentitamente ringrazia.

Il socio Cesàro anche a nome dei colleghi Fergola e Capelli legge il rapporto sulla Nota del dottor B. Calò, presentata nella tornata precedente, proponendone l'inserzione nel *Rendiconto.* L' Accademia approva all'unanimità.

Il segretario a nome del socio non residente G. Torelli e dei colleghi Fergola e Capelli legge il rapporto sulla Nota del dott. Guido Fubini, presentata nella precedente adunanza, e ne propone l'inserzione nel *Rendiconto.* Le conclusioni della relazione sono approvate all'unanimità dall'Accademia.

Il presidente comunica alcune notizie e sue considerazioni: *Sopra un caso di udizione colorata.*

RELAZIONE *sulla Nota del prof.* B. Calò.

(Adunanza del dì 13 Febbraio 1904)

La ricerca, fatta da Bonnet, delle superficie suscettibili di flessioni, che non ne alterino le curvature principali, ha suggerito al prof. Calò lo studio, alquanto più generale, delle superficie capaci di flettersi in guisa che una congruenza (normale) di raggi, ad esse rigidamente vincolati, venga trascinata nella flessione senza che i fuochi si spostino lungo i raggi. Il lavoro del prof. Calò merita di esser pubblicato nel « *Rendiconto* ».

E. FERGOLA
A. CAPELLI
E. CESÀRO, *relatore.*

SU ALCUNI PROBLEMI RELATIVI ALLA DEFORMAZIONE DELLE CONGRUENZE: *Nota di* **B. Calò**, *Professore nel R. Istituto tecnico di Napoli.*

(Adunanza del dì 6 Febbraio 1904)

1. Nel lavoro di O. Bonnet: *Mémoire sur la théorie des surfaces applicables sur une surface donnée* *), si trova studiata (pag. 73-92) la questione di ricercare le superficie che ammettono una flessione continua con conservazione dei raggi principali di curvatura. Tutte le soluzioni del detto problema furono trovate da Bonnet e sono: 1° le superficie sviluppabili; 2° le superficie a curvatura media nulla o costante; 3° una classe di superficie (immaginarie) dipendenti da due funzioni arbitrarie; 4° una famiglia di superficie, dipendenti da costanti arbitrarie, e applicabili sopra superficie di rotazione.

Quest'ultima famiglia di superficie è caratterizzata da un'equazione differenziale del terzo ordine, la cui integrazione, non effettuata da Bonnet, fu poi tentata da Hazzidakis **), il quale riuscì a dedurne solo un integrale primo.

Fissando l'attenzione sopra una qualunque superficie S_1, suscettibile di una deformazione di Bonnet, è facile vedere, che, se sulla normale ad S_1 in un suo punto qualunque M_1 consideriamo il punto M coniugato armonico di M_1 rispetto ai due centri principali di curvatura di S_1, la superficie S luogo del punto M subisce una semplice flessione, mentre la S_1 si flette con conservazione dei raggi principali di curvatura.

---

*) *Journal de l'École polytechnique.* Cah. 42.

**) Nella Memoria: *Biegung mit Erhaltung der Hauptkrümmungsradien.* Journal von Crelle, Bd. CXVII, S. 42-56.

La congruenza delle normali ad S_1 non riuscirà normale ad S, se non quando S_1 è a curvatura media costante, nel qual caso anche S ha la stessa curvatura media costante. Escluso questo caso, la superficie S gode delle seguenti proprietà: è superficie di partenza di una congruenza normale di raggi, non ortogonale ad S; e la S sarà suscettibile di una semplice flessione, tale che su ciascun raggio della congruenza, trasportato da S durante la flessione, rimangono fissi i due fuochi.

Ci proponiamo di ricercare se le superficie S, dedotte, come sopra abbiamo indicato, dalle superficie di Bonnet, siano le sole che godono dell'anzidetta proprietà. Applicando la definizione di deformazione di una congruenza introdotta dal Prof. Bianchi nella Memoria: *Sulla teoria delle trasformazioni delle superficie a curvatura costante* *), possiamo enunciare il nostro problema così:

Quali congruenze normali, riferite ad una superficie di partenza non ortogonale ad esse, si possono deformare, flettendo la superficie di partenza, in modo che su ciascun raggio rimangano fissi i due fuochi?

Nei §§ 2, 3, poste analiticamente le condizioni del nostro problema, si trova che la superficie di partenza S dev'essere applicabile sopra una superficie di rotazione e i raggi della congruenza essere normali alle deformate dei paralleli ed inclinati sulla superficie di un angolo σ che soddisfa alla condizione $r \operatorname{tg} \sigma = \text{cost.}$, indicando con r il raggio del parallelo; inoltre, scelte come linee coordinate della S le deformate dei meridiani e dei paralleli e scelti opportunamente i parametri corrispondenti, la flessione della S dev'esser tale che la somma dei coefficienti D, D'' della sua seconda forma quadratica fondamentale (secondo Gauss) rimanga inalterata.

Nel § 4, prima di passare alla ricerca delle superficie S che soddisfano alle precedenti condizioni, vien dimostrato che considerando sopra ogni raggio della congruenza il punto M_1 coniugato armonico del punto di partenza M rispetto ai due fuochi, il luogo di M_1 è una superficie S_1 che si flette durante la flessione di S, ed i raggi della congruenza rimangono collegati invariabilmente tanto ad S che ad S_1, per modo che anche S_1 è una delle superficie suscettibili delle deformazioni considerate.

Nei §§ 5, 6, 7, limitandoci presentemente a supporre $D + D''$ funzione soltanto del parametro u variabile sopra un meridiano, vien ridotta la ricerca delle superficie S, suscettibili delle flessioni indicate, all'integrazione di un'equazione differenziale che in generale è del 3° ordine ed in casi particolari si riduce al 2° ordine.

Integrata questa equazione, risulta noto non solo l'elemento lineare di S, ma anche i coefficienti della sua seconda forma fondamentale, cosicchè la superficie S resta intrinsecamente determinata.

---

*) Annali di matematica, T. III, Ser. III, pag. 185 e seg., Milano.

Ora l'integrazione dell'equazione anzidetta è in generale assai difficile. Nel caso particolare considerato nel § 6, essa si può ridurre ad un tipo di equazione già considerato dal Chini nella ricerca delle superficie a curvatura media costante applicabili sopra una superficie di rotazione (vedi la Memoria citata in seguito).

Nel § 8 è stato considerato il caso particolare che la superficie S_1, che si flette insieme con S, sia normale ai raggi della congruenza. La S risulta allora una delle superficie di Bonnet, ricordate in principio; applicando alcuni teoremi del Darboux e del Bianchi, abbiamo poi dimostrato che le superficie S_1 di Bonnet sono a linee di curvatura isotermiche, cosa che già per via analitica era stata osservata dall'Hazzidakis nella Memoria citata.

Infine nel § 9, abbiamo considerato un altro caso particolare ricercando se fra le superficie S, suscettibili delle flessioni indicate, ve ne può essere alcuna che resulti superficie media rispetto alla congruenza ad essa legata.

In questo caso l'equazione differenziale da cui dipende la determinazione di S si riduce al 2° ordine e s'integra completamente.

Si trova così una famiglia di superficie dipendente da costanti arbitrarie di cui ciascuna ammette una flessione (che è una flessione continua della superficie in sè medesima), per cui la superficie resta superficie media della congruenza ad essa legata, mentre i fuochi sopra ciascun raggio della congruenza restano fissi durante la flessione.

2. Nelle presenti ricerche faremo uso delle notazioni e formole fondamentali adottate dal Prof. Bianchi nella Memoria già citata: sceglieremo, cioè, sulla superficie S a linee coordinate $u = \text{cost.}$ le linee di S normali ai raggi della congruenza (C) e a linee $v = \text{cost.}$ le loro traiettorie ortogonali.

Indicheremo il quadrato dell'elemento lineare di S con

$$ds^2 = E du^2 + G dv^2 \tag{1}$$

e con x, y, z le coordinate cartesiane ortogonali di un punto generico $M \equiv (u, v)$ di S e con

$$\begin{matrix} X_1, & Y_1, & Z_1, \\ X_2, & Y_2, & Z_2, \\ X_3, & Y_3, & Z_3, \end{matrix}$$

i coseni di direzione della terna ortogonale coll'origine in M e formata: 1° dalla tangente alla linea $v = \text{cost.}$; 2° dalla tangente alla linea $u = \text{cost.}$; 3° dalla normale alla superficie.

Se indichiamo con D, D', D'' i coefficienti della seconda forma differenziale quadratica, che insieme colla (1) definisce (secondo Gauss) la

configurazione della superficie S, avremo le seguenti formole:

$$
(2)\quad \left\{
\begin{aligned}
&\frac{\partial x}{\partial u} = \sqrt{E}\,X_1 \;, \quad \frac{\partial x}{\partial v} = \sqrt{G}\,X_2 \;,\\
&\frac{\partial X_1}{\partial u} = -\frac{1}{\sqrt{G}}\frac{\partial\sqrt{E}}{\partial v}X_2 + \frac{D}{\sqrt{E}}X_3 \;,\\
&\frac{\partial X_2}{\partial u} = \frac{1}{\sqrt{G}}\frac{\partial\sqrt{E}}{\partial v}X_1 + \frac{D'}{\sqrt{G}}X_3 \;,\\
&\frac{\partial X_3}{\partial u} = -\frac{D}{\sqrt{E}}X_1 - \frac{D'}{\sqrt{G}}X_2 \;,\\
&\frac{\partial X_1}{\partial v} = \frac{1}{\sqrt{E}}\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}X_2 + \frac{D'}{\sqrt{E}}X_3 \;,\\
&\frac{\partial X_2}{\partial v} = -\frac{1}{\sqrt{E}}\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}X_1 + \frac{D''}{\sqrt{G}}X_3 \;.\\
&\frac{\partial X_3}{\partial v} = -\frac{D'}{\sqrt{E}}X_1 - \frac{D''}{\sqrt{G}}X_2 \;,
\end{aligned}
\right.
$$

e le formole analoghe per le derivate di y, Y_1, Y_2, Y_3, e di z, Z_1, Z_2, Z_3. Indicheremo poi con X, Y, Z i coseni di direzione del raggio della congruenza uscente dal punto M, e con σ (funzione di u, v) l'angolo d'inclinazione del raggio stesso sulla linea $v = \text{cost.}$; avremo allora

$$
(3)\quad \left\{
\begin{aligned}
X &= \cos\sigma \,.\, X_1 + \operatorname{sen}\sigma \,.\, X_3 \;.\\
Y &= \cos\sigma \,.\, Y_1 + \operatorname{sen}\sigma \,.\, Y_3 \;,\\
Z &= \cos\sigma \,.\, Z_1 + \operatorname{sen}\sigma \,.\, Z_3 \;.
\end{aligned}
\right.
$$

Adottiamo infine per la congruenza stessa le notazioni usate da Kummer

$$
(4)\quad \left\{
\begin{aligned}
&E' = \sum\left(\frac{\partial X}{\partial u}\right)^2 , \quad F' = \sum\frac{\partial X}{\partial u}\frac{\partial X}{\partial v} \;, \quad G' = \sum\left(\frac{\partial X}{\partial v}\right)^2 ,\\
&e = \sum\frac{\partial X}{\partial u}\frac{\partial x}{\partial u} \;, \quad f = \sum\frac{\partial X}{\partial u}\frac{\partial x}{\partial v} \;, \quad f' = \sum\frac{\partial X}{\partial v}\frac{\partial x}{\partial u} \;, \quad g = \sum\frac{\partial X}{\partial v}\frac{\partial x}{\partial v} \;.
\end{aligned}
\right.
$$

Ciò premesso, derivando rispetto ad u, v le formole (3), e tenendo presenti le (2), avremo

$$
(5)\quad \left\{
\begin{aligned}
\frac{\partial X}{\partial u} &= -\operatorname{sen}\sigma\left(\frac{D}{\sqrt{E}} + \frac{\partial\sigma}{\partial u}\right)X_1 - \left(\operatorname{sen}\sigma\frac{D'}{\sqrt{G}} + \frac{\cos\sigma}{\sqrt{G}}\frac{\partial\sqrt{E}}{\partial v}\right)X_2 + \cos\left(\frac{D}{\sqrt{E}} + \frac{\partial\sigma}{\partial u}\right)X_3\\
\frac{\partial X}{\partial v} &= -\operatorname{sen}\sigma\left(\frac{D'}{\sqrt{E}} + \frac{\partial\sigma}{\partial v}\right)X_1 + \left(\frac{\cos\sigma}{\sqrt{E}}\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u} - \operatorname{sen}\sigma\frac{D''}{\sqrt{G}}\right)X_2 + \cos\left(\frac{D'}{\sqrt{E}} + \frac{\partial\sigma}{\partial v}\right)X_3
\end{aligned}
\right.
$$

e le formole analoghe per le derivate di Y, Z.

Da queste formole, facendo uso delle notazioni (4), ricaviamo

$$
(6)\quad \begin{cases}
E' = \left(\dfrac{D}{\sqrt{E}} + \dfrac{\partial\sigma}{\partial u}\right)^2 + \left(\operatorname{sen}\sigma\,\dfrac{D'}{\sqrt{G}} + \dfrac{\cos\sigma}{\sqrt{G}}\,\dfrac{\partial\sqrt{E}}{\partial v}\right)^2 ; \\[2ex]
F' = \left(\dfrac{D}{\sqrt{E}} + \dfrac{\partial\sigma}{\partial u}\right)\left(\dfrac{D'}{\sqrt{E}} + \dfrac{\partial\sigma}{\partial v}\right) - \left(\operatorname{sen}\sigma\,\dfrac{D'}{\sqrt{G}} + \dfrac{\cos\sigma}{\sqrt{G}}\,\dfrac{\partial\sqrt{E}}{\partial v}\right)\left(\dfrac{\cos\sigma}{\sqrt{E}}\,\dfrac{\partial\sqrt{G}}{\partial u} - \operatorname{sen}\sigma\,\dfrac{D''}{\sqrt{G}}\right) , \\[2ex]
G' = \left(\dfrac{D'}{\sqrt{E}} + \dfrac{\partial\sigma}{\partial v}\right)^2 + \left(\dfrac{\cos\sigma}{\sqrt{E}}\,\dfrac{\partial\sqrt{G}}{\partial u} - \operatorname{sen}\sigma\,\dfrac{D''}{\sqrt{G}}\right)^2 ; \\[2ex]
e = -\sqrt{E}\operatorname{sen}\sigma\left(\dfrac{D}{\sqrt{E}} + \dfrac{\partial\sigma}{\partial u}\right) \;,\quad f = -\sqrt{G}\left(\operatorname{sen}\sigma\,\dfrac{D'}{\sqrt{G}} + \dfrac{\cos\sigma}{\sqrt{G}}\,\dfrac{\partial\sqrt{E}}{\partial v}\right) , \\[2ex]
f' = -\sqrt{E}\operatorname{sen}\sigma\left(\dfrac{D'}{\sqrt{E}} + \dfrac{\partial\sigma}{\partial v}\right) \;,\quad g = \sqrt{G}\left(\dfrac{\cos\sigma}{\sqrt{E}}\,\dfrac{\partial\sqrt{G}}{\partial u} - \operatorname{sen}\sigma\,\dfrac{D''}{\sqrt{G}}\right) .
\end{cases}
$$

Indicando ora con ρ_1, ρ_2 le ascisse dei due fuochi, contate sopra ogni raggio della congruenza a partire dal punto $M \equiv (u, v)$ in cui incontra la superficie S, ricordiamo che esse sono le due radici dell'equazione

$$(E'G' - F'^2)\rho^2 + \{gE' - (f + f')F' + eG'\} . \rho + eg - ff' = 0 ;$$

mentre le ascisse r_1, r_2 dei due punti limiti (sempre reali) sono le due radici dell'equazione

$$(E'G' - F'^2)r^2 + \{gE' - (f + f')F' + eG'\} . r + eg - \left(\frac{f + f'}{2}\right)^2 = 0 .$$

E se poniamo, col Prof. Bianchi,

$$(7)\quad M = \left(\frac{D}{\sqrt{E}} + \frac{\partial\sigma}{\partial u}\right)\left(\frac{\cos\sigma}{\sqrt{E}}\,\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u} - \frac{\operatorname{sen}\sigma . D''}{\sqrt{G}}\right) + \left(\frac{D'}{\sqrt{E}} + \frac{\partial\sigma}{\partial v}\right)\left(\frac{\operatorname{sen}\sigma . D'}{\sqrt{G}} + \frac{\cos\sigma}{\sqrt{G}}\,\frac{\partial\sqrt{E}}{\partial v}\right) ,$$

avremo per i coefficienti delle due dette equazioni le espressioni seguenti, calcolate mediante le formole (6),

$$
(7')\quad \begin{cases}
E'G' - F'^2 = M^2 , \\[1ex]
gE' - (f + f')F' + eG' = \left\{\sqrt{G}\left(\dfrac{D}{\sqrt{E}} + \dfrac{\partial\sigma}{\partial u}\right) - \operatorname{sen}\sigma . \sqrt{E}\left(\dfrac{\cos\sigma}{\sqrt{E}}\,\dfrac{\partial\sqrt{G}}{\partial u} - \dfrac{\operatorname{sen}\sigma . D''}{\sqrt{G}}\right)\right\} . M . \\[1ex]
eg - ff' = -\operatorname{sen}\sigma . \sqrt{EG} . M , \\[1ex]
eg - \left(\dfrac{f + f'}{2}\right)^2 = -\operatorname{sen}\sigma\sqrt{EG} . M - \dfrac{1}{4}\left(\cos\sigma\,\dfrac{\partial\sqrt{E}}{\partial v} - \sqrt{E}\operatorname{sen}\sigma\,\dfrac{\partial\sigma}{\partial v}\right)^2 .
\end{cases}
$$

3. Esprimiamo ora le condizioni inerenti alla questione che ci siamo proposta.

Innanzi tutto ricerchiamo se la superficie S si può flettere in modo che sui raggi della congruenza trasportati da S nella sua flessione rimangano fissi i due fuochi; perchè ciò accada, durante la flessione medesima dovranno rimanere inalterati i valori dei rapporti fra le prime tre quantità (7'); e poichè σ, E, G rimangono inalterati, sarà necessario e sufficiente che per la detta flessione rimangano inalterati i valori di M e della quantità

$$(8) \qquad \sqrt{G}\left(\frac{D}{\sqrt{E}}+\frac{\partial\sigma}{\partial u}\right)-\operatorname{sen}\sigma\sqrt{E}\left(\frac{\cos\sigma}{\sqrt{E}}\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}-\frac{\operatorname{sen}\sigma . D''}{\sqrt{G}}\right);$$

tenendo presente che durante la flessione di S, oltre E, G, σ, rimane inalterata anche la curvatura totale di S, data dalla formola di Gauss

$$(9) \qquad K=\frac{DD''-D'^2}{EG}.$$

e trascurando nell'espressione (7) di M e nell'espressione (8) i termini che per la flessione di S rimangono invariati, avremo che le deformazioni cercate di S saranno quelle che non alterano il valore delle espressioni

$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{\cos\sigma}{E}\dfrac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}.D-\dfrac{\operatorname{sen}\sigma}{\sqrt{G}}\dfrac{\partial\sigma}{\partial u}.D''+\dfrac{1}{\sqrt{G}}\left(\dfrac{\cos\sigma}{\sqrt{E}}\dfrac{\partial\sqrt{E}}{\partial v}+\operatorname{sen}\sigma\dfrac{\partial\sigma}{\partial v}\right).D', \\ \sqrt{\dfrac{G}{E}}.D+\operatorname{sen}^2\sigma\sqrt{\dfrac{E}{G}}.D''. \end{array}\right.$$

Si riconosce facilmente che queste condizioni non possono essere fra loro indipendenti, altrimenti, dovendo rimanere invariata anche $DD''-D'^2$, dovrebbero rimanere inalterati D, D', D'', ciò che è assurdo. Ne segue che si dovrà avere

$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{\cos\sigma}{\sqrt{E}}\dfrac{\partial\sqrt{E}}{\partial v}+\operatorname{sen}\sigma\dfrac{\partial\sigma}{\partial v}=0, \\ \operatorname{sen}^2\sigma\sqrt{\dfrac{E}{G}}.\dfrac{\cos\sigma}{E}\dfrac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}+\sqrt{\dfrac{G}{E}}\dfrac{\operatorname{sen}\sigma}{\sqrt{G}}\dfrac{\partial\sigma}{\partial u}=0 \text{ *)}; \end{array}\right.$$

*) Ed infatti, le condizioni precedenti si possono esprimere così:

$$\begin{array}{l} \alpha D+\beta D''+\gamma D'=\delta, \\ \lambda D+\mu D''\qquad\quad=\nu, \end{array}$$

ove $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda, \mu, \nu$ rappresentano quantità che rimangono inalterate per la flessione di S; e λ, μ sono evidentemente positive. Risolvendo queste due equazioni rispetto a D, D'' e sostituendo l'espressioni trovate nell'equazione

$$DD''-D'^2=KEG.$$

si dovrà ottenere un'identità rispetto a D'; ciò porta che $\alpha\mu-\beta\lambda=0, \gamma=0$.

ossia, trascurando la soluzione $\sigma = \frac{\pi}{2}$ corrispondente al problema considerato da Bonnet, dovremo avere

$$(10) \qquad \begin{cases} \cos\sigma \dfrac{\partial\sqrt{E}}{\partial v} + \sqrt{E}\,\mathrm{sen}\,\sigma \dfrac{\partial\sigma}{\partial v} = 0 \,, \\[2ex] \dfrac{1}{\sqrt{G}} \dfrac{\partial\sqrt{G}}{\partial u} + \dfrac{1}{\mathrm{sen}\,\sigma\cos\sigma} \dfrac{\partial\sigma}{\partial u} = 0 \,. \end{cases}$$

A queste due equazioni aggiungeremo ora l'altra esprimente che la congruenza considerata è una congruenza normale, cioè

$$(11) \qquad \cos\sigma \,.\, \frac{\partial\sqrt{E}}{\partial v} - \sqrt{E}\,\mathrm{sen}\,\sigma \frac{\partial\sigma}{\partial v} = 0 \,.$$

Dalle (10,) (11) ricaviamo

$$\frac{\partial\sqrt{E}}{\partial v} = 0 \quad , \quad \frac{\partial\sigma}{\partial v} = 0 \,,$$

$$\sqrt{G} = k \,.\, \mathrm{cotg}\,\sigma \,,$$

ove k indica una costante arbitraria. Le quantità E, σ risulteranno dunque funzioni di u soltanto; potremo perciò fissare i parametri u, v in modo che si abbia

$$(12) \qquad E = \frac{\cos^2\sigma}{\mathrm{sen}^4\sigma} \quad , \quad G = \mathrm{cotg}^2\sigma \,.$$

La superficie S risulta quindi applicabile sopra una superficie di rotazione e le sue linee $v =$ cost., $u =$ cost. sono rispettivamente le deformate dei meridiani e dei paralleli; inoltre le flessioni di S che verificano la condizione imposta saranno quelle che lasciano invariata la quantità

$$\sqrt{\frac{G}{E}}\, D + \mathrm{sen}^2\sigma \sqrt{\frac{E}{G}} \,.\, D''$$

od anche l'altra

$$D + \mathrm{sen}^2\sigma \,.\, \frac{E}{G} \,.\, D'' \,,$$

la quale, tenendo presenti le (12), si può scrivere più semplicemente $D + D''$. Potremo dunque enunciare il seguente resultato:

Affinchè le due superfici focali di una congruenza normale si conservino durante una flessione della superficie di partenza S, *supposta non normale ai raggi della congruenza, è necessario e sufficiente:*

1° *che la* S *sia applicabile sopra una superficie di rotazione e i raggi*

della congruenza siano normali alle linee deformate dei paralleli ed inclinati sulla superficie di un angolo σ che soddisfa alla condizione

$$r \,.\, \mathrm{tg}\,\sigma = \text{costante}\,,$$

essendo r *il raggio del parallelo;*

2° *che, posto l'elemento lineare di* S *sotto la forma*

$$ds^2 = \frac{\cos^2\sigma}{\mathrm{sen}^4\sigma}\, du^2 + \mathrm{cotg}^2\sigma \,.\, dv^2\,,$$

durante la flessione di S, *il valore dell'espressione* $\mathrm{D} + \mathrm{D}''$ *rimanga inalterato.*

4. Resta ora a vedere se esistono superficie applicabili sopra una superficie di rotazione e suscettibili di deformazioni tali da soddisfare alla seconda condizione contenuta nel teorema precedente. Prima di passare a questa ricerca, deduciamo dalla condizione stessa, supposta verificata, alcune conseguenze. Poniamo

$$\mathrm{D} + \mathrm{D}'' = \frac{2\cos\sigma}{\mathrm{sen}^2\sigma}\left(\frac{\mathrm{cotg}\,\sigma}{\mathrm{T}} - \sigma'\right), \tag{13}$$

ove σ' indica la derivata di σ per rispetto ad u, e T una funzione di u, v, ancora indeterminata, ma il cui valore non si altera per la flessione di S.

Dalle (7'), tenendo presente la (13), ricaviamo

$$\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} = -\frac{g\mathrm{E}' - (f + f')\mathrm{F}' + e\mathrm{G}'}{eg - ff'} = \frac{2}{\mathrm{T}}\,,$$

da cui

$$\frac{1}{\mathrm{T}} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}\right),$$

cioè T è, sopra ogni raggio della congruenza, l'ascissa del punto M_1, coniugato armonico del punto M di S, rispetto ai due fuochi.

È facile vedere che nella flessione considerata di S anche la superficie S_1 luogo dei punti M_1 si deforma pure per semplice flessione. Ed infatti per le coordinate di M_1 abbiamo

$$x_1 = x + \mathrm{TX}\quad,\quad y_1 = y + \mathrm{TY}\quad,\quad z_1 = z + \mathrm{TZ}\,;$$

e, derivando rispetto ad u, v, abbiamo

$$\frac{\partial x_1}{\partial u} = \frac{\partial x}{\partial u} + \mathrm{T}\frac{\partial \mathrm{X}}{\partial u} + \frac{\partial \mathrm{T}}{\partial u}\mathrm{X}\quad,\quad \frac{\partial x_1}{\partial v} = \frac{\partial x}{\partial v} + \mathrm{T}\frac{\partial \mathrm{X}}{\partial v} + \frac{\partial \mathrm{T}}{\partial v}\mathrm{X},$$

e le formole analoghe per le derivate di y_1, z_1. Per i coefficienti della

forma quadratica che rappresenta il quadrato dell'elemento lineare di S_1 avremo, tenendo presenti le (2), (3), (4),

$$E_1 = E + \left(\frac{\partial T}{\partial u}\right)^2 + 2\frac{\partial T}{\partial u}\sqrt{E}\cos\sigma + T^2E' + 2Te\ ,$$

$$F_1 = \frac{\partial T}{\partial u}\frac{\partial T}{\partial v} + \frac{\partial T}{\partial v}\sqrt{E}\cos\sigma + T^2F' + 2Tf\ ,$$

$$G_1 = G + \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)^2 + T^2G' + 2Tg\ .$$

Se poi ricordiamo le formole (6), (9) e teniamo conto delle (12), (13), avremo

$$\begin{cases} E_1 = \left(\frac{\partial T}{\partial u} + \operatorname{cotg}^2\sigma\right)^2 + (T\sigma' - \operatorname{cotg}\sigma)^2 + \operatorname{cotg}^2\sigma(1 - T^2K)\ , \\ F_1 = \frac{\partial T}{\partial v}\left(\frac{\partial T}{\partial u} + \operatorname{cotg}^2\sigma\right)\ , \\ G_1 = \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)^2 + (T\sigma' - \operatorname{cotg}\sigma)^2 - T^2K\,.\operatorname{cotg}^2\sigma\ , \end{cases}$$

Queste espressioni restano evidentemente inalterate per la flessione della superficie S, quindi anche la superficie S_1 subisce, come avevamo asserito, una semplice flessione.

Mediante le formole che dànno $\frac{\partial x_1}{\partial u}, \frac{\partial x_1}{\partial v}$, e tenendo presenti le (3), (5), si possono calcolare facilmente i coseni degli angoli che ogni raggio della congruenza forma colle tangenti alle linee u, v della superficie S_1 e colla sua normale; e, ricordando la (13), se ne conclude che, durante la deformazione di S e di S_1, i raggi della congruenza rimangono invariabilmente collegati tanto alla superficie S che alla superficie S_1, quindi S_1 *è una superficie suscettibile, come* S, *delle speciali flessioni che stiamo considerando.*

Perciò, se la congruenza (C) non è normale ad S_1, anche S_1 risulterà applicabile sopra una superficie di rotazione e i raggi della congruenza saranno normali alle linee di S_1 deformate dei paralleli. È evidente poi che alle linee di S, deformate dei meridiani e paralleli, corrisponderanno in S_1 rispettivamente le linee deformate dei meridiani e paralleli, solo quando T sia funzione soltanto del parametro u variabile sul meridiano.

Quando invece la congruenza (C) risulti normale ad S_1, sarà T funzione della sola u e dovrà soddisfare alla condizione

$$\frac{dT}{du} + \operatorname{cotg}^2\sigma = 0\ ;$$

LIBRARY
UNIVERSITY OF ILLINOIS

in questo caso S_1 è evidentemente una delle superficie di Bonnet applicabili sopra superficie di rotazione e deformabili con conservazione dei raggi principali di curvatura.

5. Passiamo ora al punto fondamentale della nostra ricerca, che è il seguente: *Se è possibile determinare la funzione* σ *di* u *in modo che la superficie* S, *di elemento lineare*

$$ds^2 = \frac{\cos^2\sigma}{\operatorname{sen}^4\sigma} du^2 + \operatorname{cotg}^2\sigma \, . \, dv^2 \, , \tag{14}$$

ammetta una flessione per cui rimanga invariato il valore dell'espressione $D + D''$.

Se poniamo

$$D + D'' = \frac{\cos^2\sigma}{\operatorname{sen}\sigma} \, . \, P \, ,$$

ove P indica una funzione per ora indeterminata, il problema enunciato si ridurrà all'altro di ricercare se è possibile scegliere le funzioni σ e P in modo che le quattro equazioni

$$\left\{ \begin{aligned} & D + D'' = \frac{\cos^2\sigma}{\operatorname{sen}\sigma} \, . \, P \, , \\ & DD'' - D'^2 = K \frac{\operatorname{cotg}^4\sigma}{\operatorname{sen}^2\sigma} \, . \\ & \frac{\partial D}{\partial v} - \frac{\partial D'}{\partial u} - \frac{\cos\sigma}{\operatorname{sen}\sigma} \sigma' . \, D' = 0 \, , \\ & \frac{\partial D''}{\partial u} - \frac{\partial D'}{\partial v} + \frac{\operatorname{sen}\sigma}{\cos\sigma} \sigma' . \, D + \frac{\sigma'}{\operatorname{sen}\sigma \, . \cos\sigma} \, . \, D'' = 0 \, , \end{aligned} \right. \tag{15}$$

di cui la seconda è l'equazione di Gauss e le ultime due l'equazioni di Codazzi, formino, rispetto alle funzioni incognite D, D', D'', un sistema *illimitatamente integrabile.*

Ci limitiamo per ora a supporre P funzione soltanto di u, riserbandoci di considerare in una prossima Nota il caso in cui P sia funzione di u e v.

Per le prime due equazioni (15) potremo porre

$$D = \frac{1}{2} \frac{\cos^2\sigma}{\operatorname{sen}\sigma} (P - Q\cos\theta) \, , \quad D'' = \frac{1}{2} \frac{\cos^2\sigma}{\operatorname{sen}\sigma} (P + Q\cos\theta) \, , \quad D' = \frac{1}{2} \frac{\cos^2\sigma}{\operatorname{sen}\sigma} \, . \, Q \operatorname{sen}\theta \, , \tag{16}$$

essendo

$$Q = \sqrt{P^2 - \frac{4K}{\operatorname{sen}^4\sigma}} \tag{17}$$

e θ una funzione incognita di u, v. Sostituendo nelle due ultime equazioni (15) per D, D', D'' l'espressioni (16), ed osservando che Q, come P e σ, risulta funzione della sola u, abbiamo

$$\begin{cases} \operatorname{sen}\theta \dfrac{\partial\theta}{\partial v} - \cos\theta \dfrac{\partial\theta}{\partial u} = \dfrac{\partial}{\partial u} \log(Q\cos^2\sigma) \,.\, \operatorname{sen}\theta \,, \\ \cos\theta \dfrac{\partial\theta}{\partial v} + \operatorname{sen}\theta \dfrac{\partial\theta}{\partial u} = \dfrac{\partial}{\partial u} \log(Q\cos^2\sigma) \,.\, \cos\theta + \dfrac{1}{Q}\dfrac{\partial P}{\partial u} \,; \end{cases}$$

e risolvendo rispetto a $\dfrac{\partial\theta}{\partial u}$, $\dfrac{\partial\theta}{\partial v}$,

$$(18) \qquad \begin{cases} \dfrac{\partial\theta}{\partial u} = \dfrac{1}{Q}\dfrac{\partial P}{\partial u} \,.\, \operatorname{sen}\theta \,, \\ \dfrac{\partial\theta}{\partial v} = \dfrac{1}{Q}\dfrac{\partial P}{\partial u} \,.\, \cos\theta + \dfrac{\partial}{\partial u} \log(Q\cos^2\sigma) \,. \end{cases}$$

Affinchè questo sistema, di due equazioni nella funzione incognita θ, sia illimitatamente integrabile, è necessario e sufficiente che, derivando la prima rispetto a v e la seconda rispetto ad u ed eguagliando i secondi membri dell'equazioni ottenute, si abbia un'identità rispetto a θ. Procedendo in questo modo, si ottengono, come equazioni di condizione, le due seguenti:

$$(19) \qquad \begin{cases} \dfrac{1}{Q}\dfrac{\partial P}{\partial u} \cdot \dfrac{\partial}{\partial u} \log(Q\cos^2\sigma) = \dfrac{\partial}{\partial u}\left(\dfrac{1}{Q}\dfrac{\partial P}{\partial u}\right), \\ \dfrac{\partial^2}{\partial u^2} \log(Q\cos^2\sigma) = \left(\dfrac{1}{Q}\dfrac{\partial P}{\partial u}\right)^2 . \end{cases}$$

Dalla prima, integrando, si ottiene

$$(20) \qquad \frac{1}{Q}\frac{\partial P}{\partial u} = k \,.\, Q\cos^2\sigma \,,$$

ove k è una costante arbitraria.

Distinguiamo ora due casi, secondochè

$$k = 0 \,, \qquad \text{oppure} \qquad k \neq 0 \,.$$

6. 1° $k = 0$. Dall'equazione (20) ricaviamo

$$P = l \,,$$

con l costante arbitraria; e dalla seconda delle (19) abbiamo, integrando,

$$Q\cos^2\sigma = e^{\alpha u + \beta} \,,$$

ove α, β indicano costanti arbitrarie; se poi ricordiamo l'espressione (17) di Q, ne dedurremo la relazione seguente

$$-4K \,.\, \mathrm{cotg}^4\sigma + l^2 \cos^4\sigma = e^{2(\alpha u+\beta)} \,.$$

Ma la curvatura K relativa alla forma (14) è espressa da

$$K = \mathrm{tg}^3\sigma \,.\, \sigma'' + \mathrm{tg}^4\sigma \,.\, \sigma'^2 \,, \tag{21}$$

quindi la relazione precedente assumerà la forma

$$\mathrm{cotg}\,\sigma \,.\, \sigma'' + \sigma'^2 - \frac{l^2}{4} \cos^4\sigma + \frac{1}{4} e^{2(\alpha u+\beta)} = 0 \,; \tag{22}$$

e questa è un'equazione differenziale del 2° ordine che, una volta integrata, ci fornirà σ espressa per la variabile u e contenente, oltre le tre costanti arbitrarie l, α, β, le altre due che provengono dall'integrazione.

Inoltre le (18) assumono la forma

$$\frac{\partial\theta}{\partial u} = 0 \quad , \quad \frac{\partial\theta}{\partial v} = \alpha \,,$$

e se ne deduce

$$\theta = \alpha v + \gamma \,,$$

ove γ è una nuova costante arbitraria.

Dalle (16) abbiamo infine le espressioni di D, D', D''.

Variando γ, la superficie S corrispondente subisce una deformazione che soddisfa a tutte le condizioni richieste; questa deformazione è evidentemente una flessione continua della superficie S in sè medesima e della stessa natura è la flessione della superficie S_1, legata ad S come è stato detto nel § 4. In tutti i raggi della congruenza, invariabilmente connessa ad S, che partono dai punti di una stessa linea $u =$ cost., sono costanti le ascisse dei fuochi ed è pure costante l'ascissa del punto in cui ciascun raggio incontra una stessa superficie Σ normale alla congruenza; questa superficie appartiene alla classe di superficie di Weingarten, i cui raggi principali di curvatura sono l'uno funzione dell'altro.

In particolare, se la costante l è nulla, l'equazione differenziale a cui soddisfa σ sarà

$$\mathrm{cotg}\,\sigma \,.\, \sigma'' + \sigma'^2 + \frac{1}{4} e^{2(\alpha u+\beta)} = 0 \,, \tag{23}$$

che non cambia mutando σ in $-\sigma$; l'espressione $D + D''$ sarà durante

la flessione di S costantemente nulla e dalla (13) ricaveremo

$$\frac{1}{T} = \frac{\sigma'}{\operatorname{cotg}\sigma},$$

valore che non si altera cambiando σ in $-\sigma$; per questo stesso cambiamento non si alterano i valori dei coefficienti dell'elemento lineare della superficie S_1, quindi, in questo caso, se i raggi della congruenza (C) si riflettono sulla superficie S, la congruenza riflessa (C') durante la flessione di S godrà delle stesse proprietà che la (C); di più la superficie S'_1 riflessa di S_1 (per modo che due loro punti corrispondenti M_1, M'_1 siano simmetrici rispetto al piano tangente in M alla superficie riflettente S) saranno applicabili l'una sull'altra.

Ma l'equazione (23), e tanto più la (22), è di difficile integrazione; cambiando l'incognita σ nell'altra y, legata a σ dalla relazione

$$\operatorname{tg}\frac{\sigma}{2} = -\operatorname{tgh}\left(\frac{y}{4}\right),$$

e la variabile u nell'altra

$$x = \alpha u + \beta - \log(2\alpha),$$

l'equazione (23) assume la forma

$$\frac{d^2y}{dx^2} + e^{2x}\operatorname{senh} y = 0 ;$$

a questa equazione è stata ridotta dal Chini *) la ricerca delle superficie a curvatura media costante applicabili sopra una superficie di rotazione, od anche, potremmo dire, la ricerca delle superficie a curvatura costante positiva che coincidono colle loro trasformate di Lie.

7. 2° $k \neq 0$. La seconda equazione (19), a causa della (20), si può scrivere così

$$\frac{d^2}{du^2}\log(Q\cos^2\sigma) = k^2(Q\cos^2\sigma)^2 .$$

Ponendo

$$k \,.\, Q\cos^2\sigma = e^{\varphi}, \tag{24}$$

l'equazione stessa prende la forma ben nota

$$\frac{d^2\varphi}{du^2} = e^{2\varphi},$$

*) Chini M., *Sulle superficie a curvatura media costante.* Giornale di Matematiche di Battaglini. Vol. XXVII.

che integrata una prima volta dà

$$\varphi'^2 = e^{2\varphi} - m^2 ,$$

ove m è una costante arbitraria.

Se $m = 0$, con una nuova integrazione abbiamo

$$e^{\varphi} = \frac{1}{h \pm u} , \tag{25}$$

ove h è una costante arbitraria; se poi $m \neq 0$, otterremo invece

$$e^{\varphi} = \frac{\pm m}{\operatorname{sen}(mu + n)} , \tag{25'}$$

ove n è una costante arbitraria.

Per la (24), l'equazione (20) potrà scriversi così

$$\frac{dP}{du} = \frac{1}{k \cos^2\sigma} e^{2\varphi} . \tag{26}$$

Elevando poi a quadrato la (24) e ricordando l'espressione (17) di Q, avremo

$$P^2 = \frac{4K}{\operatorname{sen}^4\sigma} + \frac{1}{k^2 \cos^4\sigma} e^{2\varphi} . \tag{27}$$

Eliminando P fra le due equazioni (26), (27), col ricordare che e^{φ} ha l'espressione (25) oppure (25'), si otterrà un'equazione differenziale del 3° ordine rispetto a σ, che, una volta integrata, ci fornirà σ espressa per la variabile u, e contenente, oltre le costanti arbitrarie che già compariscono nell'equazione stessa, le altre tre che provengono dall'integrazione.

Inoltre l'equazioni (18), tenendo presenti le (20), (24), assumono la forma

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\theta}{\partial u} = e^{\varphi} . \operatorname{sen}\theta , \\[2ex] \dfrac{\partial\theta}{\partial v} = e^{\varphi} . \cos\theta + \varphi' , \end{cases}$$

e si possono integrare, dopo avervi sostituito per e^{φ} l'espressione (25) o (25').

$$(28) \quad \begin{cases} \text{Per} \quad e^{\varphi} = \dfrac{1}{h + u} & \text{avremo} \quad \operatorname{tg}\dfrac{1}{2}\theta = \dfrac{u + h}{v + s} . \\[2ex] \text{»} \quad e^{\varphi} = \dfrac{1}{h - u} & \text{»} \quad \operatorname{tg}\dfrac{1}{2}\theta = \dfrac{v + s}{h - u} . \\[2ex] \text{»} \quad e^{\varphi} = \dfrac{m}{\operatorname{sen}(mu + n)} & \text{»} \quad \operatorname{tg}\dfrac{1}{2}\theta = \operatorname{tg}\left(\dfrac{mu + n}{2}\right) \operatorname{tgh}\left(\dfrac{mv + s}{2}\right) . \\[2ex] \text{»} \quad e^{\varphi} = \dfrac{-m}{\operatorname{sen}(mu + n)} & \text{»} \quad \operatorname{tg}\dfrac{1}{2}\theta = -\operatorname{cotg}\left(\dfrac{mu + n}{2}\right) \operatorname{cotgh}\left(\dfrac{mv + s}{2}\right) . \end{cases}$$

In ciascuna delle formole, contenute nella precedente tabella, s rappresenta una costante arbitraria; dalle (16) avremo poi le espressioni di D, D'', D' e così ogni superficie S della famiglia resterà intrinsecamente determinata.

Col variare della costante s, la superficie S corrispondente subisce una deformazione che soddisfa a tutte le condizioni richieste; questa deformazione è evidentemente una flessione continua della superficie S in sè medesima, e della stessa natura è la flessione della superficie S_1 considerata nel § 4. Per la congruenza di raggi invariabilmente connessa ad S si può ripetere quanto abbiamo già detto nel caso di $k = 0$, considerato nel § precedente.

Resta ad integrare l'equazione del 3° ordine (26), ove si ponga per P l'espressione ricavata dalla (27) e per e^{φ} l'espressione (25) o (25').

Tale integrazione è in generale assai difficile. Noi ci limiteremo a considerare nel seguente paragrafo un caso particolare in cui l'equazione stessa diviene equivalente a un'equazione differenziale, a cui già pervennero Bonnet ed Hazzidakis senza riuscire ad effettuarne l'integrazione.

Nel paragrafo successivo considereremo poi un altro caso particolare in cui l'equazione stessa si può integrare completamente.

8. Cerchiamo se i raggi della congruenza (C) invariabilmente connessa alla superficie S possono risultare normali alla superficie S_1 che, come abbiamo visto nel § 4, si flette insieme con S. Quando ciò sia possibile, la S_1 risulterà una di quelle superficie, ricercate da Bonnet, che si flettono con conservazione dei raggi principali di curvatura (vedi § 4 in fine). La condizione richiesta si verificherà quando il segmento T considerato nel § 4 (ed ora funzione della sola u) soddisfi alla condizione

$$T' = -\operatorname{cotg}^2\sigma \,. \tag{29}$$

Confrontando la (13) colla prima delle (15), abbiamo

$$P = \frac{2}{\operatorname{sen}\sigma\cos\sigma}\left(\frac{\operatorname{cotg}\sigma}{T} - \sigma'\right), \tag{30}$$

e se deriviamo rispetto ad u col tener conto della (29), e confrontiamo l'espressione ottenuta per $\frac{dP}{du}$ con quella fornita dalla (26), otteniamo

$$-2\operatorname{cotg}\sigma.\sigma'' + 2(\operatorname{cotg}^2\sigma - 1)\sigma'^2 - 4\operatorname{cotg}^3\sigma.\sigma'\frac{1}{T} + 2\operatorname{cotg}^4\sigma.\frac{1}{T^2} = \frac{e^{2\varphi}}{k}\,. \tag{31}$$

D'altra parte l'equazione (27), sostituendovi per P l'espressione (30)

e per K l' espressione (21), assume la forma

$$(32)\quad -4\cot g\sigma.\sigma''+4(\cot g^2\sigma-1)\sigma'^2-8\cot g^3\sigma.\sigma'\frac{1}{T}+4\cot g^4\sigma.\frac{1}{T^2}=\frac{e^{2\varphi}}{k^2}.$$

Confrontando le due equazioni (31), (32), si vede che esse sono compatibili solo quando $k=\frac{1}{2}$, ed in questo caso esse si riducono all'unica equazione

$$-\cot g\sigma.\sigma''+(\cot g^2\sigma-1).\sigma'^2-2\cot g^3\sigma.\sigma'.\frac{1}{T}+\cot g^4\sigma.\frac{1}{T^2}=e^{2\varphi}.$$

Eliminando σ fra questa equazione e la (29) si ha l' equazione differenziale del 3° ordine rispetto a T

$$(33)\quad \frac{T'''}{2(1-T')}-\frac{T''^2}{2T'(1-T')}-\frac{T'T''}{T(1-T')}-\frac{T'^2}{T^2}+e^{2\varphi}=0\,;$$

equivalente all' equazione del 3° ordine, stabilita da Bonnet e poi da Hazzidakis, da cui dipende la determinazione di quelle speciali superficie, applicabili sopra superficie di rotazione, e suscettibili di una flessione continua in sè medesime per cui sono conservati i raggi principali di curvatura.

Integrata la (33) e determinata la funzione T, si avrà dalla (29) l' espressione di σ, e corrispondentemente la famiglia delle superficie S e quella delle superficie di Bonnet S_1.

Queste superficie S_1, come Hazzidakis ha osservato, hanno la proprietà di essere a linee di curvatura isotermiche. Tale proprietà possiamo subito dedurre fondandoci sul seguente teorema di Darboux *).

Sia una superficie Σ_1 *e sulla normale in un punto qualunque* M_1 *di* Σ_1 *consideriamo il punto* M *coniugato armonico di* M_1 *rispetto ai due centri principali di curvatura, e sia* Σ *la superficie luogo di* M; *la condizione necessaria e sufficiente affinchè la* Σ_1 *sia a linee di curvatura isotermiche è che, considerata* Σ_1 *come una delle due superficie* Σ_1, Σ_2 *inviluppo delle sfere di centro* M, *su queste due superficie si corrispondano le linee di curvatura.*

Evidentemente le due superficie Σ_1, Σ_2 inviluppo di sfere aventi i centri sulla superficie Σ sono normali a due congruenze Γ_1, Γ_2 di raggi uscenti dai punti di Σ e riflesse l' una dell' altra rispetto a Σ, quindi la condizione espressa nel teorema di Darboux, affinchè Σ_1 sia a linee di curvatura isotermiche, si può enunciare così: *che nelle due congruenze* Γ_1, Γ_2 *riflesse l' una dell' altra rispetto a* Σ *si corrispondano le sviluppabili.*

---

*) G. Darboux, *Sur les surfaces isothermiques*, Annales de l'École normale supérieure, Terza serie, Tomo XVI, 1899, pag. 504.

Ora si deve al Bianchi il seguente teorema:

Affinchè le sviluppabili di una congruenza normale si conservino per riflessione sulla superficie di partenza Σ, *in tutte le flessioni della superficie d' incidenza* Σ, *è necessario e sufficiente che questa sia applicabile sopra una superficie di rotazione e i raggi della congruenza siano condotti normalmente alle deformate dei paralleli ed inclinati sulla superficie di un angolo* σ *che soddisfi alla condizione*

$$r \operatorname{tg} \sigma = \text{costante},$$

essendo r *il raggio del parallelo* *).

Basta ora osservare che la nostra superficie S e la congruenza (C) che da essa emana soddisfano appunto alle condizioni espresse nel teorema del Bianchi, e che su ciascun raggio della congruenza il punto M di S è coniugato armonico del punto M_1 di S_1 rispetto ai due centri di curvatura della S_1, per concludere, applicando il teorema di Darboux, che la superficie S_1 è a linee di curvatura isotermiche.

9. Come secondo caso particolare cerchiamo se la superficie S può essere superficie media della congruenza (C). In tal caso la superficie S_1 legata ad S si riduce al piano all'infinito, cioè si ha

$$\frac{1}{T} = 0 \; ;$$

quindi, per la (13) e per la prima delle (15), si deve avere

$$P = -\frac{2\sigma'}{\operatorname{sen}\sigma \cos\sigma} \, . \tag{34}$$

Derivando rispetto ad u e confrontando l'espressione ottenuta per $\frac{dP}{du}$ con quella fornita dalla (26), abbiamo

$$-\operatorname{cotg}\sigma \, . \, \sigma'' + (\operatorname{cotg}^2\sigma - 1) \, . \, \sigma'^2 = \frac{1}{2k} e^{2\varphi} \, . \tag{35}$$

D' altra parte l' equazione (27), sostituendovi per P l'espressione (34) e per K l' espressione (21), assume la forma

$$-\operatorname{cotg}\sigma \, . \, \sigma'' + (\operatorname{cotg}^2\sigma - 1) \, . \, \sigma'^2 = \frac{1}{4k^2} e^{2\varphi} \, . \tag{36}$$

Queste due equazioni (35), (36) sono compatibili fra loro solo quando $k = \frac{1}{2}$, ed allora si riducono all' unica equazione

$$-\operatorname{cotg}\sigma \, . \, \sigma'' + (\operatorname{cotg}^2\sigma - 1) \, . \, \sigma'^2 = e^{2\varphi} \, .$$

---

*) Bianchi L., Memoria citata, pag. 33.

Ora questa equazione si può integrare facilmente.

Dividiamo perciò ambo i membri di essa per $\cos^2\sigma$ e cambiamo i segni, avremo allora

$$\frac{\sigma''}{\operatorname{sen}\sigma\cos\sigma} - \frac{\cos^2\sigma - \operatorname{sen}^2\sigma}{\operatorname{sen}^2\sigma \,.\, \cos^2\sigma} \,.\, \sigma'^2 = - e^{2\varphi} \frac{1}{\cos^2\sigma}$$

ossia

$$\frac{d^2}{du^2} \log \operatorname{tg}\sigma = - e^{2\varphi}(1 + \operatorname{tg}^2\sigma) \,.$$

Ora ricordiamo che la funzione φ di u soddisfa all'equazione

$$\frac{d^2\varphi}{du^2} = e^{2\varphi} \,.$$

Perciò cambiando la funzione incognita σ nell'altra ψ legata ad essa dalla relazione

$$\operatorname{tg}\sigma = e^{\psi - \varphi} \,, \tag{37}$$

si ha per determinare ψ l'equazione

$$\frac{d^2\psi}{du^2} = - e^{2\psi} \,,$$

che, integrata una prima volta, dà

$$\psi'^2 = - e^{2\psi} + p^2 \,,$$

ove p è una costante arbitraria, che dovrà essere reale e diversa da zero, se ci limitiamo a considerare quantità reali. E con una nuova integrazione abbiamo

$$e^{\psi} = \frac{\pm p}{\cosh(pu + q)} \,, \tag{38}$$

ove q è una nuova costante arbitraria.

Dalla (37), se ricordiamo la (14), otterremo per l'elemento lineare della superficie S

$$ds^2 = e^{2(\varphi - \psi)}(1 + e^{2(\varphi - \psi)})du^2 + e^{2(\varphi - \psi)}dv^2 \,. \tag{39}$$

Dalla (34) abbiamo poi

$$\mathrm{P} = 2(\varphi' - \psi') \,,$$

e dalla (24), ricordando che ora $k = \frac{1}{2}$, abbiamo

$$\mathrm{Q} = 2e^{\varphi}(1 + e^{2(\psi - \varphi)})$$

e dalle (16) ricaviamo per D, D', D'' l'espressioni seguenti:

$$
(40)\quad \begin{cases}
D = \dfrac{\varphi' - \psi'}{e^{\psi-\varphi}\sqrt{1+e^{2(\psi-\varphi)}}} - e^{2\varphi-\psi}\sqrt{1+e^{2(\psi-\varphi)}}\,.\cos\theta\ , \\[2ex]
D'' = \dfrac{\varphi' - \psi'}{e^{\psi-\varphi}\sqrt{1+e^{2(\psi-\varphi)}}} + e^{2\varphi-\psi}\sqrt{1+e^{2(\psi-\varphi)}}\,.\cos\theta\ , \\[2ex]
D' = e^{2\varphi-\psi}\sqrt{1+e^{2(\psi-\varphi)}}\,.\operatorname{sen}\theta\ .
\end{cases}
$$

Le formole (39), (40), ove φ, θ, ψ sono funzioni note delle u, v, date dalle formole (25), (25'), (28), (38), definiscono completamente la corrispondente famiglia di superficie, a meno di movimenti nello spazio.

Relazione *sulla Nota del dott.* G. Fubini.

(Adunanza del dì 13 Febbraio 1904)

La Nota del Dott. Fubini riconduce il problema d'inversione degl'integrali definiti, di cui si è anteriormente occupato il Prof. Volterra, e che è stato poi esteso dal Dott. Burgatti, ad un caso particolare d'un problema più generale, che l'autore tratta con metodo estremamente semplice. Noi crediamo l'argomento degno di questi Rendiconti e perciò ne proponiamo l'inserzione.

E. Fergola
A. Capelli
G. Torelli, *relatore.*

Sull'inversione degli integrali definiti; *Nota di* **Guido Fubini.**

(Adunanza del dì 6 Febbraio 1904)

Il Dott. Burgatti in una sua nota *), dopo aver ridimostrato con metodo semplice ed elegante una formola dovuta al Prof. Volterra, generalizza il problema d'inversione, proponendosi di trovare una funzione $\varphi(y)$ tale che:

$$
\int_0^x [\psi_0(x, y)\varphi(y) + \psi_1(x, y)\varphi'(y) + \cdots + \psi_n(x, y)\varphi^{(n)}(y)]dy = f(x) \qquad (1)
$$

*) Rendiconti dell'Accademia dei Lincei 1903.

dove la f e le ψ_i si suppongono date; in una nota seguente risolve il caso $n=1$. Ora si può vedere che il problema (1) è caso particolare di un problema un po' più generale, che si può risolvere con grande semplicità. Posto anche per $n>1$

$$\psi_n(x,y)=\varphi_n(x,y) \quad \psi_i(x,y)=\varphi_i(x,y)+\frac{\partial}{\partial y}\varphi_{i+1} \qquad (i=n-1,n-2,\dots,1,0) \quad (2)$$

$$\varphi_i(x,x)=\chi_i(x) \qquad \varphi_i(x,0)=\lambda_i(x) \qquad (3)$$

avremo da (1), integrando per parti,

$$\int_0^x \varphi_0(x,y)\varphi(y)dy+\chi_1(x)\varphi(x)+\chi_2(x)\varphi'(x)+\dots+\chi_n(x)\varphi^{(n-1)}(x)=$$
$$=+\lambda_1(x)\varphi(0)+\lambda_2(x)\varphi'(0)+\dots+\lambda_n(x)\varphi^{(n-1)}(0)+f(x)\,. \quad (4)$$

Fissiamo in modo qualunque i valori di $\varphi(x), \varphi'(x), \dots, \varphi^{(n-1)}(x)$ per $x=0$. Togliendo da $\varphi(x)$ un polinomio conveniente potremo supporre tutti questi valori nulli; così facendo il primo membro di (4) diminuisce di una funzione determinata di x che noi porteremo al secondo membro la (4) diventa così:

$$\int_0^x \varphi_0(x,y)\varphi(y)dy+\chi_1(x)\varphi(x)+\dots+\chi_n(x)\varphi^{(n-1)}(x)=\tau(x) \qquad (4')$$

dove $\tau(x)$ è una funzione nota insieme a φ_0 e alle χ, e dove possiamo supporre

$$\varphi(0)=\varphi'(0)=\dots=\varphi^{(n-1)}(0)=0\,.$$

Naturalmente supporremo anche $\tau(0)=0$. Siano ora $\sigma_0,\sigma_1,\dots,\sigma_{n-2}$ (se $n>1$) gli integrali di

$$\chi_1(x)\varphi(x)+\dots+\chi_n(x)\varphi^{(n-1)}(x)=0 \qquad (5)$$

e sia σ_i definito dalle:

$$\sigma_i(0)=0 \quad \sigma'_i(0)=0 \quad \sigma_i^{(i-1)}(0)=0 \quad \sigma_i^{(i+1)}(0)=0 \quad \sigma^{(n-2)}(0)=0 \quad \sigma_i^{(i)}(0)=1\,.$$

Sia $\vartheta(x)$ una funzione di x tale che $\vartheta(0)=0$. L'integrale I di

$$\chi_1(x)\rho(x)+\dots+\chi_n(x)\rho^{(n-1)}(x)=\vartheta(x) \qquad (6)$$

nullo per $x=0$ insieme alle sue prime « $n-2$ » derivate avrà nulla per $x=0$ anche la $(n-1)^{esima}$ derivata e si potrà porre:

$$\mathrm{I}=\mu_0(x)\sigma_0(x)+\dots+\mu_{n-2}(x)\sigma_{n-2}(x)$$

dove le μ_i saranno tutte nulle per $x=0$ e si determinano col metodo solito della variazione delle costanti arbitrarie. Supposto che $x=0$ sia nn punto di regolarità per (5) ossia che le σ_i siano in un intorno finite

e che il loro Wronskiano sia finito insieme alla quantità reciproca, troveremo delle formule:

$$\mu_i(x) = \int_0^x \Delta_i(x) \vartheta(x) dx$$

dove le Δ_i sono finite, cosicchè se nell'intorno è $|\vartheta(x)| < Mx^n$ (M=cost.) avremo che esisterà una costante α tale che $|\mu_i| < \alpha M \frac{x^{n+1}}{n+1}$ e quindi anche esisterà una costante determinata K tale che nell'intorno è

$$|I| < KM \frac{x^{n+1}}{n+1} \qquad (\text{supposto } |\vartheta| < Mx^n) . \tag{7}$$

Se $n = 1$ si avrebbe invece, com'è evidente,

$$|I| < KMx^n \qquad (\text{supposto } |\vartheta| < Mx^n) \tag{7'}$$

dove K è pure una costante determinata $\left(\text{il massimo di } \frac{1}{\chi_1(x)}\right)$.

Consideriamo il primo membro di (5) come un'operazione funzionale $A(\varphi)$. Supponiamo cioè di avere un'operazione $A(\varphi)$ qualsiasi però tale che, se $A(\varphi) = \vartheta$ si sappia fare in modo univoco l'inversione, almeno se φ e ϑ appartengono a classi determinate di funzioni (nel nostro caso p. es. che ϑ, φ e le prime $n-2$ derivate di φ siano nulle per $x = 0$) e che se $|\vartheta| < Mx^n$ sia verificata la (7) o la (7'). Io dico che noi potremo risolvere l'equazione funzionale

$$A(\varphi) + \int_0^x \psi_0(x, y) \varphi(y) dy = \mu(x) \tag{8}$$

purchè ancora si sappia che per l'operazione A a una serie convergente come una serie esponenziale si possa applicare la A alla serie, termine a termine (ciò che pure avviene nel caso nostro). Sostituiamo alla (8) la

$$A(\varphi) + h \int_0^x \psi(x, y) \varphi(y) dy = \mu(x) \tag{9}$$

dove $h =$ cost. e cerchiamo di sviluppare φ secondo una serie ordinata per le potenze ascendenti di h. Otterremo

$$\varphi(y) = a_0(y) + h a_1(y) + h^2 a_2 + \cdots \tag{10}$$

dove

$$A(a_0(x)) = \mu(x) \qquad A(a_i(x)) = -\int_0^x \psi(x, y) a_{i-1}(y) dy \, (i = 1, 2, \ldots) \tag{11}$$

che ci permetteranno di determinare successivamente le a_i.

Sia $|a_0| < N$; $|\psi(x, y)| < M$ (N, M costanti). Avremo

$$|A(a_i)| < \int_0^x M\,|a_{i-1}|\,dy\,.$$

Donde per la (7) (o per la (7')) si ricava tosto

$$|A(a_1)| < MNx \qquad |a_1| < KMN\frac{x^2}{1.2} \qquad |A(a_1)| < KM^2N\frac{x^3}{1.2.3}\cdots$$

oppure

$$|A(a_1)| < MNx \qquad |a_1| < KMNx \qquad |A(a_2)| < KM^2N\frac{x^2}{1.2}\cdots$$

In ambo i casi è perciò la (10) uniformemente convergente almeno come una serie esponenziale; e, per l'ipotesi fatte su A, risolve (come dimostra la verifica) il problema in discorso. Nel caso del problema (4') è facile anche verificare che la φ definita da (10) soddisfa per $x = 0$ alle condizioni imposte per $x = 0$. I medesimi metodi possono risolvere l'equazione funzionale $A(\varphi) + hB(\varphi) = \mu(x)$, dove A e B siano due operazioni funzionali: la A soddisfi alle condizioni precedenti e la B sia tale che esista una costante α in modo che se $|\varphi| < Mx^n$ sia

$$|B(\varphi)| < \alpha M\frac{x^{n+1}}{n+1}$$

o anche (se per la A è soddisfatta la (7)) in modo che sia

$$|B(\varphi)| < \alpha M x^n\,.$$

Un caso di udizione colorata. *Notizie e considerazioni pel prof.* **Giovanni Paladino.**

(Adunanza del dì 13 Febbraio 1904)

Vale dar notizia di un caso di *udizione colorata* da me studiato, e ciò, oltrechè per alcune particolarità intrinseche, altresì per eccitare a mettere in rilievo casi consimili, ai quali non sempre tra noi si è portata la dovuta attenzione. D'altra parte non mancano coloro che ritengono un tale fenomeno in opposizione al principio dell'energia specifica applicato alla funzione degli organi dei sensi, ma evidentemente a torto, perchè in cambio è in accordo col detto principio, anzi fino ad un certo punto può esserne considerato una ripruova.

La signorina Ed. Geig., nativa di Friburgo nel Baden ed ora residente in Napoli, si trovava tra le ascoltatrici di una mia conferenza

alla *Società per la cultura* quando a proposito delle *terminazioni nervose acustiche e del meccanismo sensoriale delle impressioni sonore* colsi l'opportunità di parlare del fenomeno dell'*udizione colorata*, cioè della sensazione di questo o quel colore contemporaneamente all'udizione di questo o quel suono. Terminata la conferenza, la predetta signorina fu cortese ad annunziarmi che Ella appunto presentava da bambina un tale fenomeno.

Può soltanto immaginare il lettore quanto io ne fui compiaciuto, e profittando dell'occasione che così inaspettatamente mi si presentava pregai la signorina di favorirmi i dettagli di ciò che vedeva udendo, ed ecco quanto in proposito mi ha scritto:

La vocale *A* mi desta il colore blù chiaro.
» *I* » » rosso di *tegola* così vivo da parer luminoso.
» *O* » » rosso oscuro.
» *U* » » bruno.
» *È* » » colore poco preciso, quasi la tinta di thè al latte.

Di solito le consonanti danno il colore delle vocali colle quali si uniscono nelle sillabe, ma però anche per sè stesse possono riuscire a destare colori, senonchè questi non sono tanto precisi da poterli specialmente indicare.

La sensazione del colore è stata sempre così costante e viva che bambina e talora anche adesso indica il colore per la vocale e viceversa; così il rosso per l'*i*, e l'*i* per il rosso. Altrettanto capita ad altre persone di sua conoscenza presentanti lo stesso fenomeno.

Ad altre mie interrogazioni al riguardo ha risposto come segue:

D. Della stessa singolarità soffrono altri di famiglia, fratelli, sorelle, i genitori, i zii, i nonni?

R. *Mio padre ha i colori, ma mia madre, i fratelli, le sorelle no. Degli altri non so perchè non ho mai rivolto ad essi simili domande.*

D. I genitori erano consanguinei, erano cioè parenti?

R. *I miei genitori non avevano alcun grado di parentela.*

D. Vi è disposizione a qualche malattia nervosa nelle rispettive famiglie dei genitori?

R. *Non so che vi sia alcuna speciale disposizione per malattia nervosa o di altro genere.*

D. Il papà abusa del fumo, della birra?

R. *Mio padre non abusa nè dell'uno e nè dell'altra.*

D. Che colore destano i diversi strumenti, ad es. il violino, l'oboè, il controbasso? Che colori desta un'orchestra e le voci di soprano, di baritono, di basso?

R. *Nè gli strumenti e nè la musica in generale fanno sorgere in me sensazioni di colore.*

D. Vi sono altri casi di udizione colorata in Friburgo? Sono a sua conoscenza alcune particolarità del fenomeno in altre persone?

R. *Non credo che l' udizione colorata si trovi più a Friburgo che altrove. Del resto la mia famiglia non è di Friburgo, ed ho diverse conoscenze che mi hanno parlato dei colori destati in essi tanto dalla musica, quanto dalla parola e dal canto. Credo che si trovi piuttosto spesso, ma non tutti vi portano la dovuta attenzione.*

Come si vede siamo innanzi ad un caso di udizione colorata presentata da persona intelligente e sana, e sulle cui assicurazioni si può fare intero assegnamento. Inoltre è una *pseudofotostesia* come altrimenti potrebbe dirsi *semplice*, vale a dire non associata ad altra *pseudostesia* o *sensazione secondaria*, dappoichè non è congiunta ad altra percezione secondaria come pure non è raro il caso,. D'altronde è limitata alla sola parola e componenti di essa la sensazione secondaria di colore.

Paragonata ad altre simili sensazioni vi è ora diversità ed ora simiglianza. Così ad esempio l'*A* mentre nei più dei casi desta la colorazione blù, in altri può destare colorazione rosa (caso descritto da Suarez de Mendoza) ed in altri nero (Chebalier). L'*U* mentre nei più dei casi dà sensazione bruna, in questo ed in quello desta colorazione gialla o pure verde. L' *I* mentre generalmente desta colorazione rossa che passa a rosso vermiglio per la pronunzia di parole fornite di più vocali *i*, in questo o quello può destare il bruno o proprio il nero.

Ad ogni modo nella stessa persona per le medesime vocali o per gli stessi suoni la colorazione è in massima sempre la stessa. Le vocali sono le più efficaci ma devono essere pronunziate con una certa intensità per destare sensazione di colore. I suoni cavati dagli strumenti musicali danno colori meno vivi delle vocali e delle parole.

Dopo l' udizione colorata si sono accertati fenomeni inversi e consimili riguardanti gli altri organi dei sensi, e quindi sensazioni luminose possono destare suoni, sensazioni olfattive, gustative e tattili possono eccitare colori e viceversa. L'impressione di una superficie bianca può destare solletico al naso, e l' udizione de' suoni aspri ed acuti può far sorgere l' impressione di freddo lungo il dorso ecc.

In conseguenza può darsi il caso che una stessa persona sia esempio di due o più di coteste pseudostesie, ma colla maggiore frequenza quella che si presenta è l'udizione colorata, od anche detto *fotismo* (Bleuler e Lehmann), o pure *sensazioni visuali secondarie*, false sensazioni di colori o di luce, altrimenti detta *pseudofotostesia* o *pseudo-cromostesia* (Nuel ed altri).

È un fenomeno presentato più dagli uomini che dalle donne, e dove in Germania è molto frequente tanto che i casi si fanno arrivare in certe regioni al 10 per cento, men frequente è in Inghilterra ed anche meno in America, in Francia ecc. Molto raro è poi in Italia, e raris-

simo n'è stato lo studio, sicchè ad eccezione dell'illustrazione fatta dal Lussana in persona dei due fratelli Tubarchi di Parma [1]) i quali avvertivano *colori rossi* all'udire voci acute o di soprano, sensazione *nera* per le voci basse, colore *marron* per le voci di baritono, come pure ad eccezione dei casi ricordati da Lombroso, Bianchi [2]), D'Abundo [3]), Grazzi, vi è quasi null'altro da citare. Della letteratura straniera vanno a preferenza segnalati i lavori di Nüssbaumer che racconta dell'udizione colorata presentata da lui e da suo fratello [4]), di Bleuler e Lehmann [5]), del dottor Padrono, di Pouchet e Tourneux [6]), di Suarez de Mendoza [7]), di Nuel [8]) e di altri.

Da tutte le osservazioni risulta che è un fenomeno che si presenta in individui perfettamente sani, e nei quali è in massima evidente il momento ereditario come nel caso in parola. I colori più generalmente visti sono il grigio, il rosso, il giallo, il blù, il violetto, oltre il bianco ed il nero. Eccezionalmente il verde.

I suoni agiscono variamente a norma dell'altezza, della loro intensità e del timbro. Gli è così che s'intende perchè il canto impressiona più vivamente della parola, e l'individuo senz'essere visto può essere riconosciuto dal *colore* della sua voce.

Eccezionalmente un suono può dare più tinte, e ciò in corrispondenza del tono fondamentale e dei differenti toni armonici.

I rumori del pari destano *fotismo*, e la tinta più generale è la grigia o la bruna. Anche il fischio a seconda della sua intensità ed altezza dà varii colori, e così nasce la tinta giallo-ranciata per un fischio debole, la tinta rossa per un fischio forte, e quella di un rosso vivo per un fischio acuto.

Gli accordi o più suoni musicali simultanei destano colori risultanti secondo le norme della mescolanza dei colori. I suoni poi che si seguono nel tempo in successione melodica provocano una successione di tinte corrispondenti alle note successive predominanti. Frattanto non mancano casi nei quali una frase musicale, una melodia desti una tinta predominante. Di quì la musica di questo o quel compositore è caratterizzato dall'uno più che dall'altro colore. Gli accordi di Weber ad esempio erano caratterizzati da Mayerbeer per *accordi purpurei*.

Il fotismo, la sensazione secondaria di colore è obbiettivata, è proiettata al di fuori tanto nel campo visuale quanto nell'uditivo e quindi in tutte le direzioni donde alla persona giungono suoni.

D'altra parte bisogna pur notare che le sensazioni di fotismo non sono sempre collegate ad impressioni attuali sonore, ma si può dare il rarissimo caso di relativa evocazione mentale.

In ordine ora alla spiegazione si deve dire che non sono cose più enigmatiche, e molto meno che sieno coverte o circondate d'incredulità. Sono in cambio modalità funzionali che non sfuggono ad una retta e ge-

nerale interpetrazione nella sfera d'applicazione del principio di energia specifica, contro del quale malamente si crede da alcuni che deponessero.

Ed invero se in virtù del detto principio i nervi sono da considerarsi come semplici conduttori e gli organi terminali sensitivi periferici come ricettori delle differenti qualità dei differenti corpi esterni, non è men vero che i nervi sensoriali si vanno dopo un lungo cammino a terminare in punti determinati della corteccia cerebrale, cioè nelle stazioni sensoriali nelle quali le impressioni periferiche divengono sensazioni, e quindi le impressioni sonore divengono suoni, le impressioni fotiche luce o colori e così via dicendo. Ordinariamente queste isolate passano nella coscienza, ma non è difficile supporre che per speciali rapporti intercentrali tra le diverse stazioni vi sia irradiazione di stimolazione tra l'una e l'altra e quindi per i casi di fotismo tra la stazione acustica e la visiva, donde il fatto che una stimolazione acustica divenga contemporaneamente eccitatrice di sensazione ottica, e viceversa tra le due categorie di sensasioni e tra esse e quelle degli altri sensi. Inoltre non è da escludersi la possibilità che i nervi sensoriali nelle stazioni di arrivo deviano con alcuni fasci dalla loro ordinaria sfera di distribuzione, ma senza dubbio questa è da ritenersi una possibilità più rara.

LAVORI CITATI NELLA PRESENTE NOTA

[1]) Lussana F., *L'udizione colorata.* Giornale intern. delle sc. med., Napoli 1884.

[2]) Bianchi L., *Trattato di psichiatria* in corso di pubblicazione, pag. 199.

[3]) D'Abundo, *Audizione colorata.* Riv. di Cl. e Terap., Napoli 1896.

[4]) Nussbaumer F. A., *Wiener medic. Wochenschrift,* 1873.

[5]) Bleuler E. e Lehmann K., *Lichtempfindungen durch Schall.* Leipzig 1881.

[6]) Pouchet et Tourneux, *Precis d'Histologie.* Paris.

[7]) Suarez de Mendoza, *L'audition colorée.* Paris 1890.

[8]) Nuel, *Audition colorée dans le Dictionaire de Physiologte par Richet.* Vol. II, Paris 1895.

Sulla densità delle Asparagine; *Nota del socio corrispondente* **Arnaldo Piutti.**

(Adunanza del dì 20 Febbraio 1904)

Circa sedici anni fa, volendo vedere se le β-asparagine rotatorie, nelle quali avevo riscontrato la singolare diversità del sapore, presentassero differenze di ordine fisico oltre quelle della emiedria e del potere rotatorio, pregai il Prof. Boggio, allora insegnante di fisica nell'Istituto Tecnico di Sassari, di determinare la densità dei cristalli delle due specie, che in parte avevo allora ottenute sinteticamente ed in parte avevo separato con cura minuziosa nelle ultime porzioni della cristallizzazione di circa 20 kgr. di asparagina greggia, fornitemi dal sig. Parenti di Siena.

I risultati [1]) delle determinazioni eseguite dal prof. Boggio, nel piccolo granajo che costituiva allora il laboratorio di Chimica farmaceutica della R. Università di Sassari, sopra cristalli delle due specie piuttosto grandi, ma ben conformati, perfettamente trasparenti e lungamente seccati all'aria, furono i seguenti:

Densità riferite all'acqua a 4°.

	Asparagina sinistrogira (insapora)	Asparagina destrogira (dolce)
I. Coll'etere di petrolio ($d\,^{15°}_{4°} = 0{,}7048$) e col metodo della bilancia idrostatica.	1,543	—
II. Coll'etere di petrolio e col metodo della bilancia di Mohr	1,544	1,522
III. Coll'olio di oliva ($d\,^{14°}_{4°} = 0{,}9169$) e col metodo della bilancia di Mohr. . .	1,555	—
IV. Col benzol puro ($d\,^{14°,2}_{4°} = 0{,}8839$) e col metodo della bilancia idrostatica . .	1,550	1,536
V. Idem	—	1,528
Medie	1,548 [2])	1,528

Dalle quali determinazioni ne veniva la conclusione che le β-asparagine rotatorie avevano una densità fra loro diversa non potendosi, in quel tempo, attribuire la differenza osservata fra le due specie di 0,02 nelle densità medie ottenute ad errori di determinazione fisica.

---

[1]) V. Gazz. Chim. ital., XVIII, 477 [1888].

[2]) Rüdorff (Ber. XII, p. 252 [1879]) aveva trovato per la specie sinistrogira $d = 1{,}552$.

Le posteriori ricerche di Liebisch [1]) e di Walden [2]), i quali determinarono la densità di molte sostanze otticamente attive, dimostrarono invece che la densità degli antipodi ottici è sempre la stessa, mentre è generalmente diversa quella delle loro forme racemiche.

Non accordandosi questi risultati coll'antica determinazione di densità delle asparagine fatta dal prof. Boggio, l'illustre Van 't Hoff, in occasione dell'ultimo Congresso internazionale di Chimica applicata di Berlino, ebbe la cortesia di richiamare la mia attenzione sopra questo fatto, invitandomi a ripetere quelle determinazioni, che oggi comunico all'Accademia.

I metodi di determinazione delle densità

I. W. Retgers, nei suoi lavori sulle proprietà fisiche dei miscugli isomorfi [3]), dovendo studiare la densità di cristalli misti, confrontò i valori dati per alcuni sali da diversi sperimentatori (Filhol, Joule e Playfair, U. Schiff, Schröder, Grassi, Buignet, Kopp, Rüdorff, Deville, Haagen, Clarke, Kremers, Soret) e trovò che esisteva grande discordanza fra i valori da essi ottenuti colla medesima sostanza. Studiando accuratamente la questione concluse che tale discordanza, per le sostanze cristallizzabili, proveniva non tanto dal grado di *purezza chimica*, quanto da quello della *purezza fisica*, dal fatto cioè, che i cristalli, che si depongono dalle loro soluzioni contengono quasi sempre occlusa una certa quantità di acqua madre e talvolta anche bollicine di aria e che tali cause di non omogeneità, osservabili più specialmente nei grossi che nei piccoli cristalli, sono quelle che maggiormente influiscono sulla bontà dei risultati.

Questa affermazione, corroborata da opportune esperienze, lo portò ad addottare per la determinazione delle densità il metodo della *sospensione*, già proposto da Goldschmidt [4]) per studî mineralogici.

Questo metodo si divide in due principali momenti:

I. *Scelta dei cristalli.* Dopo aver scartato coll'esame al microscopio o con lente a forte ingrandimento, quei cristalli che non appajono omogenei, si introducono gli altri in un miscuglio di due liquidi, l'uno più pesante (*tetrabromuro di acetilene, bromoformio, cloroformio, joduro di metilene, liquido del Thoulet* [soluzione acquosa di jodoidrargirato potassico], ecc.) l'altro più leggiero (*benzol, toluol, etere di petrolio,* ecc.) della sostanza in esame, conservando per le determinazioni

---

[1]) Ann. d. Chem. *286*, 139 [1895].

[2]) Ber. XXIX, 1692 [1896].

[3]) Z. phys. Ch. III, 289 [1889]; vedi anche pag. 497 e IV, 189 e 593.

[4]) Neues Jahrbuch. f. Miner. Beil-Bd I, 179.

solamente quelli che rimangono nel fondo del recipiente, mentre la maggior parte, col graduale aumento di densità del liquido, viene a galla.

È inutile dire che in precedenza deve essere provata la perfetta insolubilità dei cristalli nei liquidi adoperati.

II. *Determinazione della densità del miscuglio dei liquidi adoperati.* Questo miscuglio deve essere preparato in modo che abbia un peso specifico tale che i cristalli più pesanti restino sospesi nel suo seno senza salire alla superficie o mantenersi in fondo al liquido.

Determinando con questo metodo la densità di vari sali, senza però prendere speciali precauzioni per le variazioni della temperatura durante la preparazione del miscuglio ed usando un picnometro di 25 cm^3 di capacità, il Retgers, trovò che si ottengono nelle determinazioni di densità numeri esatti fino alla terza cifra decimale, mentre i risultati avuti dai già citati sperimentatori con sostanze facilmente purificabili (K^2SO^4, KNO^3, $NH^4 . NO^3$, $NaCl$, $(NH^4)^2SO^4$, $NaNO^3$, $Pb(NO^3)^2$, $Ba(NO^3)^2$, ecc.) ma non sottoposti a scelta speciale nel riguardo della purezza fisica, mostravano differenze perfino nella prima cifra decimale. Conviene anche di aggiungere che il metodo della *sospensione*, mentre raggiunge una esattezza di poco inferiore a quello dello *spostamento*, ha su questo il vantaggio che bastano minime quantità di sostanza per poter avere determinazioni esatte.

Per queste ragioni ho scelto questo metodo per la revisione della densità delle β-asparagine rivolgendo in primo luogo ogni cura per la preparazione di cristalli delle due specie perfettamente omogenei.

Preparazione dei cristalli delle β-asparagine

Le β-asparagine cristallizzano facilmente dall' acqua bollente col raffreddamento, ma se le soluzioni sono troppo concentrate depongono cristalli aggruppati insieme e poco trasparenti.

Per ottenere cristalli isolati ed omogenei delle due specie bisogna lasciar raffreddare lentamente sotto grandi campane, provvedute di essiccatore ad acido solforico, soluzioni calde e filtrate, contenenti non più del 6 % di sostanza.

Grandi cristallizzatori di vetro a pareti sottili, poggiati sopra dischi di feltro servono benissimo allo scopo, poichè, dopo separati i cristalli più perfetti, i rimanenti si disciolgono a bagno maria nello stesso recipiente senza bisogno di travasare il liquido o di fare manipolazioni le quali finiscono sempre col portare nel liquido stesso, limo atmosferico, peli di carta od altre materie estranee su cui i piccoli cristalli si depongono di preferenza.

Volendo grossi cristalli per collezioni od altro si seminano nel liquido, a regolari intervalli e mentre la soluzione è ancora calda (non

tanto però da discioglierli) cristalli trasparenti molto piccoli, i quali però rimangono sempre visibili nell'interno del cristallo, anche quando questo si è molto ingrossato. Tali grossi cristalli, sebbene bellissimi di aspetto, sono i meno adatti alle determinazioni di densità e fu appunto sopra individui così ottenuti, che il prof. Boggio, richiedendo il metodo adottato un peso piuttosto rilevante di sostanza, effettuò le antiche determinazioni.

In quell'epoca (1888) non era a nostra conoscenza il lavoro di Retgers, pubblicato un anno più tardi.

Determinazione della densità delle β-asparagine.

Per raggiungere una esattezza ancora più grande di quella ottenuta da Retgers, si adottarono quelle precauzioni per il mantenimento costante della temperatura, che egli, forse per semplicità di manipolazioni non aveva creduto di prendere, bastandogli per il suo lavoro una approssimazione di ± 1 nella terza cifra decimale.

Per preparare il miscuglio liquido servì una boccetta cilindrica, di circa 80 cm³ di capacità (vedi fig.), ed avente un collo piuttosto allungato, chiuso da un tappo smerigliato cavo attraversato da un tubetto saldato a due imbuti cilindrici, anch'essi chiusi da robinetto cavo munito di foro e contenenti l'uno bromoformio ($d_4^0 = 2{,}900$) e l'altro toluol ($d_4^{20} = 0{,}886$).

Con questa disposizione, non potendo comunicare l'interno della boccia coll'esterno, se non attraverso i forellini dei robinetti cavi quando si mettevano in corrispondenza di altri forati nelle pareti del collo della boccia o degli imbuti, il miscuglio manteneva costante la sua composizione, la quale, data la volatilità dei componenti, nelle manipolazioni all'aria libera, dà luogo a variazioni abbastanza sensibili nella densità del miscuglio stesso, come venne effettivamente osservato [1]).

La boccia contenente i cristalli, veniva mantenuta in un termostato della capacità di 10 litri, in cui l'acqua veniva continuamente rimossa da un agitatore a palette durante la preparazione del miscuglio, il quale era composto in modo che i cristallini più pesanti rimanessero nel centro di esso senza salire alla superficie. Allora il liquido veniva, colle dovute cautele, aspirato in un picnometro Minozzi, immerso pure nel termostato ed avente la capacità di circa 31 cm³, mediante un tubo piegato ad angolo retto, che si adat-

---

[1]) Questo apparecchio venne costruito dalla Ditta Dr Peters e Rost di Berlino sopra disegno del Dott. Gino Abati.

tava a smeriglio al picnometro stesso, il quale veniva lasciato per 20-30 minuti immerso nel bagno prima di ridurre il livello del liquido al segno circolare.

Per fissare sperimentalmente il rapporto fra le dimensioni dei cristalli ed il loro peso specifico, 100 cristalli di asparagina sinistrogira vennero sospesi nel miscuglio di bromoformio e toluol, separando da quelli che venivano a galla i cristalli che rimanevano nel liquido o strisciavano il fondo. Si ebbero così i seguenti risultati:

a) cristalli più leggeri

	Dimensioni in millimetri
N.° 1	13 × 15 × 9
1	13 × 14 × 6
10	10 × 8 × 4
1	5 × 5 × 3
1	4 × 3 × 2
9	4 × 2 × 2
7	3 × 2 × 2
13	2 × 2 × 1
16	2 × 1,5 × 1
22	2 × 1 × 1
81	

b) cristalli di densità media

	Dimensioni in millimetri
N.° 1	9 × 5 × 3
4	7 × 4 × 3
2	3 × 2 × 1,5
3	1,5 × 1 × 0,5
5	1 × 1 × 0,5
15	

c) cristalli più pesanti

	Dimensioni in millimetri
N.° 2	1 × 1 × 1
2	1 × 0,5 × 0,5
4	

Con 50 cristalli della β-asparagina destrogira si ebbero invece questi risultati:

a) più leggeri

	Dimensioni in millimetri
N.° 1	10 × 6 × 4
1	9 × 6 × 3
5	5 × 3,5 × 1,5
7	3 × 4 × 1
8	3 × 2,5 × 1
4	3 × 2 × 1
4	2 × 1 × 1
5	1 × 1 × 1
35	

b) cristalli di densità media

N.° 12	1 × 0,5 × 0,5

c) cristalli più pesanti

N.° 3	1 × 0,5 × 0,5

Da cui si vede che effettivamente, come aveva dimostrato Retgers, i cristalli più pesanti, sono quelli dotati di piccole dimensioni; ma per le determinazioni di densità non occorre neppure di separarli dagli altri, basta solamente, dopo averne introdotti nella boccetta un certo numero, tener conto solamente di quei tre o quattro od anche di quello unico, che è più pesante di tutti e che serve come indicatore del momento in cui il miscuglio ha raggiunto la densità corrispondente alla densità vera della sostanza e si può perciò aspirarlo nel picnometro per procedere alla pesata.

Mi sono poi sempre assicurato col microscopio che i cristalli più pesanti non includessero corpi estranei ai quali fosse dovuto il loro maggior peso.

Durante le determinazioni la temperatura del termostato si mantenne costantemente a 14°.8 e le pesate vennero eseguite sempre nelle stesse condizioni, vale a dire, asciugando nello stesso modo e per lo stesso tempo il picnometro dopo levato dall'acqua del termostato.

Nella seguente tabella riassumo i risultati ottenuti:

Densità della β-asparagina sinistrogira a 14°8/4

Peso del miscuglio liquido nel picnometro	Peso medio, massimo e minimo	Peso ridotto nel vuoto	Peso dell'acqua del picnometro da 14°,8 riportata a 4° e nel vuoto	Densità riportata ad acqua a 4°
I. g. 47,8633				
II. 47,8631				
III. 47,8516	media g. 47,8569	47,8873	g. 31,0266	**1,5434**
IV. 47,8551			(media di due determinazioni differenti fra loro di mgr. 0,3	
V. 47,8586				
VI. 47,8496				
	mass. g. 47,8633	47,8937		1,5436
	min. 47,8516	47,8820		1,5433

Densità della β-asparagina destrogira a 14°8/4

I. g. 47,8486				
II. 47,8421				
III. 47,8473	media g. 47,8523	47,8827	idem	**1,5433**
IV. 47,8558				
V. 47,8715				
VI. 47,8487				
	mass. g. 47,8715	47,9019		1,5439
	min. 47,8421	47,8725		1,5430

Dalle quali determinazioni ne viene la conclusione che *le due β-asparagine rotatorie hanno la stessa densità e quindi lo stesso volume molecolare,* come gli altri isomeri ottici sin quì esaminati.

Densità dell' α-asparagina inattiva.

Questa asparagina inattiva, alla quale, nello stato attuale delle nostre conoscenze dobbiamo assegnare la formola di costituzione:

$$\begin{array}{l} CO\,.\,NH^2 \\ | \\ CH\,.\,NH^2 \\ | \\ CH^2 \\ | \\ COOH + H^2O \end{array}$$

venne da me ottenuta:

I. nell' amidazione dell' α-aspartato monoetilico fusib. 165°, ricavato nella idrogenazione dell' ossima dell' etere ossalacetico [1]).

II. dalle β-asparagine rotatorie [2]).

III. dal nitrilo succinato dietilico [3]) insieme alle due asparagine rotatorie, delle quali è l' isomero chimico [4]).

Ho colto questa occasione per determinare la densità di questa specie onde confrontarle con quelle dei suoi isomeri chimici attivi.

Le determinazioni vennero fatte con due antiche preparazioni, l'una proveniente dall' asparagina sinistrogira, l' altra dall' aspartato monoetilico fusibile a 165°. La terza determinazione venne eseguita ricristallizzando dall' acqua le due indicate preparazioni. Anche nel caso dell' asparagina inattiva i cristalli più piccoli erano i più pesanti sebbene nell' esame microscopico presentassero una minore omogeneità che non quelli delle asparagine rotatorie.

Nel seguente quadro sono riassunti i risultati ottenuti:

---

[1]) Gazz. Chim. Ital., XVIII, 463.

[2]) Gazz. Chim. Ital., XVIII, 472.

[3]) Rend. Accad. Scienze Fis. e Mat. di Napoli, fasc. 3, Marzo [1890].

[4]) Nel *Beilstein* (III ediz., p. 1379) questa asparagina è confusa con quella ottenuta da Körner e Menozzi (Gazz., XVII, 229) facendo agire NH^3 acquosa a 100° sopra l' amminosuccinimmide. Come riconobbero gli stessi Autori e confermò il Prof. La Valle coll'esame cristallografico, l'asparagina da essi ottenuta era una mescolanza in parti uguali delle due β-asparagine rotatorie.

Densità dell' α-asparagina a 14°8/4

A) *Ottenuta dall'asparagina sinistrogira* (vecchia preparazione)

(18 cristalli)

Peso del miscuglio liquido nel picnometro	Peso medio, massimo e minimo	Peso ridotto nel vuoto	Peso dell'acqua del picnometro da 14°,8 riportata a 4° nel vuoto	Densità riportata ad acqua a 4°
I. g. 45,0619 II. 45,0691 III. 45,0957	media g. 45,0755	45,1064	g. 31,0266 (media di due determinazioni differenti di mgr. 0,3	1,4538

B) *Ottenuta dall'aspartato monoetilico sintetico* (vecchia preparazione)

(25 cristalli)

I. g. 45,0164 II. 45,0131 III. 45,0098	media g. 45,0131	45,0440	idem	1,4518

C) *Dalla ricristallizzazione in acqua delle precedenti*

(46 cristalli)

I. g. 45,0698 II. 45,0681 III. 45,0972 IV. 45,0899 V. 45,0676 VI. 45,0915 VII. g. 45,0817	media g. 45,0808	45,1117	idem	**1,4540**
	massim. 45,0972	45,1281		1,4544
	minimo 45,0676	45,0985		1,4535

Il valore che si può adottare per la densità dell' α-asparagina inattiva è dunque:

$$d\,{}^{14^{\circ},8}_{4^{\circ}} = 1,4540$$

Mi corre l'obbligo di ringraziare il mio assistente Dott. Gino Abati e il signor Dott. Luciano Rossi dell'aiuto che mi hanno prestato nella esecuzione delle determinazioni.

Napoli, Istituto di Chimica farmaceutica e tossicologica della R. Università. Febbraio 1904.

Osservazioni Meteoriche

Febbraio 1904

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Latitudine. . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich.
Altitudine. . 149 m sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700+				Temperatura centigrada						Umidità assoluta in mm.				Umidità relativa in cent.				Quantità delle nubi			Vento Direzione			Vento Velocità oraria in chilom.			Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Min.	Mass.	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	9h	15h	21h	9h	15h	21h		
1	37.8	39.6	42.7	40.03	10.5	11.0	8.8	8.1	12.0	9.85	5.5	5.5	5.4	5.47	58	56	64	59.3	5	7	10	W	WSW	WSW	27	25	23	11.3	1.6
2	47.4	48.3	49.4	48.37	9.6	12.1	11.0	8.2	12.8	10.40	6.0	7.4	7.6	7.00	67	71	77	71.7	10	10	10	W	SE	S	0	0	0	—	2.3
3	49.3	48.1	48.5	48.63	12.7	15.5	13.7	10.3	16.2	13.22	8.0	8.7	8.4	8.37	74	66	72	70.7	0	3	0	NE	E	SW	0	2	0	—	1.0
4	46.5	43.2	42.1	43.93	15.9	17.9	16.2	13.0	**18.3**	15.85	7.1	7.3	6.8	7.07	53	48	50	50.3	8	1	10	SW	SE	SE	0	7	12	—	2.1
5	36.8	37.6	40.9	38.43	11.3	12.6	12.1	9.1	16.2	12.17	8.3	8.4	8.6	8.43	83	78	83	81.3	10	9	6	WSW	WSW	NE	12	15	1	5.3	4.9
6	43.3	42.6	43.1	43.00	11.8	9.6	9.5	8.0	12.8	10.52	8.0	7.7	7.2	7.63	78	87	82	82.3	10	10	10	SW	W	SW	3	2	1	8.0	1.3
7	45.2	45.3	46.3	45.60	9.5	12.2	10.2	7.3	12.5	9.88	7.1	7.6	7.8	7.50	89	72	84	78.7	4	3	8	E	SW	SE	0	0	0	11.0	0.9
8	48.0	48.0	48.3	48.10	9.8	12.2	11.2	8.6	13.4	10.75	8.0	8.2	8.6	8.27	88	78	86	84.0	0	7	6	W	SW	SW	0	0	1	2.6	0.6
9	44.9	44.1	45.0	44.67	12.7	13.7	11.5	11.0	13.7	12.22	9.9	9.4	7.9	9.07	91	81	71	81.0	10	9	8	W	WSW	W	7	5	1	2.3	0.6
10	42.6	40.2	43.1	41.97	12.2	13.6	12.2	10.0	14.2	12.15	8.8	9.5	8.9	9.07	84	82	86	84.0	8	8	0	W	WSW	WSW	11	16	17	0.3	1.0
11	46.1	46.0	46.2	46.10	13.3	14.6	13.2	11.7	14.7	13.22	**10.7**	10.2	10.6	10.50	**95**	83	**95**	91.0	10	10	10	SW	SW	SE	0	7	9	—	1.3
12	48.5	50.3	54.8	51.20	12.4	13.5	11.8	10.9	13.7	12.20	5.7	7.3	5.6	6.20	53	63	55	57.0	0	0	0	WSW	WSW	W	27	11	9	0.2	1.3
13	**57.5**	56.3	54.6	56.13	11.1	13.4	11.2	9.1	13.9	11.33	5.4	7.8	7.2	6.80	54	69	73	65.3	0	0	0	S	WNW	N	0	7	1	—	1.6
14	49.4	45.8	42.6	45.93	12.0	13.0	13.2	10.0	13.5	12.17	8.3	9.7	9.1	9.03	80	88	81	83.0	10	10	10	ESE	SSW	W	7	7	7	—	1.6
15	42.8	42.9	43.3	43.00	10.3	11.5	10.1	9.1	13.4	10.73	6.1	4.9	5.7	5.57	65	48	62	58.3	8	4	9	SW	WSW	SW	32	30	23	0.5	2.0
16	40.1	42.1	46.0	42.73	4.6	9.5	8.6	4.1	11.6	7.23	5.3	4.9	4.6	4.93	84	55	55	64.7	10	7	0	N	WSW	W	7	14	6	6.4	4.1
17	46.1	43.5	42.7	44.10	10.8	12.0	12.6	7.9	12.7	11.00	6.6	9.2	9.2	8.33	69	89	86	81.3	10	10	10	SW	WSW	WNW	7	22	4	2.4	2.0
18	38.9	37.2	40.3	38.80	13.1	13.5	11.6	11.2	14.2	12.52	9.9	9.8	5.4	8.37	89	86	53	76.0	10	10	10	SW	WSW	SW	6	18	20	3.2	1.3
19	43.3	45.0	46.8	45.03	10.8	9.5	7.9	7.2	11.6	9.38	6.3	6.8	6.3	6.47	65	65	79	69.7	4	9	0	SW	WSW	W	5	10	0	3.8	2.1
20	49.2	50.3	52.3	50.60	7.1	9.9	6.0	4.8	10.0	6.97	5.7	6.1	5.1	5.63	76	67	74	72.3	0	0	0	NE	NE	NNE	3	2	4	1.6	1.0
21	53.2	52.2	52.0	52.47	6.8	10.8	8.1	5.4	11.9	8.05	4.8	4.8	6.0	5.20	66	50	74	63.3	0	0	0	N	N	WNW	4	1	5	—	1.2
22	48.1	45.1	43.0	45.40	8.3	13.4	10.2	5.2	13.7	9.35	4.9	4.8	5.2	4.97	60	**42**	56	52.7	0	0	0	N	N	W	1	0	5	—	1.3
23	37.9	36.8	**36.0**	36.90	8.6	12.7	9.2	6.4	12.7	9.23	5.1	6.1	5.1	5.43	61	56	58	58.3	0	1	7	N	E	NE	0	0	1	—	1.5
24	36.5	36.4	37.1	36.67	8.6	10.9	6.5	6.3	12.2	8.40	5.2	6.3	4.4	5.30	63	64	61	62.7	0	3	10	NE	SW	NNE	0	4	3	—	1.5
25	38.3	40.3	43.3	40.63	5.4	6.8	4.8	4.8	7.8	5.70	4.9	4.5	4.8	4.73	74	61	74	69.7	10	10	9	N	N	N	4	5	2	0.8	1.7
26	46.2	46.6	47.9	46.90	6.2	9.5	5.8	**3.0**	9.8	6.20	5.1	4.2	**4.0**	4.43	72	47	58	59.0	0	0	0	NW	WSW	NE	0	11	1	—	1.0
27	46.2	43.6	42.3	44.03	5.4	7.8	7.6	3.1	9.4	6.37	**4.0**	5.7	5.1	4.93	60	72	65	65.7	10	10	10	N	N	NE	4	7	8	0.2	1.7
28	39.0	38.1	38.8	38.63	9.4	8.8	7.6	6.0	12.3	8.83	5.7	7.2	5.5	6.13	65	86	70	73.7	4	10	10	N	NNE	NW	5	9	8	0.9	1.7
29	39.9	38.2	37.4	38.50	9.7	13.0	9.2	6.6	13.3	9.70	6.5	7.7	6.8	7.00	73	69	79	73.7	10	10	9	N	ENE	NNE	1	0	7	—	1.7
Medî mens	44.39	43.85	44.63	44.29	9.92	11.83	9.98	7.72	12.87	10.12	6.60	7.11	6.60	6.77	71.5	68.0	71.0	70.2	5.5	5.9	5.9							somma 60.8	somma 47.9

CATALOGO

DELLE PUBBLICAZIONI PERVENUTE ALL'ACCADEMIA

dal 17 Gennaio al 20 Febbraio 1904

PUBBLICAZIONI ITALIANE

Brescia — *Ateneo di Brescia* — Commentarii per l'anno 1903.

Catania — *Società degli spettroscopisti italiani* — Memorie, vol. XXXII, disp. 12 — 1903.

Firenze — *Biblioteca nazionale centrale* — Bollettino delle pubblicazioni italiane, indice alfabetico 1903, n. 37 — 1904.

Rivista scientifico-industriale — Anno XXXVI, n. 1-2 — 1904.

R. Commissione geodetica italiana — Collegamento geodetico della Sardegna al Continente attraverso l'Arcipelago toscano — 1903.

Genova — *Observationes circa Fixas* — Schizzi di carte celesti — 1902.

Rivista ligure di scienze, lettere ed arti — Anno XXV, fasc. VI — 1903.

Iesi — *Giornale di agricoltura* — Anno LXV, n. 1 — 1904.

Livorno — *Periodico di matematica* — Supplemento, anno VII, fasc. III — 1904.

Milano — *R Osservatorio di Brera* — Pubblicazioni, n. XL, p. I — 1903.

R. Istituto lombardo di scienze e lettere — Rendiconti, serie II, vol. XXXVI, fasc. XX; vol. XXVII, fasc. I e II — 1904.

Società italiana di scienze naturali e del Museo civico di storia naturale — Atti, vol. XLII, fasc. 4 — 1904.

Napoli — *Collegio degli ingegneri e architetti* — Bollettino, anno XXII, n. 1-2 — 1904.

Accademia Pontaniana — Atti, vol. XXXIII (serie II, vol. VIII) — 1903.

Palermo — *Società siciliana d'igiene* — Bollettino, nuova serie, anno VI, fasc. 3-4 — 1903.

Padova — *R. Accademia di scienze, lettere ed arti* — Atti e Memorie, nuova serie, vol. XIX — 1903.

Pavia — *Rivista di fisica, matematica e scienze naturali* — Anno 5, n. 49 — 1904.

Portici — *Regia Scuola superiore d'agricoltura* — Annali, ser. II, vol. III; Bollettino, serie II, n. 7-8 — 1903.

Roma — *R. Accademia dei Lincei* — Rendiconti, vol. XIII, fasc. 1-2 — 1904.

L'Elettricista — Anno XIII, vol. III, n. 2-4 — 1904.

Rivista di Artiglieria e Genio — Annata XX, vol. IV — Dicembre 1903.

Giornale medico del r. Esercito — Anno LI, fasc. XII; anno LII, fasc. 1 — 1904.

Associazione elettrotecnica italiana — Atti, vol. VII, fasc. 6 — 1903.

R. Comitato geologico — Bollettino, vol. XXXIV, n. 3 — 1903.

Torino — *La rivista tecnica delle scienze, delle arti applicate all' industria e dell' insegnamento industriale* — Anno IV, fasc. 1 — 1904.

Venezia — *Osservatorio meteorologico del Seminario Patriarcale* — Bullettino mensile, Dicembre 1903, Gennaio 1904.

Reale Istituto veneto di scienze, lettere ed arti — Atti, tomo LXII, disp.X; tomo LXIII, disp. 1ª — 1903.

PUBBLICAZIONI STRANIERE

Amsterdam — *Revue semestrielle des publications mathématiques* — Tome XII, part. I; Nieuw Archief voor wiskund, Tweede Reeks Deel VI, Tweede stuk; Wiskundige opgaven met de Oplossingen, Negende Deel 1ste stuk — 1904.

Berkeley — *University of California* — Publications, Zoology, vol. I, n. 2; Bulletin of the Department of Geology, vol. 3, n. 6-10, 12; Issued Quarterly, New series, vol. IV, n. 2; vol.V, n. 1; The University chronichle an official record, vol. V, n. 4; vol. VI, n. 1.

Berlin — *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik* — Band 32, Heft 3 — 1903.

K. Preussisch. Akademie der Wissenschaften — Sitzungsberichte XLI-LIII — 1903.

Bordeaux — *Société des sciences phys. et nat.* — Mémoires, tome II, 6 série, 1er Cahier; Appendice au t. II; Procès-verbaux des séances, année 1901-902.

Boston — *American Academy of arts and sciences* — Proceedings, v. XXXVIII, n. 26 — 1903.

Braunschweig — *Deutsch. Physikalisch. Gesellschaft* — Verhandlungen, Jahrg 5, n. 3-24; Jahrg 6, n. 2; Berichte, Jahrg 2, Heft 1 — 1904.

Bremen — *Naturwissenscaftlich. Verein* — Abhandlungen, Band XVII, Heft 3 — 1903.

Budapest — *K. Ungar. Akademie der Wissenschaften* — Földtani Közlony, Kötet XXXIII, Füzet 10-12, Catalog der Bibliothek 1892-1896.

K. Ung. Geologisch. Anstalt — Jahresbericht für 1901 — 1903.

Cracovie — *Académie des sciences* — Bulletin international, n. 8-9 — 1903.

Frankfurt a M. — *Senckenbergisch. Naturforschenden Gesellschaft* — Bericht 1903; Abhandlungen, Band XXVII, Heft 2; Band XXIX, Heft 1 — 1903.

Göttingen — *K. Gesellschaft der Wissenschaften* — Nachrichten, Math.-phys. Klasse, Heft 6 (1903); Geschäftliche Mitteilungen, Heft 2 — 1903.

Iena — *Medizinisch.-naturwissenschaftlich. Gesellschaft* — Jen. Zeitschrift. Band XXXVIII, Heft III — 1904.

Kassel — *Verein für Naturkunde* — Abhandlungen und Bericht XLVIII — 1903.

Kiew — *Universitetschia* (Notizie universitarie) — Vol. XLIII, n. 10-11 — 1903.

Kristiania — *Archiv for Mathematik og Naturvidenskab* — Bind XXV, Hefte 1-4 — 1903.

Lancaster — *American Mathematical Society* — Transactions, vol. 5, n. 1 — 1904.

Allegheny Observatory — Miscellaneous scientific papers, new series, n. 17 — 1904.

London — *Royal Society* — Philosophical transactions, series A, 360; series B, 196, 223; Proceedings, vol. LXXII, n. 487-488 — 1904.

Nature — Vol. 69, n. 1785-1789 — 1904.

Royal astronomical Society — Montly notices, vol. LXIV, n. 2 — 1903.

Mathematical Society—Proceedings, series 2, vol. I, p. 4; List of members, 12 th. November 1903.

Mexico — *Observatorio astronómico nacional de Tacubaya* — Anuario, año XXIV — 1903.

Observatorio meteorológico magnético central — Boletin mensual, Marzo 1902.

Montpellier — *Académie des sciences et lettres*—Mémoires de la section de médicine, 2e série, tome II, n. 1 — 1903.

Oberlin (Ohio) — *Oberlin College* — The Wilson Bulletin, n. 45 — 1903.

Odessa — *Club Alpin de Crimée* — Bulletin, n. 11, 12 — 1903.

Ottawa — *Geological Survey of Canada* — Sheets geological, n. 42 to 48; n. 56 to 58, Nova Scotia.

Paris — *Société d'encouragement pour l'industrie nationale* — Compte rendu, n. 23; Bulletin, tome 106, n. 1; Supplement au numéro de Janvier du Bulletin; Mémoires, Monographie agricole du Pas-de-Calais — 1904.

Bureau des longitudes — Annuaire pour l'an 1904.

Académie des sciences — Comptes rendus ebdomadaires des séances, tome CXXXVIII, n. 2-6 — 1904.

Société d'anthropologie — Bulletins et Mémoires, n. 5-6 — 1902.

Archives de neurologie — Vol. XVII, n. 98 — 1904.

Muséum d'histoire naturelle — Bulletin, n. 1-4 — 1903.

Journal de l'anatomie et de la physiologie normales et pathologiques de l'homme et des animaux — XL année, n. 1 — 1904.

Société zoologique — Bulletin, tome XXIX, n. 1 — 1904.

École normale supérieure — Annales scientifiques, 3 série, tom. XX, n. 12; Table des matières 1894-1903, tome XXI, n. 1 — 1904.

Bibliothéque de l'École des hautes études—Bulletin des sciences mathématiques, tome XXVII, Décembre 1903.

Philadelphia — *Academy of natural sciences* — Proceedings, vol. LV—1903.

Rennes — *Société scientifique et médicale de l'Ouest* — Bulletin, tome XII, n. 1 — 1903.

Rochester — *Academy of science* — Proceedings, vol. 4, pag. 65-136 (fasc. 6)— 1903.

Rovereto — *I. r. Accademia di scienze, lettere ed arti degli Agiati* —Atti, serie III, vol. IX, fasc. III-IV — 1903.

Sacramento — *University of California* — Publications College of Agriculture. Bulletin, n. 147-148 — 1903.

Stockholm — *Entomologiska Föreningen* — Tidskrift, Aarg 24, Häft 1-4 — 1903.

Washington — *Smithsonian Institution* — Report, n. 1265, 1267-1270, 1273, 1276-1279, 1281, 1301-1302, 1318, 1320-1322, 1324, 1332, 1349, 1358; Annals of the Astrophysical Observatory, vol. I — 1900.

U. S. Naval Observatory — Report of the superintendent — 1903.

Wien — *K. k. Zoologisch-botanisch. Gesellschaft*—Verhandlungen, Band LIII — 1903.

OPERE PRIVATE

Mercalli Giuseppe, *Sulla forma di alcuni prodotti delle esplosioni vesuviane recenti* — Milano 1903.

Ancora intorno al modo di formazione di una cupola lavica vesuviana — Roma 1903.

Notizie vesuviane — Gennaio-Giugno 1903.

Veronese Giuseppe, *Commemorazione di Luigi Cremona* — Roma 1903.

Fascicolo 3° e 4° ANNO XLIII. Marzo e Aprile 1904.

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell'adunanza del dì 20 Febbraio 1904.
Presiede il presidente **G. Paladino.**

Sono presenti i soci ordinari Bassani, Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo (segretario), Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci, Villari e il corrispondente Piutti.

Il segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato, e presenta i libri giunti in cambio.

Lo stesso legge una lettera del socio G. Torelli il quale ringrazia l'Accademia per la sua elezione a socio ordinario non residente.

Il socio Bassani propone e l'Accademia approva all'unanimità, che si scriva al socio prof. Nicolucci chiedendo sue notizie ed inviandogli un saluto da parte della medesima.

Il socio corrispondente Piutti legge una Nota « *Sulla densità dell'asparagina rotatoria* » che è accolta all'unanimità per la pubblicazione nel Rendiconto.

Processo verbale dell'adunanza del dì 5 Marzo 1904.
Presiede il presidente **G. Paladino.**

Sono presenti i soci ordinari Bassani, Cesàro, della Valle, del Pezzo (segretario), Delpino, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci, Villari e i corrispondenti Piutti e Scacchi.

Il segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato, presenta i libri giunti in cambio e in dono e comunica una lettera del socio prof. Nicolucci con la quale assicura che è quasi completamente ristabilito e ringrazia vivamente l'Accademia.

*

Il Presidente commemora il socio A. de Martini col discorso che si legge più innanzi.

Indi si toglie la seduta in segno di lutto.

N.B. Sono giunte alla presidenza tre Note, la prima del socio corrispondente A. Piutti e dott. Luigi d'Emilio juniore sull'« *Analisi dell'acqua « Apollo » delle sorgenti di Agnano* », la seconda, presentata dal socio Piutti, dei signori G. Giuffrida ed A. Chimienti sull'« *Azione degli acidi piruvico e pirotartrico sui p-ammido fenoli* » e la terza, presentata dal socio Oglialoro, del prof. O. Rebuffat su « *Alcune osservazioni sulle proprietà dei sali di radio.*

Processo verbale dell'adunanza del dì 12 Marzo 1904.
Presiede il presidente **G. Paladino.**

Sono presenti i soci ordinari Bassani, Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo (segretario), Delpino, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci, Villari ed il corrispondente Piutti.

Il segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato, e presenta i libri giunti in cambio e in dono.

Comunica una lettera del Bibliotecario della R. Università di Genova, con la quale accompagna il vol. XVII degli atti di quell'Ateneo. L'Accademia ringrazia.

Poi legge una lettera del prof. F. S. Monticelli, Direttore dell'Istituto zoologico della R. Università con cui chiede il cambio delle pubblicazioni accademiche con l'Annuario del Museo zoologico. L'Accademia si compiace di tale pubblicazione, ringrazia e accetta il cambio proposto.

Si presentano le Note giunte alla presidenza nell' ultima tornata.

Per quella del prof. O. Rebuffat col titolo « *Alcune osservazioni sulle proprietà dei sali di radio* » il presidente prega i soci Villari, Oglialoro e Piutti di esaminarla e riferirne.

Quella del socio corrispondente Piutti in collaborazione col dott. Luigi d'Emilio juniore col titolo: « *Analisi dell'acqua « Apollo » delle sorgenti di Agnano* è accolta all'unanimità per la pubblicazione nel Rendiconto.

Sono designati i soci Oglialoro, Scacchi e Piutti per esaminare quella dei sig. G. Giuffrida e A. Chimienti « *Sull'azione degli acidi piruvico e pirotartrico sui p-ammido fenoli.*

La medesima commissione dovrà anche riferire su un' altra Nota, presentata dal socio Piutti, del dott. Luciano Rossi dal titolo: « *Azione dell' anidride pirocinconica sulla fenilendiammina* ».

Il prof. Cesàro, a nome del socio non residente G. Torelli, presenta una Nota del dott. Michele Cipolla, col titolo: « *Applicazione della teoria delle funzioni numeriche del second'ordine alla risoluzione della congruenza di secondo grado.*

I soci Fergola, Cesàro e Torelli sono pregati dal Presidente di esaminarla e riferirne.

Infine il segretario legge una Nota del socio ordinario G. Grassi « *Sulla energia dissipata per isteresi e per correnti parassite.*

Processo verbale dell'adunanza del dì 19 Marzo 1904.
Presiede il Presidente **G. Paladino.**

Sono presenti i soci Bassani, Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo (segretario), Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto, Villari e il corrispondente Piutti.

Il segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato; presenta i libri giunti in cambio e in dono, fra cui una Memoria del prof. Giovanni Briosi « *Intorno alla ruggine bianca dei limoni* », e il Rendiconto di Febbraio.

Comunica una lettera del Comitato per le onoranze a S. Trinchese che si terranno a Martano (prov. di Lecce) suo paese natio, affinchè l'Accademia contribuisca moralmente e finanziariamente, ed un altra lettera del *The Mining Journal Railway and Commercial Gazette* con la quale domanda il cambio. Per entrambe si rimanda ogni deliberazione ad una prossima tornata.

Il presidente partecipa la morte del socio ordinario non residente prof. Gemmellaro e comunica che la presidenza ha inviato un telegramma al socio Torelli pregandolo di rappresentare l'Accademia ai funerali.

Il socio Bassani commemora l'illustre nostro collega defunto ed aggiungono parole di rimpianto i soci Oglialoro e Capelli.

Il socio corrispondente Piutti, anche a nome dei colleghi Oglialoro e Scacchi, legge i rapporti sulle due Note presentate nelle adunanze passate, una dei signori G. Giuffrida e A. Chimienti e l'altra del dottor Luciano Rossi, e con due votazioni separate l'Accademia ne approva all'unanimità la inserzione nel Rendiconto.

Il socio Cesàro, anche a nome dei colleghi Fergola e Torelli, legge il rapporto sulla Nota presentata dal dottor Michele Cipolla proponendone l'inserzione nel Rendiconto. L'Accademia approva all'unanimità.

Il socio Villari legge una sua Nota col titolo: *Confronto dei raggi Röntgen e delle radiazioni emesse dal radio-tellurio,* da inserirsi nel Rendiconto.

Processo verbale dell'adunanza del dì 2 Aprile 1904.
Presiede il Presidente **G. Paladino.**

Sono presenti i soci ordinari Bassani, Cesàro, della Valle, Delpino, Fergola, Oglialoro, Pinto, Paladino, Siacci, Villari e il corrispondente De Lorenzo.

In luogo del socio del Pezzo, funziona da Segretario il socio Cesàro, che legge il processo verbale dell'adunanza precedente che viene approvato, e presenta i libri giunti in cambio e in dono.

Indi legge due lettere una del presidente del Comitato del V Congresso geografico italiano che ringrazia l'Accademia della contribuzione accordata e l'altra del socio ordinario non residente Torelli, il quale a nome della famiglia Gemmellaro ringrazia la *Società Reale* e la *R. Accademia di scienze fisiche e matematiche* con speciali sentimenti di gratitudine pel modo come hanno onorato la memoria del caro estinto.

Si delibera di accettare il cambio del Rendiconto col *The Mining Journal* di Londra.

Il socio Oglialoro, anche a nome dei colleghi Villari e Piutti, legge il rapporto sulla Nota: *Alcune osservazioni sulle proprietà dei sali di radio* del dottor O. Rebuffat. L'accademia approva all'unanimità la inserzione nei Rendiconti.

Il socio corrispondente De Lorenzo presenta una Memoria postuma del Dott. Carlo Riva « *Le rocce granitoidi e filoniane della Sardegna* ». Il presidente incarica i soci Bassani, De Lorenzo e Scacchi di esaminarla e riferirne.

Processo verbale dell'adunanza del dì 9 Aprile 1904.
Presiede il Presidente **G. Paladino.**

Sono presenti i soci ordinari Bassani, Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo (segretario), Delpino, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci e Villari.

Il segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato, e presenta i libri giunti in dono e in cambio.

Comunica poi che è venuta una circolare di sottoscrizione pel monumento a Menotti Garibaldi in Roma: l'Accademia non trattandosi di scopo scientifico passa all'ordine del giorno.

Il socio Cesàro presenta una Nota del dottor B. Calò « *Su alcuni problemi relativi alla deformazione delle congruenze* ». Il Presidente invita i soci Fergola, Capelli e Cesàro a riferirne nella prossima adunanza.

ANTONIO DE MARTINI

Discorso del Prof. GIOVANNI PALADINO

(Adunanza del dì 6 Marzo 1904)

Signori,

La vista del posto vuoto già solitamente occupato dal De Martini ci ravviva il cordoglio provato da tutti noi per la morte del nostro illustre Socio. Portai alla sua gelida salma il mesto saluto di questa Accademia, e fu commovente ed edificante insieme veder convergere sulla spoglia dell'illustre vegliardo le manifestazioni di generale rimpianto a cominciare dai Reali d'Italia e terminare alle Associazioni popolari.

Il De Martini era un vecchio ornamento della nostra Accademia, come un vecchio ornamento era dell'Università ed una figura veneranda e rispettata da tutto il paese.

Si riunivano in lui il dotto Patologo, il Nestore dei Medici, l'amabile Professore, il galantuomo dai tratti signorili e dalla conversazione sempre simpatica ed arguta.

A comprenderne nella sua intierezza il valore, bisogna dire che condiscepolo ed amico costante di Salvatore Tommasi collaborò con questi a dare indirizzo scientifico alla Medicina, ed a fare apprezzare le Scienze naturali in genere e quelle biologiche in ispecie per fondamentali ed organiche, e non più ritenerle quali branche accessorie od ausiliarie della Medicina.

L'opera personale di entrambi, se non ha avuto eco fuori d'Italia, è stata d'importanza assoluta nel nostro Paese colla differenza tra quella dell'uno e dell'altro imposta dal carattere individuale e dalle vicende della vita di ciascuno: l'uno con mente sfolgorante, di tempra pugnace e dominatrice, disprezzante tutti gli ostacoli che gli si frapponevano dinanzi, l'altro con ingegno largo, acuto e penetrante, ma d'animo mite e non passionato si contentava di manifestare la propria opinione, lasciando piena libertà agli altri di seguirla.

Appena laureatosi nel 1836 il De Martini fece un viaggio di perfezionamento a Parigi, ove riempivano il mondo della loro fama Cuvier, Geoffroy Saint-Hilaire, Flourens, Magendie. Al ritorno

entrò a far parte dell'Accademia degli Aspiranti Naturalisti, palestra scientifica per i giovani scienziati fondata da quel grande zelatore scientifico che fu Oronzio Gabriele Costa. Ivi il De Martini cominciò ad affilare le proprie armi scientifiche ed insieme al Tommasi pubblicò negli anni 1839 e 1840 tre lavori, due sulla organizzazione dei rettili, ed uno su quella delle lamprede. Più tardi il De Martini cominciò a chiedere l'approvazione pei suoi lavori della nostra Reale Accademia delle Scienze e dal 1842 in poi quasi non scorse l'anno senza che i Rendiconti Accademici non accogliessero qualche sua Nota in tema di anatomia e fisiologia comparata.

Elevatosi in fama di ricercatore nel 1847 fu nominato Professore di Anatomia e Fisiologia alla Scuola di Medicina Veterinaria, e lì ebbe campo di continuare i suoi studi sperimentali iniziati nella scuola di Flourens e di Magendie. Contemporaneamente aprì uno studio privato dapprima solo e poscia col Folinea, De Giulio e Ciccone, e così insieme riprodussero l'Ateneo medico che già alla fine del secolo antipassato avevano costituito Domenico Cirillo ed altri del suo valore per l'insegnamento privato della Medicina. Intanto i rapporti col Tommasi continuavano sempre intimi, e questi divenuto dopo contrasti splendidamente superati Professore di Medicina pratica dell'Università potè con più efficacia lavorare al rinnovamento dell'indirizzo della medicina, nella cui impresa ebbe a compagno e seguace il De Martini.

Nel decennio tra il 1838 ed il 1848 era trionfata all'estero e sopratutto in Germania la dottrina cellulare per opera dello Schvann e dello Schleiden, e nuove vie si erano così aperte per lo studio dell'organismo sano e malato, ma qui da noi all'infuori dei due insigni Maestri le acque correvano come pel passato, e le onde inghiottivano nei loro gorghi le nuove idee, come avevano sommerse le buone e vecchie tradizioni del Serao, del Cotugno, di Domenico Cirillo, di Michele Troya. La Medicina restava aprioristica, sistematica e diciamolo pure empirica, ed il puro nosografismo coi radicali del Lanza era una delle rauche trombe nell'orchestra discordante del controstimolo di Rasori e di Tommasini nell'Italia del Nord e del mistionismo organico del Bufalini nell'Italia centrale.

Contro simili creazioni a così dire *ex nihilo* Tommasi si ribellò con vigore e nella campagna scientifica De Martini gli fu fido alleato. Essi sostennero che il metodo in medicina doveva essere quello induttivo delle scienze naturali, *fatti cioè ed idee*, e l'organismo malato non era che il sano sotto particolari condizioni, onde fondamento dello studio clinico non poteva essere che l'Anatomia, l'Istologia, la Fisiologia.

Di qui scaturì che il Tommasi, Professore di Medicina pratica e di Clinica, scrisse un libro ammirevole di Fisiologia umana e comparata, e il De Martini alla sua volta pubblicò un pregevolissimo libro

di Embriologia, prima parte, come egli diceva, di un Trattato di Fisiologia umana e comparata ristretta o degli animali utili.

In questi libri dimostrarono che entrambi erano preparati ai nuovi progressi della morfologia compitisi in Germania sotto gli auspicii di Müller, di Bischoff, e dei loro allievi, o seguaci, quali lo Schvann, il Virchow, e molti altri.

Le tristi vicende politiche del 1848 disunirono i due illustri Maestri, e mentre Tommasi prese la via dell'esilio, il De Martini si rannicchiò nei suoi studii distratto soltanto un poco dall'esercizio professionale. In questo secondo decennio presentò annualmente lavori, tanto all'Accademia delle Scienze, quanto a quella di Medicina, e tutti dal più al meno hanno la loro importanza, ma tre sono tuttavia annoverati nella letteratura internazionale, vale a dire il lavoro intorno agli effetti della santonina sulla retina e sulla visione colorata che ne conseguita, l'altro lavoro sui cangiamenti del sangue venoso in seguito alla recisione del simpatico al collo, ed il terzo su una contribuzione al morbo di Addison. Nello stesso periodo di tempo oltre ai lavori accademici tradusse il piccolo Compendio di Fisiologia di Budge, il piccolo e dotto libro sulla Storia della circolazione del sangue di Flourens, e collaborò alla divulgazione delle memorabili *lettere* di chimica fisiologica di Giorgio Liebig.

La lontananza non intiepidì i rapporti tra il Tommasi ed il De Martini. In occasione della pubblicazione fatta da questi tra il 1857 ed il 1859 di alcune lettere fisiologiche dapprima e di un annunzio apologetico della Patologia cellulare del Virchow poscia, il Tommasi ebbe a rincalzare sull'importanza assoluta della Patologia cellulare. L'articolo del De Martini aveva per titolo: La Fisiologia, la Patologia e la Clinica nel campo della dottrina cellulare, e quali corollarii trasse le seguenti conclusioni: 1° che l'anatomia e la fisiologia cellulare sono le basi vere della nuova patologia; 2° la vera dottrina patologica si è quella che ci rivela il nesso necessario di causalità tra le alterazioni di un dato processo organico e la forma e le leggi della malattia; e 3° sino a che gli apparecchi ed i metodi sperimentali degl' Istituti fisiologici non saranno portati al letto degl' infermi ed adoperati nell'esame della fisiologia e dell' anatomia delle malattie, la patalogia non sarà mai elevata al posto di scienza.

Per gli eventi del 1860 queste idee passarono nel campo dei fatti. Il trionfo del movimento unitario nazionale portò la riforma del Collegio Medico e dell' Università. Il De Martini fu nominato professore di Fisiologia sperimentale nel primo. Non era scorso il second'anno ed una Commissione, della quale faceva parte il Tommasi, lo designò per il posto di Patologia generale o Patologia razionale come la si chiamava. Il De

Martini in questo nuovo posto spiegò tutta la sua attività e molti lavori consegnò nei Rendiconti accademici che sarebbe lungo qui enumerare. Stampò e ristampò in due o tre edizioni le sue lezioni e potè dare indirizzo di una vera fisiologia patologica al suo corso, e quella che era una branca quasi considerata come il romanzo della medicina divenne nella nostra organizzazione scolastica una branca sperimentale a limiti determinati dagli ultimi progressi della Scienza. Questo sarà un merito che nessuno potrà togliere all'illustre estinto.

Più tardi tornò il Tommasi all'Università che prima era stato teatro dei suoi trionfi, e per un ventennio potè agitare dalla sua Clinica di Gesù e Maria il vessillo della riforma e del nuovo indirizzo della medicina in Italia, unificando gl'intenti e combattendo i sistemi che avevano disunita anche in medicina e per tanto tempo la nostra terra.

Così i due uomini che noi vedemmo uniti sui banchi della scuola ed all'inizio della loro carriera, dopo sì diverse vicende si trovarono insieme nell'età matura nella nostra Università nella felice condizione di realizzare i loro ideali a vantaggio ed incremento della cultura nazionale e sempre conservando i vincoli della buona *camaraderie*.

Ai doveri della cattedra il De Martini accoppiò l'esercizio professionale, ed il suo sapere, i suoi successi, la garbatezza dei suoi modi gli fecero raggiungere il grande onore di essere nominato medico consulente di Casa Reale e più propriamente medico della principessa Margherita, oggi Regina madre. Di questo il De Martini fu sommamente lieto. Non lasciava occasione di addimostrarsi pieno di ammirazione per le nobili doti e per la forte cultura dell'Augusta Cliente, e non rifiniva di raccontare l'ardore pel sapere sin da quando era principino del regnante Vittorio Emmanuele III e di lodarne il sentimento che addimostrava profondo per tutti i suoi doveri.

Il De Martini ha lavorato sino all'ultimo momento, ma non è stato defraudato da nessuno dei sorrisi del buon fato: ha raggiunto i sommi gradi nella gerarchia scolastica, gli alti posti nei sodalizii accademici, alte onorificenze, un seggio in Senato sin dal 1882 ed una pingue ricchezza.

Ha avuto la mente lucida sino agli ultimi giorni di sua esistenza, e l'ha tenuta aperta a tutte le nuove correnti del sapere. Ripeteva spesso che la sola scienza ha il dritto di governare il mondo. Gli è perciò che s'intratteneva spesso sull'educazione universitaria. Per lui il primo dovere dello Stato è quello di fondare Laboratorii ben provveduti, come quello dei Professori di lavorare al miglioramento della cultura cominciando dalle fondamenta, cioè dalla Scuola. In un bello elogio storico che fece del Tommasi egli scrisse: «La radice della

pianta viva della Nazione è lo studente, il quale non è abbastanza compreso e vuole essere allevato con affettuosa disciplina al *sapere virtuoso*».

Ed ora vada ancora un addio all'insigne e nobile vegliardo. I suoi insegnamenti e le sue virtù non saranno sì presto dimenticati. Gli uni e le altre manterranno in cambio vividi e rigogliosi i fiori intorno la sua tomba, e mai faranno intiepidire l'omaggio ed il rispetto che si devono alla sua memoria venerata.

Analisi dell'acqua Apollo delle Sorgenti di Agnano; *Nota di* **A. Piutti** *e* **L. d'Emilio**, *juniore.*

(Adunanza del dì 20 Febbraio 1904)

CENNO STORICO

È noto che l'antico lago di Agnano (*Thermae Angullares*), esistente nella regione detta dei *Campi Flegrei* fra Napoli e Pozzuoli, fu nel 1870 prosciugato mediante un canale emissario scavato, quasi per la sua intera lunghezza a traforo, attraverso le alture che separano l'antico cratere di Agnano dalla spiaggia di Bagnoli.

In conseguenza di questo importante lavoro vennero pure eseguite tutte le opere occorrenti per la bonifica, sia delle terre circostanti al lago prosciugato, sia di quelle ricavate dal suo essiccamento, ridando così la salubrità a quella ferace ed amena contrada (a solo 10 minuti dal tram elettrico proveniente da Napoli) ed utilizzando con ricche coltivazioni una estensione di oltre 132 ettari.

Questa contrada è circuita tutt' intorno, a guisa di anfiteatro, dalle boscose creste del monte Spina, dagli Astroni, dai Camaldoli, da Soccavo, così da essere difesa dai forti venti e conservare nel basso una temperatura moderata, anche nelle più rigide giornate invernali.

Chi si inoltra nella zona prosciugata, dopo essere passato innanzi alle antiche e celebrate stufe dette di S. Germano, (stufe naturali a calore secco con temperature variabili da 35° a 75° C, utilizzate fin dal tempo dei Romani) nel raggiungere il piano, vede l'acqua scaturire dal sottosuolo in moltissimi punti, per polle più o meno copiose con abbondanza di vapori caldi in alcune delle scaturigini.

Non è a dire quale gradevole impressione si riceva procedendo oltre in questa plaga così ricca di sorgenti minerali, nella maggior parte a breve distanza fra loro, e non solo di diversa composizione chimica, ma di temperature differenti, arrivando qualcuna a 85° gradi centigradi.

Il Comm. Dott. Giuseppe Schneer, che da oltre 17 anni studia

l'efficacia terapeutica di queste acque, ci ha affidata l'analisi di una delle numerose sorgenti, da lui chiamata *Apollo* [1]), la quale pei suoi caratteri organoleptici e fisici sembrava più adatta ad essere adoperata come acqua da tavola.

Descrizione della sorgente

L'acqua in parola sgorga da un pozzo quadrato, intieramente rivestito di cemento, della profondità di m. 1.80 ricoperto con vetri e rinchiuso in una casetta appositamente costruita. Dall'acqua si sprigionano abbondantemente e continuamente bolle di anidride carbonica. La sua portata è di circa 18 litri al minuto.

Analisi qualitativa

Determinazioni alla Sorgente

L'acqua raccolta in un tubo di vetro lungo 60-70 cm., senza filtrare, si presenta limpida, e guardata nel senso della lunghezza, su fondo bianco in confronto con altro tubo eguale pieno di acqua distillata, ha un colore leggermente giallo. Lasciata a sè s'intorbida depositando un tenue precipitato bianco. È fortemente gassosa, ed agitata, svolge numerose bolle gassose.

Il suo sapore è acidulo alcalino.

L'odore dell'acqua, appena raccolta, è quello proprio delle acque minerali carboniche.

La reazione è leggermente alcalina, poichè la carta azzurra di tornasole appena immersa nell'acqua si colora leggermente in rosso ma stando all'aria a poco a poco ritorna azzurra, mentre le carte rosse invece rimangono del loro colore ma dopo poco, restando all'aria, diventano azzurre.

In una boccia della capacità di due litri, riempita d'acqua, fu introdotto con tappo di sughero un termometro e la boccia poi fu sommersa nella sorgente per più di mezz'ora. Il giorno 6 maggio 1903, dopo 24 ore dalla immersione ed alle ore 11 e 30, la temperatura dell'acqua era di gradi 20,7. La temperatura interna della casetta, dove si trova la sorgente, era di gradi 26,7. La temperatura dell'ambiente esterno all'ombra era di gradi 24,2.

L'acqua saggiata con nitroprussiato sodico, con cloruro di cadmio,

---

[1]) Troviamo nei « *Principii della civilizzazione dei selvaggi dell'Italia* » di Francesco de Atellis, Napoli, MDCCCVII, che il lago d'Agnano era sotto la tutela di Apollo.

con soluzione alcalina di idrato di piombo, ha dato sempre reazione negativa.

In un bicchiere pieno dell'acqua in esame fu messo un pò di acido tannico, ed in un altro, egualmente pieno della stessa acqua, dell'acido gallico. Si ottenne così, dopo pochi istanti, col primo una colorazione rosso-violacea, col secondo una colorazione rosso-bluastra, indizii questi di tenui quantità di sali ferrosi.

Alla sorgente furono riempiti varii palloni di diversa grandezza, chiusi ermeticamente per determinare i gas disciolti dell'acqua. Altre bocce a tappo smerigliato, contenenti cloruro di calcio ed idrato di calcio, vennero intieramente riempite coll'acqua in esame, per le determinazioni dell'anidride carbonica totale per pesata ed allo stato di carbonato.

SAGGI PRELIMINARI

Determinazioni in Laboratorio

Cm³ 300 di acqua versati in un cilindro, con tappo smerigliato, furono addizionati con 2 cm³ di soluzione acquosa satura di carbonato sodico e 1 cm³ di soluzione di soda caustica (al 33 %). Dopo conveniente agitazione, fu lasciato depositare il precipitato formatosi. Il giorno seguente, essendosi trovato lo strato superiore del liquido perfettamente limpido ne furono prelevati con una pipetta 100 cm³ e versati in un altro cilindro a tappo smerigliato. A questo liquido furono aggiunti 2 cm³ del reattivo di Nessler. Si ottenne dapprima una colorazione rosso-mattone, che, dopo qualche tempo, si raccolse nel fondo sotto forma di precipitato del medesimo colore.

Cm³ 100 di acqua furono versati in un cilindro a tappo smerigliato ed addizionati con poche gocce di acido solforico concentrato e 2 cm³ di soluzione di acido solfoanilico al 2 %. Dopo pochi minuti di riposo si sono aggiunti 2 cm³ di soluzione incolora di cloridrato di naftilamina. Dopo conveniente agitazione e pochi istanti di riposo si è ottenuta la nota colorazione rosea, che man mano è divenuta più intensa. Egual saggio praticato sull'acqua distillata ha dato risultato negativo [1]).

A 20 cm³ di acqua addizionata di soluzione solforica di difenilamina in un tubo di saggio si aggiunse dell'acido solforico in modo da non farlo mescolare al resto del liquido. Nel punto di contatto dei due strati formatisi si è ottenuto un piccolo anello di colore azzurro chiaro.

In una capsula furono evaporati a secchezza 200 cm³ di acqua. Il residuo ottenuto, riscaldato fortemente, si colorò in bruno dando anche leggero odore empireumatico.

---

[1]) Dopo i lavori di ripulitura e sistemazione della sorgente fatti praticare dal dott. Schneer non si è più osservata la reazione dell'ammoniaca. Si ottenne invece ancora, benchè molto debole, la reazione dell'acido nitroso.

Ricerca delle sostanze che si trovano in grande quantità

In una capsula di porcellana furono tenuti alla ebollizione, per una ora, 3 litri di acqua filtrata e limpida, mantenendo sempre costante il livello con altrettanta acqua distillata.— Il precipitato *A* fu esaminato separatamente dal liquido *B*.

Precipitato A — Questo precipitato fu trattato con piccole quantità di acido cloridrico diluito bollente in modo da sciogliere completamente. Il precipitato, che già possedeva un colore giallastro, ha comunicato anche alla soluzione tale colorazione.

Esso si sciolse completamente con forte svolgimento di bolle gassose.

Ad una piccola porzione del liquido si è aggiunto del solfocianuro di potassio, ottenendosi una colorazione rosso-chiara.

Tutto il rimanente del liquido si è evaporato a secchezza a bagno maria. Il residuo si è inumidito con qualche goccia di acido cloridrico concentrato, si è ripreso con acqua, ed è rimasta una porzione insolubile dovuta a silice, come si è constatato con la perla al sal di fosforo.

Una porzione del liquido filtrato, addizionata con acido nitrico, fu evaporata a secco e ripresa con acqua. In essa si ricercò con molibdato ammonico l'acido fosforico e si è ottenuto un precipitato appena visibile.

In una seconda porzione del liquido si ricercò l'acido solforico, ma con esito negativo.

A tutto il resto del liquido si aggiunse un eccesso di cloruro ammonico e di ammoniaca, si filtrò, e trattato il filtrato con ossalato ammonico si ebbe un abbondante precipitato.

Dopo filtrazione, al liquido si aggiunse ammoniaca e fosfato sodico, ottenendo un precipitato bianco.

Liquido B — In una parte del liquido bollito e separato dal precipitato già esaminato si è aggiunto dell'acido cloridrico e del cloruro di bario. Si è ottenuto un precipitato bianco pesante.

Ad una seconda porzione si è aggiunto dell'acido nitrico e del nitrato di argento. Si è ottenuto un abbondante precipitato, solubile in ammoniaca.

Una terza porzione, evaporata in presenza di acido nitrico e saggiata con molibdato ammonico, ha dato reazione negativa per l'acido fosforico.

Una quarta porzione del liquido, che rappresentava circa la terza parte del liquido totale, avente reazione fortemente alcalina, fu evaporata a secco. Il residuo ottenuto, polverato, fu fatto bollire per varie volte con alcool, e le soluzioni alcooliche filtrate e portate a secco. Il residuo ripreso con pochissima acqua servì per la ricerca dell'acido nitrico, che eseguita con la soluzione solforica di difenilamina ed acido

solforico diede risultato positivo, ma anche in questo caso mostrandone solo piccolissime quantità.

Tutto il resto del liquido, addizionato con acido cloridrico, fu portato a secco. Il residuo inumidito con acido cloridrico, e ripreso con acqua riscaldata leggermente, lasciò una parte gelatinosa insolubile.

Il liquido, da questa separato, reso alcalino per ammoniaca, fu addizionato con ossalato ammonico Diede abbondante precipitato bianco insolubile in acido acetico.

Il liquido filtrato fu diviso in due porzioni: in una si cercò il magnesio con fosfato sodico ammonico, positivamente, in un'altra, svaporata a secco, furono riscontrati alla fiamma nettamente il potassio ed il sodio.

Ricerca delle sostanze che si trovano in piccole quantità

In una grande capsula di porcellana sono stati evaporati fino a grande concentrazione litri 20 dell'acqua in esame, il liquido così ottenuto fu versato in una capace capsula di platino lavando varie volte la capsula di porcellana con acqua distillata. Si seguitò la evaporazione fino a secchezza, calcinando infine il residuo salino ottenuto al rosso debole.

Il residuo era di color giallo chiaro e col riscaldamento acquistò un colore molto più bruno.

Il residuo così ottenuto fu diviso in 3 parti, due rappresentanti ognuna circa la quarta parte del totale che chiameremo *A* e *B*; e la terza rappresentante la metà del totale che chiameremo *C*.

La porzione *A* fu riscaldata, dopo aggiunto un pò di acqua, con un leggero eccesso di acido cloridrico, indi evaporata a secco a bagno maria. Il residuo, umettato con acido cloridrico e ripreso con acqua, fu filtrato, ed il liquido concentrato di nuovo in presenza di qualche goccia di acido nitrico. In esso si ricercò col molibdato ammonico l'acido fosforico, che vi si riscontrò in molto piccola quantità.

La porzione *B* fu riscaldata egualmente con acqua e addizionata di soluzione di cloruro di calcio fino a che questa non dava più origine a precipitato.

Questo, raccolto e lavato, fu seccato completamente al rosso in un crogiuolo, agitando sovente. A raffreddamento fu spappolato in poca acqua ed addizionato con un leggero eccesso di acido acetico, evaporato a secco riscaldando fino a che non si avvertiva più l'odore dell'acido acetico. Il residuo ottenuto, ripreso con acqua, non si sciolse completamente.

La parte insolubile, raccolta e seccata, fu riscaldata con acido solforico concentrato, tenendo coperto il crogiuolo con una lastra di vetro

spalmata di cera ed incisa in varii punti. La ricerca del fluoro risultò completamente negativa.

La porzione *C*, che, come si è detto, era la maggiore, fu riscaldata varie volte con acqua bollente; le varie porzioni ottenute furono filtrate, e la parte insolubile lavata completamente con acqua calda.

Si ottenne in tal modo un liquido di reazione fortemente alcalina, di colore giallo scuro, che chiameremo *X*, ed una parte insolubile che indicheremo con *Z*.

Parte insol. Z. La parte insolubile *Z* fu addizionata con acido cloridrico in leggero eccesso, e poi con poche goccie di acido solforico diluito; il tutto evaporato a secco a bagno maria. Il residuo ottenuto, umettato con acido cloridrico e ripreso con acqua, lasciò una parte insolubile che fu raccolta e lavata. La soluzione ottenuta *ZZ* fu trattata a parte. La parte insolubile invece, dopo essiccamento, fu riscaldata in un crogiuolo di platino con fluoruro ammonico ed acido solforico.

Nel liquido, dopo completa eliminazione della silice, fu ricercato il titanio con esito negativo.

La soluzione *ZZ* fu addizionata di cloruro ammonico, ammoniaca e solfuro ammonico e lasciata a sè in un pallone chiuso per 24 ore a leggero calore. Il precipitato formatosi fu raccolto, lavato e disciolto nell'acido cloridrico. La soluzione cloridrica, addizionata con un eccesso di potassa, si fece bollire ed infine fu filtrata per raccogliere il precipitato formatosi. In una metà del liquido filtrato si aggiunse del cloruro ammonico e si ottenne un precipitato bianco gelatinoso non molto abbondante, dovuto ad allumina: nell'altra metà si ricercò lo zinco con esito negativo. Il precipitato a sua volta fu diviso in due porzioni: una si disciolse nell' acido cloridrico e dopo aver fatta bollire la soluzione con qualche goccia di acido nitrico fu saggiata con solfocianuro di potassio. Si ottenne colorazione rossa. Il resto del precipitato fuso con carbonato sodico non diede la reazione del manganese.

Il liquido, separato dal primitivo precipitato ottenuto col solfuro ammonico, fu acidificato con acido cloridrico, portato all'ebollizione, filtrato ed evaporato a secco. Dopo scacciati i sali ammoniacali, il residuo fu ripreso con qualche goccia di acido cloridrico e quindi con acqua. La soluzione così ottenuta fu resa alcalina con ammoniaca ed addizionata di cloruro ammonico, carbonato ammonico e tenuta, agitando sovente, per qualche tempo in luogo caldo. Il precipitato ottenuto fu raccolto, lavato e sciolto in acido cloridrico diluito. La soluzione cloridrica fu evaporata a secco, ripresa con poca acqua e divisa in tre parti: in una prima si aggiunse del cromato neutro di potassa e neanche dopo parecchio tempo si ottenne il precipitato che avrebbe dovuto dare la barite.

Nella seconda porzione si aggiunse una soluzione satura di solfato

di calcio ed il tutto si portò all'ebollizione. Neanche dopo 24 ore si ottenne il più piccolo intorbidamento.

Nella terza porzione si riscontrò con ossalato ammonico la presenza della calce.

Il liquido separato dal precipitato dei metalli alcalino-terrosi trattato con ammoniaca e fosfato di sodio lasciò riconoscere la presenza della magnesia.

Liquido X. Il liquido alcalino *X* venne concentrato fortemente in una capsula e in una porzione di esso, dopo acidificazione con acido cloridrico, fu ricercato positivamente con la carta di curcuma l'acido borico.

Tutto il restante liquido fu portato a secco ed il residuo fu diviso in due parti. La porzione maggiore, polverata, fu fatta bollire a più riprese con alcool a 90° e alle varie porzioni alcoliche riunite furono aggiunte varie gocce di potassa. Distillato l'alcool quasi completamente, col raffreddamento, si ottenne qualche piccolo cristallino che raccolto ed esaminato risultò composto di nitrato potassico. Il liquido separato fu evaporato a secchezza ripreso con poca acqua e diviso in due porzioni. In una prima si ricercò lo iodio aggiungendo al liquido qualche goccia di paraldeide ed un pò di solfuro di carbonio. Questo rimase incoloro. Nella seconda porzione si ricercò il bromo con l'acqua di cloro, anche negativamente.

La porzione più piccola del residuo dell'evaporazione del liquido *X* fu disciolta nell'acido cloridrico ed evaporata quasi a secco. Il residuo fu ripreso con alcool a 90°, la soluzione alcolica filtrata fu concentrata per evaporazione e nel residuo si ricercò con lo spettroscopio la litina con esito negativo.

Riassumiamo nel seguente elenco le sostanze che furono da noi rinvenute nell'analisi qualitativa dell'acqua *Apollo*:

ELENCO DELLE SOSTANZE RISCONTRATE

CON L'ANALISI QUALITATIVA NELL'ACQUA *Apollo*

1. Acido carbonico libero e combinato
2. Acido nitroso (tracce)
3. Silice
4. Acido cloridrico
5. Acido solforico
6. Acido fosforico (tracce)
7. Ferro al minimo (tracce)
8. Calcio
9. Magnesio
10. Potassio
11. Sodio
12. Allumina
13. Acido borico (tracce)
14. Acido nitrico (tracce)
15. Sostanze organiche

ANALISI QUANTITATIVA

Le varie determinazioni quantitative sono state eseguite seguendo il metodo indicato da Fresenius [1]). Tranne casi speciali come per il dosamento dei gas e dell'acido carbonico libero, semicombinato, ecc. in cui l' acqua venne prelevata appositamente poco prima della determinazione, i varii dosamenti vennero effettuati sull' acqua prelevata una prima volta in damigiane direttamente alla sorgente.

A) Peso specifico

Questa determinazione fu eseguita col picnometro.

Peso del picnometro vuoto	a 15^0 =	Gr. 19.8000
Peso dell'acqua minerale	» 15^0 =	» 39.7190
Peso di egual vol. di acq. dist.	» 15^0 =	» 39.6180
Peso specifico dell'acqua	» 15^0 =	» 1.0026

B) Residuo fisso

In piccola capsula di platino tarata furono evaporati a bagno maria 250 cm^3 dell'acqua a 19^0. Il residuo ottenuto fu seccato a 100^0 fino a costanza di peso e poi a 180^0 egualmente a peso costante.

I. Determinazione

Residuo a 100^0

Capsula vuota = Gr. 30—8,3935
» » = » 30—7,8614 = Residuo a 100^0

Gr. 0,5321 = Residuo a 100^0 ottenuto da 250 cm^3 di acqua.

Residuo a 180^0

Capsula vuota = Gr. 30—8,3935
» » = » 30—7,8643 = Residuo a 180^0

Gr. 0,5292 = Residuo a 180^0 ottenuto da 250 cm^3 di acqua.

II. Determinazione

Residuo a 100^0

Capsula vuota = Gr. 30—8,3932
» » = » 30—7,8621 = Residuo a 100^0

Gr. 0,5311 = Residuo a 100^0 ottenuto da 250 cm^3 di acqua.

---

[1]) Settima edizione francese. Trad. L. Gaulier, 1900.

Residuo a 180°

Capsula vuota = Gr. 30—8,3932
» » = » 30—7,8662 = Residuo a 180°

Gr. 0,5270 = Residuo a 180° ottenuto da 250 cm³ di acqua.

e per 1000 cm³

a 100° { I. 2,1284 / II. 2,1244 } media del residuo a 100° da 1000 cm³ = Gr. 2,1264

a 180° { I. 2,1268 / II. 2,1080 } media del residuo a 180° da 1000 cm³ = Gr. 2,1124.

C) Cloro

Il cloro si è determinato per pesata allo stato di cloruro di argento. Come per tutte le determinazioni, se ne sono fatti due dosamenti prendendone la media. Cm³ 50 di acqua a 19° vennero trattati con poche goccie di acido nitrico ed un lieve eccesso di soluzione di nitrato di argento. Il precipitato, raccolto e lavato completamente, fu seccato e riscaldato ad incipiente fusione del cloruro di argento. Ha fornito i seguenti numeri:

I. Determinazione

Crogiuolo vuoto + filo di platino = Gr. 20—3,5231
» » » » » 20—3,4763 + Clor. di argento

Gr. 0,0468 = Cl. di arg. dai 50 cm³ di acqua

II. Determinazione

Crogiuolo vuoto + filo di platino = Gr. 20—3,5138
» » » » » 20—3,4669 + Clor. di argento

Gr. 0,0469 = Cl. di arg. dai 50 cm³ di acqua

e per 1000

I. Clor. di argento Gr. 0,9360 / II. » » » 0,9380 } media del clor. di arg. per litro Gr. 0,9370.

Cloro per litro = Gr. 0,2316

D) Silice

Per ogni determinazione sono stati impiegati due litri di acqua (temperatura 20,2) che dopo essere stati acidificati con acido cloridrico sono stati evaporati in capsula di platino dapprima a fuoco diretto e poi infine a bagno maria. Il residuo secco ottenuto, umettato con acido cloridrico e ripreso con acqua, fu raccolto e pesato. Infine la silice ottenuta trattata con fluoruro ammonico ed acido solforico si volatilizzò completamente.

I. Determinazione

Crogiuolo vuoto = Gr. 20—3,4891
» » » 20—3,3279 + Silice

Gr. 0,1612 = Silice ottenuta da 2 litri di acqua.

II. Determinazione

Crogiuolo vuoto = Gr. 20—3,4895
» » » 20—3,3165 + Silice

Gr. 0,1730 = Silice ottenuta da 2 litri di acqua

e per 1000 cm³

I. SiO_2 = Gr. 0,0806
II. » » 0,0865
} media di SiO_2 per litro = Gr. 0,0835.

E) Ferro-Allumina

Il liquido separato dalla silice e le acque di lavaggio corrispondenti, come si è detto, a 2 litri di acqua furono rese alcaline con ammoniaca, il tutto riscaldato ed il precipitato ottenuto raccolto su di un filtro. Il precipitato lavato completamente fu ridisciolto in acido cloridrico e riprecipitato con soluzione diluita di carbonato ammonico. Dopo aver portato il tutto all' ebollizione il precipitato fu raccolto, lavato e pesato dopo calcinazione. Siccome il precipitato era in molto tenue quantità per non incorrere in eventuali perdite e siccome nel caso speciale non interessava conoscere quanto di ferro e di allumina corrispondentemente nell'acqua fossero contenuti, si è pesata insieme la miscela degli ossidi.

I. Determinazione

Crogiuolo vuoto = Gr. 15—2,5160
» » » 15—2,5125 + ossido di ferro ed allumina

Gr. 0,0035 = ossido di ferro ed allumina da 2 litri

II. Determinazione

Crogiuolo vuoto = Gr. 15—2,5164
» » » 15—2,5131 + ossido di ferro ed allumina

Gr. 0,0033 = ossido di ferro ed allumina da 2 litri

e per 1000 cm³

I. $Fe_2O_3 + Al_2O_3$ = 0,00175
II. » » 0,00165
} media di { Fe_2O_3 / Al_2O_3 } per 1000 cm³ = Gr. 0,0017.

F) Calcio

Il liquido separato dalla prima determinazione del ferro ed allumina e le acque di lavaggio furono concentrate in una capsula di platino fino a piccolo volume e portate in pallone tarato a 100 cm³. Queste

divise esattamente in due porzioni corrispondenti ognuna ad un litro servirono per la determinazione del calcio e del magnesio. Il calcio fu precipitato allo stato di ossalato e pesato allo stato di ossido.

I. Determinazione

Crogiuolo = Gr. 20—3,5227
» » 20—3,3716 + CaO ottenuto

Gr. 0,1511 = CaO da 1000 cm³ di acqua

II. Determinazione

Crogiuolo = Gr. 20—3,5158
» » 20—3,3567 + CaO ottenuto

Gr. 0,1591 = CaO da 1000 cm³ di acqua

e per 1000 cm³

I. ossido di calcio 0,1511
II. » » 0,1591
} media del CaO per 1000 cm³ di acqua = Gr. 0,1551

Calcio (Ca) per 1000 = Gr. 0,1108.

G) Magnesio

I liquidi separati dalle due determinazioni precedenti e le rispettive acque di lavaggio riuniti furono evaporati in capsula di platino a bagno maria fino a secchezza, indi calcinati per scacciare i sali ammoniacali. Il residuo umettato con acido cloridrico, portato di nuovo a secco e ripreso con acqua cloridrica fu portato a 100 cm³ corrispondenti come sopra a litri due. Essi divisi esattamente servirono per la ricerca del magnesio, che precipitato allo stato di fosfato ammonico magnesiaco fu pesato allo stato di pirofosfato.

I. Determinazione

Crogiuolo = Gr. 15—2,5165
» » 15—2,3881 + pirofosfato di Mg ottenuto

Gr. 0,1284 = pirofosfato di Mg da 1000 cm³ di acqua

II. Determinazione

Crogiuolo = Gr. 15—2,5170
» » 15—2,3919 + pirofosfato di Mg ottenuto

Gr. 0,1251 = pirofosfato di Mg da 1000 cm³ di acqua

e per 1000 cm³

I. Gr. 0,1284
II. » 0,1251
} media per 1000 cm³ del pirofosfato di Mg = Gr. 0,12675

Magnesio (Mg) per litro = Gr. 0,02773.

H) Acido solforico

Altri due litri di acqua (t. 20°,2) acidulati con acido cloridrico furono evaporati a secco in una capsula di platino: separata la silice si è proceduto alla determinazione dell'acido solforico allo stato di solfato di bario nel liquido da essa separato, che era stato diluito a 500 cm³. In 125 cm³ di esso corrispondenti a 500 cm³ di acqua fu fatto il dosamento dell'acido solforico.

I. Determinazione

Crogiuolo = Gr. 25—2,7184
» » 25—2,4734 + solfato di bario ottenuto

Gr. 0,2450 = solfato di bario da 500 cm³ di acqua

II. Determinazione

Crogiuolo = Gr. 25—2,7187
» » 25—2,4702 + solfato di bario ottenuto

Gr. 0,2485 = solfato di bario da 500 cm³ di acqua

e per 1000 cm³

I. 0,4900 } media del solfato di bario per 1000 cm³ = Gr. 0,4935
II. 0,4970 }

Anidride solforica (SO_3) per 1000 = Gr. 0,1692
SO_4 per 1000 = Gr. 0,2030.

I) Potassio e Sodio

Il liquido raccolto dalla prima determinazione di acido solforico e le acque di lavaggio, corrispondenti a 500 cm³ di acqua, furono concentrati e portati a secco a bagno maria in capsula di platino. Ripreso il residuo con acqua si eliminò la magnesia con latte di calce e poi la calce con ossalato di ammonio. Ripetuto questo trattamento due volte i liquidi filtrati furono evaporati a secchezza, calcinati per eliminare i sali ammoniacali e riscaldati fino ad incipiente fusione.

Capsula di platino = Gr. 30—8,4218
» » » 30—7,5750 + cloruri di sodio e potassio

Gr. 0,8468 = cloruri di sod. e potass. da 500 cm³ di acq.

e per 1000 cm³

Cloruro di sodio + cloruro di potassio = Gr. 1,6936.

Tale residuo fu ripreso con acqua e portata la soluzione al volume

di 50 cm^3. Di questi (corrispondenti ai 500 cm^3 di acqua primitivi) furono prelevati per ogni determinazione allo stato di cloro platinato cm^3 10=100 cm^3 di acqua.

I. Determinazione cloropatinato di potassio = Gr. 0,0802.
II. » » » » 0,0795.
Media del cloroplatinato di potassio = Gr. 0,07985

e per 1000	cloroplatinato	= Gr.	0,7985
»	cloruro potass.	»	0,2452
»	cloruro sodio	»	1,4484
»	potassio (K)	»	0,1286
»	sodio (Na)	»	0,5707

L) Anidride carbonica

I. *Totale*

L'anidride carbonica totale fu determinata nell'acqua raccolta espressamente alla sorgente in palloni tarati contenenti già una quantità nota di cloruro di calcio e di idrato di calcio. Il liquido fu lasciato lungamente in contatto con tali sostanze in modo da essere sicuri che l'acido carbonico fosse stato assorbito. Il carbonato formatosi fu scomposto con acido cloridrico e l'anidride carbonica seccata fu fatta assorbire da potassa e calce sodata.

I. Determinazione

Acqua impiegata Gr. 246,10 = cm^3 — 245,46
Bolle a potassa con tubo = 60 — 8,8846
» » » = 60 — 8,3476 = CO_2 ottenuta

Gr. 0,5370 = CO_2 totale da cm^3 245,46 di acqua.

II. Determinazione

Acqua impiegata Gr. 232,50 = cm^3 — 231,90
Bolle a potassa con tubo = 60 — 8,3305
» » » = 60 — 7,8243 = CO_2 ottenuta

Gr. 0,5062 = CO_2 totale da cm^3 231,90 di acqua.

e per 1000 cm^3

I. CO_2 totale = Gr. 2,1820
II. » » 2,1830
} media della CO_2 totale per 1000 = Gr. 2,1825.

II. *Libera, semicombinata e combinata*

500 cm^3 di acqua (t. 19°,5) furono fatti bollire per parecchio tempo in matraccio. Dopo questo tempo, essendosi il liquido intorbidato per la precipitazione dei carbonati, il matraccio fu messo in comunicazione

colle bolle a potassa e tubo a calce sodata seconda l'apparecchio proposto dal Fresenius. I carbonati furono decomposti con acido cloridrico. In tal modo si ebbe la quantità della sola anidride carbonica combinata. Siccome tale quantità è uguale a quella della semi-combinata, la somma di queste due sottratta dalla quantità dell'anidride carbonica totale ci darà la quantità dell'anidride libera contenuta nell'acqua in esame.

I. Determinazione

Bolle a potassa e tubo = 60—9,7847
» » » 60—9,5099 = CO_2 ottenuta

Gr. 0,2748 = CO_2 combinata da cm³ 500 di acqua

II. Determinazione

Bolle a potassa e tubo = 60—9,1638
» » » 60—8,8886 = CO_2 ottenuta

Gr. 0,2752 = CO_2 combinata da cm³ 500 di acqua

e per 1000 cm³

I. CO_2 combinata = Gr. 0,5496
II. » » 0,5504
} media della CO_2 comb. per cm³ 1000 = Gr. 0,5500

Anidride carbonica	combinata	Gr. 0,5500
» »	semi-combinata	» 0,5500
» »	libera	» 1,0825
» »	totale	Gr. 2,1825

M) Gas disciolti

In un pallone di capacità nota munito di tappo di gomma, tubo di svolgimento e pinza di Mohr fu raccolta alla sorgente l'acqua per esaminare i gas disciolti. Appena giunta in laboratorio fu messa in comunicazione con un azotometro riempito di soluzione satura di cloruro di sodio. In esso mediante l'ebollizione furono raccolti i gas fino a che il volume di essi nell'azotometro rimase costante. Analizzando il gas con la buretta di Hempel esso venne assorbito completamente dalla potassa. Assenza quindi di ossigeno e di azoto.

Acqua impiegata cm³ 1115

gas raccolto { cm³ 960 a t. 21° e p. 761 mm.
cm³ 867,9 t. 0° e p. 760 mm.

e per litro { cm³ 861 a t. 21° e p. 761 mm.
cm³ 778,4 t. 0° e p. 760 mm.

N) Acido nitroso

Il dosamento dell' acido nitroso fu eseguito col processo colorimetrico applicato alla reazione di Griess. In vari cilindri a piede furono posti successivamente in 100 cm^3 di acqua distillata 1—2—3 cm^3 di una soluzione di nitrito sodico di cui ogni cm^3 corrispondeva a 1—2—3 centesimi di milligrammo di N_2O_3. Indi si aggiunsero 2 cm^3 di soluzione di acido solfoanilico satura e 1 cm^3 di acido solforico diluito. Dopo vari minuti di riposo dopo rimescolamento furono aggiunti 2 cm^3 di soluzione di cloridrato di naftilamina. D' altra parte a 100 cm^3 di acqua raccolta di recente furono egualmente aggiunte le soluzioni suddette. La colorazione rosea ottenuta paragonata a quelle prodotte dal nitrito sodico nell'acqua distillata diede per 100 cm^3 centesimi di milligrammo 2,5 di anidride nitrosa e per litro Gr. 0,00025.

O) Ammoniaca

Per la determinazione dell'ammoniaca egualmente fu seguito il metodo colorimetrico col reattivo di Nessler. Colle medesime norme seguite per l'acido nitroso e adoperando una soluzione di cloruro ammonico di cui ogni cm^3 era corrispondente a 5 centesimi di milligrammo di NH_3 si ottenne in 100 cm^3 di acqua raccolta di recente tale una colorazione corrispondente a decimi di milligrammo 2,5 e per 1000 gr.0,0025 di ammoniaca.

P) Sostanze organiche

Per la determinazione delle sostanze organiche si è seguito il metodo rapido di Wood che quantunque lasci a desiderare, specialmente in presenza di sali ferrosi e di nitriti, pure dà dei risultati sufficienti nel nostro caso.

Con tal metodo si è ottenuto per 100 cm^3 5 decimi di milligrammo e per 1000 cm^3 milligrammi 5.

Riassumiamo nella seguente tabella la quantità delle sostanze sopra analizzate, contenute in un litro di acqua:

Sostanze contenute nell'acqua (*per ogni litro*)

Temperatura 18°,5. Peso specifico 1,0026.

Residuo a 100°	Gr. 2,1264
Residuo a 180°	» 2,1124
CO_2 totale	» 2,1825
CO_2 libera	» 1,0825
CO_2 combinata (calc. 0,5516).	» 0,5500
Anidride Solforica (SO_3)	» 0,1692
» Nitrosa (N_2O_3)	» 0,00025
» Nitrica (N_2O_5)	» tracce

Anidride Fosforica (P_2O_5)	Gr. tracce
» Silicica (SiO_2).	» 0,0835
» Borica (B_2O_5)	» tracce
Cloro (Cl)	» 0,2316
Allumina e Ossido di ferro ($Al_2O_3 + Fe_2O_3$) . .	» 0,0017
Calcio (Ca)	» 0,1108
Magnesio (Mg)	» 0,02773
Potassio (K)	» 0,1286
Sodio (Na)	» 0,5707
Ammoniaca (NH_3).	» 0,0025
Sostanze organiche	» 0,005

Composizione probabile del residuo (a 180°)

Carbonato di Soda (Na_2CO_3)	Gr. 0,9670 — 1,5346	Totale
Carbonato di Potassa (K_2CO_3)	» 0,2271 — 0,3296	Gr. 1,9642 [1]
Cloruro di Sodio (NaCl)	» 0,3821	
Carbonato di Calcio ($CaCO_3$)	» 0,0647	
Carbonato di Magnesio ($Mg\ CO_3$)	» 0,0957	
Solfato di Calcio ($CaSO_4$)	» 0,2878	
Silice (SiO_2)	» 0,0835	
Allumina e Ferro ($Al_2O_3+Fe_2O_3$)	» 0,0017	
	Gr. 2,1096	

Residuo ottenuto a 180°	Gr. 2,1125
Residuo calcolato	» 2,1096
Differenza	Gr. 0,0029

CONCLUSIONE

Dall' analisi su riferita risulta che l' acqua denominata *Apollo* di Agnano (Napoli) da noi esaminata, appartiene al tipo delle *Acque alcaline carboniche.*

Essa si accosta per composizione alle acque del Reno di Neuenahr e fra queste all'acqua della sorgente Apollinaris, anche per temperatura come risulta dal seguente specchietto [2]):

---

[1]) Calcolando allo stato di bicarbonato.

[2]) I dati delle prime quattro analisi sono stati ricavati dalla « Britsh Pharmacopea by Peter Squire, Seventeenth Edition, 1889 ». I risultati erano espressi in pesi inglesi e da noi sono stati ridotti, per far meglio risultare il paragone, in pesi decimali.

Quelli della sorgente Neuenahr dal Syst. Lehr. Essi erano già espressi in grammi. Per tutte le analisi i risultati sono riferiti al litro.

	Sorgente Augusta	Sorgente M. Marien	Sorgente Vittoria	Sorgente Apollin.	Sorgente Neuenahr [1])	Sorgente Apollo [2])	
Carbonato soda	0,7764	0,7284	1,3996	1,2506	1,0500	0,9670 } 1,1941	1,5346 } 1,8642
Carbonato potass.	—	—	—	—	—	0,2271	0,3296
Cloruro sodio	0,0920	0,0994	0,1180	0,4628	0,1120	0,3821	0,2831
Carbonato calcio	0,2178	0,2088	0,4276	0,0584	0,3020	0,0647	0,0647
Carbonato magnes.	0,2294	0,3474	0,4868	0,4394	0,4370	0,0957	0,0957
Solfato soda	0,0752	0,0984	0,0946	0,2982	—	—	—
Solfato calce	—	—	—	—	—	0,2878	0,2878
Silice	0,0220	0,0246	0,0324	0,0073	—	0,0835	0,0835
Allumina	0,0052 } 0,0078	0,0130	0,0194			0,0017	0,0017
Ferro	0,0170				0,0190		
Acido carbonico [3])	—	—	—	265 cc.	498,5 cc.	a 0° e 760m 778,4 cc.	a 0° e 760m 778,4 cc.
Temperatura [4])	42°,2	38°,8	?	21°,1	?	18°,5	18°,5 C.

Come si vede dal qui riportato specchietto, nell' acqua *Apollo* di Agnano (Napoli) è notevole la grande quantità di acido carbonico libero tale da formare una soluzione satura di detto gas alla temperatura di osservazione. Nell'acqua della sorgente « Apollinaris » di Neuenahr che

---

[1]) Per questa analisi tutti i carbonati ed il ferro sono riportati allo stato di bicarbonato.

[2]) Per l'acqua *Apollo* si sono fatti i calcoli del carbonato sodico e del potassico anche allo stato di bicarbonato ed inoltre entrambi si sono sommati insieme, mancando nelle altre sorgenti il sale potassico, e contribuendo esso pure alla alcalinità dell' acqua.

[3]) Nelle varie analisi non è detto se è riportato l'acido carbonico libero o combinato o il totale, nè è indicata la temperatura e le pressioni. Per l'acqua *Apollo* è riportato l'acido carbonico disciolto.

[4]) Quando non è riportata la temperatura vuol dire che non era indicata nel testo.

*

è quella che più si avvicina per la composizione chimica, l'acido carbonico libero è contenuto in molto minor quantità.

Per questo e per gli elementi mineralizzatori che contiene l'acqua *Apollo*, per il suo grato e fresco sapore acidulo, per la sua limpidezza e leggerezza, si può considerare come uno dei migliori tipi di acqua digestiva; e per tutte quelle indicazioni che il clinico, tenuto conto della composizione, potrà dare nelle differenti malattie.

Opportunamente imbottigliata con sistemi moderni può conservarsi benissimo mantenendo integre le sue qualità, prestandosi bene alla esportazione.

È quindi da sperare che l'acqua di *Apollo* di Agnano (Napoli) acquisti nella terapia quel posto che, data la sua composizione, certamente le spetta.

R. Università di Napoli, Istituto chimico-farmaceutico,
Gennaio 1904.

Rapporto *sulla Nota di* G. Giuffrida *ed* A. Chimienti.

(Adunanza del dì 19 Marzo 1904)

Studiando l'azione dell'acido piruvico sugli ammidofenoli i signori Giuffrida e Chimienti mostrano che il prodotto di condensazione cercato è molto labile poichè o non si forma o, se formato, nel trattamento coi solventi, dà il corrispondente prodotto pirotartrico, che gli A. ottennero anche direttamente e studiarono.

La vostra Commissione propone l'inserzione di questo lavoro nei Rendiconti.

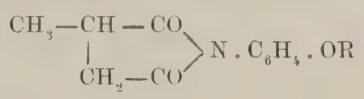
A. Ogliarolo
E. Scacchi
A. Piutti, *relatore.*

Sull'azione degli acidi piruvico e pirotartrico sui *p*-ammidofenoli; *Nota di* **G. Giuffrida** *ed* **A. Chimienti.**

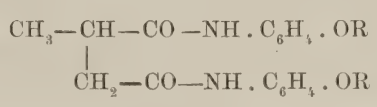
(Adunanza del dì 12 Marzo 1904)

Studiandosi in questo Istituto l'azione del *p*-ammidofenolo e dei suoi eteri sopra anidridi ed eteri di acidi organici, il Prof. Piutti, volendo estendere tali ricerche sopra acidi chetonici, ci incaricava di studiare l'azione di tali basi sull'acido piruvico.

Dalle prove eseguite è risultato, che, nelle reazioni fatte a caldo, non si ottengono derivati dell'acido piruvico, bensì del pirotartrico, avvenendo in esse la condensazione di due molecole di acido piruvico, del quale si formano le immidi sostituite:

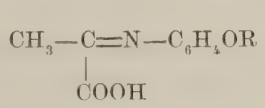


o le diammidi:



Per confermare questo risultato, venne da uno di noi fatto agire l'acido pirotartrico direttamente sulle basi indicate, ottenendosi così i medesimi composti avuti coll'acido piruvico.

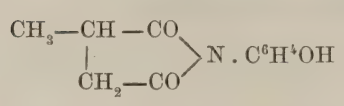
Derivati piruvici della formola:



si ebbero solamente colla *p*-anisidina e colla *p*-fenetidina operando a freddo; ma tali prodotti ottenuti direttamente non sono ulteriormente purificabili, giacchè, per l'azione del calore, si trasformano in derivati pirotartrici. Col *p*-ammidofenolo non si ebbero tali composti nemmeno a bassa temperatura, poichè la trasformazione in derivati pirotartrici avviene già a temperatura ordinaria, benchè lentamente (Böttinger, Annalen der Chemie 172.241).

Riferiamo in ciò che segue le esperienze e le analisi eseguite.

p-ossifenilpirotartrimmide



In una soluzione alcoolica di *p*-ammidofenolo si fa cadere a goccia a goccia l'acido piruvico in quantità equimolecolare (*p*-ammidofenolo gr. 14; ac. piruvico gr. 11). Dal liquido, concentrato dopo qualche tempo, si è ottenuto un prodotto giallognolo in parte vischioso. La sostanza riscaldata fondeva parzialmente verso 240°. Dopo ripetute cristallizzazioni il punto di fusione era 230°.

Analisi elementare:

I. Gr. 0,2176 di sost. fornirono (secondo il metodo Kjeldalh) NH_3 corrispondente a cc. 15 di $H_2SO_4N/14$ cioè gr. 0,015 di N.

II. Gr. 0,2080 di sost. fornirono NH_3 corrispondente a cc. 13,9 di $H_2SO_4N/14$ cioè gr. 0,0139 di N.

III. Gr. 0,2081 di sost. fornirono gr. 0,4902 di CO_2 e gr. 0,0950 di H_2O.

IV. Gr. 0,1810 di sost. fornirono gr. 0,4265 di CO_2 e gr. 0,850 di H_2O.

	Trovato %				Calcolato per l'immide piruvica ($C_9H_9O_3N$)	Calcolato per l'immide pirotartrica ($C_{11}H_{11}O_3N$)
	I	II	III	IV		
C	—	—	64,24	64,25	60,33	64,39
H	—	—	5,07	5,24	5,02	5,36
N	6,89	6,68	—	—	7,82	6,82

Il medesimo prodotto si è ottenuto facendo reagire acido piruvico e *p*-ammidofenolo anche a *bassa temperatura*, con un miscuglio frigorifero; e venne caratterizzato come tale dall'analisi del prodotto grezzo. Infatti:

I. Gr. 0,2416 di sost. diedero gr. 0,5710 di CO_2 e gr. 0,1129 diH_2O.

II. Gr. 0,2268 di sost. fornirono (secondo il metodo Kjeldahl) NH_3 corrispondente a cc. 15,2 di H_2SO_4 N/14 e cioè gr. 0,0152 di N.

	Trovato %		Calcolato per l'immide pirotartrica ($C_{11}H_{11}O_3N$)
	I	II	
C	64,45	—	64,39
H	5,19	—	5,36
N	—	6,71	6,82

Ai dati di queste analisi corrisponde solamente la formola del de-

rivato pirotartrico, vale a dire che l'acido piruvico si polimerizza in acido pirotartrico secondo l'equazione:

$$\begin{array}{l} CH_3-CO-COOH \\ CH_3-CO-COOH \end{array} = \begin{array}{l} CH_3-CH-COOH+CO_2 \\ \quad\quad\;\; | \\ \quad\quad CH_2-COOH \end{array}$$

È quindi naturale ammettere che col *p*-ammidofenolo abbia reagito l'acido pirotartrico e si sia avuta una *p*-ossifenilpirotartrimmide secondo l'equazione:

$$\begin{array}{l} CH_3-CH-COOH \\ \quad\quad | \\ \quad CH_2-COOH \end{array} + NH_2 . C_6H_4OH = \begin{array}{l} CH_3-CH-CO \\ \quad\quad | \quad\quad\;\; > N-C_6H_4OH + 2H_2O \\ \quad CH_2-CO \end{array}$$

A conferma di ciò venne fatta reagire tale base sull'acido pirotartrico stesso, riscaldando quantità equimolecolari ben mescolate delle due sostanze in un palloncino a bagno di acido solforico. Il miscuglio a 70° si rammollisce; a 80° elimina acqua, a 85° comincia a fondere; a 115° è tutto fuso. Indi venne innalzata la temperatura fino a 125°. Il prodotto raffreddato e cristallizzato dall'acqua ed alcool fonde a 230°. Siccome si ebbe poco rendimento, si rifece la reazione adoperando il cloridrato del *p*-ammidofenolo, ottenendo così un rendimento tre volte maggiore.

Analisi elementare:

I. Gr. 0,2294 di sost. fornirono (secondo il metodo Kjeldahl) tanta NH_3 da saturare cc. 15,2 di $H_2SO_4N/14$ corrispondente a gr. 0,0152 di Azoto.

II. Gr. 0,2354 di sost. fornirono gr. 0,5542 di CO_2 e gr. 0,1180 di H_2O.

	Trovato %		Calcolato per $C_{11}H_{11}O_3N$
	I	II	
C	—	64,20	64,39
H	—	5,57	5,37
N	6,62	—	6,82

p-metossifenilpirotartrodiammide

$$\begin{array}{l} CH^3 . CH . CO-NHC^6H^4 . OCH^3 \\ \quad\quad\;\; | \\ \quad\quad CH^2 . CO-NHC^6H^4 . OCH^3 \end{array}$$

In una soluzione alcoolica di *p*-anisidina si è fatto cadere, a goccia a goccia, l'acido piruvico in quantità equimolecolari (ac. piruvico gr. 8.8; *p*-anisidina gr. 12,3). La reazione a temperatura ordinaria è vivissima

con sviluppo di anidride carbonica, ciò che fa supporre la decomposizione dell'acido piruvico in pirotartrico. Ad evitare ciò si è ripetuta la reazione a bassa temperatura, con un miscuglio frigorifero di neve ed acido cloridrico. Si è ottenuto un prodotto giallo che comincia a fondere a 110° e si mostra completamente fuso a 230°. Dal prodotto cristallizzato dall'alcool si ottiene una sostanza in aghi, di color bianco perlaceo, fusibili a 241°-242°.

È insolubile in acqua, solubile a caldo in alcool, acido acetico ed etere.

Analisi elementare:

I. Gr. 0,2005 di sost. hanno dato gr. 0,4890 di CO_2 e gr. 0,1112 di H_2O.

II. Gr. 0,2182 di sost. fornirono gr. 0,5297 di CO_2 e gr. 0,1210 di H_2O.

III. Gr. 0,1538 di sost. fornirono (secondo il metodo Kjeldahl) NH_3 corrispondenti a cc. 12,15 di $H_2SO_4N/14$ e cioè gr. 0,01215 di N.

IV. Gr. 0,1796 di sost. fornirono NH_3 corrispondente a cc. 14,4 di $H_2SO_4N/14$ e cioè gr. 0,0144 di N.

	Trovato %				Calc. per l'immide piruvica ($C_{10}H_{11}O_3N$)	Calc. per la diammide piruvica ($C_{17}H_{18}O_3N_2$)	Calc. per la diammide pirotartrica ($C_{19}H_{22}O_4N_2$)
	I	II	III	IV			
C	66,48	66,17	—	—	62,17	68,44	66,66
H	6,10	6,14	—	—	5,96	6,04	6,40
N	—	—	7,82	8,02	6,73	9,39	8,18

Anche qui i dati delle analisi corrispondono a quelli del derivato pirotartrico, e per convalidare questa supposizione si è sottoposta la sostanza all'*azione dell'acido cloridrico concentrato in tubo chiuso* alla temperatura di 110° e per la durata di circa sette ore. Si sono ottenuti due prodotti, l'uno liquido (*a*) e l'altro solido e cristallizzato (*b*), che poi vennero separati.

Dal *liquido a* concentrato e lasciato per qualche tempo nel vuoto, si è depositata una sostanza che si è purificata in questo modo: preparatone il sale sodico, questo venne trattato con acido cloridrico, tirato a secco, e ripigliato con alcool assoluto, per separarne il cloruro di sodio; dalla soluzione si è cristallizzata una sostanza di reazione acida col punto di fusione a 112°.

Determinazione acidimetrica:

Gr. 0,1004 di sost. furono neutralizzati da cc. 15,1 di NaOH N/10 (indicatore fenolftaleina).

Trovato	Calc. per gr. 0,1004 di ac. piruvico	Calc. per gr. 0,1004 di ac. pirotartrico
$NaOH \frac{N}{10} =$ cc. 15,1	$NaOH \frac{N}{10} =$ cc. 11,3	$NaOH \frac{N}{10} =$ cc. 15,2

Il *prodotto b* è molto solubile in acqua e con ammoniaca si colora

in azzurro. Con soluzione concentrata di quest' ultima si precipitò una sostanza in pagliette incolori, che presto si sono imbrunite. Il punto di fusione era 180°.

Determinazione di Cloro:

Gr. 0,2234 di sost. hanno dato gr. 0,2195 di AgCl e da cui Cl=gr. 0,0543.

Trovato %	Calcolato per $NH_2C_6H_4OH$. HCl
24,36	24,40

Da cui si conclude che l' acido cloridrico nel tubo chiuso à scomposto la sostanza in acido pirotartrico, formatosi dalla polimerizzazione dell'acido piruvico, in cloridrato di *p*-ammidofenolo, e in cloruro di metile, e che quindi facendo agire acido purivico e *p*-anisidina si à una *p*-metossifenilpirotartrodiammide secondo la reazione:

$$\begin{matrix} CH_3-CO-COOH \\ CH_3-CO-COOH \end{matrix} + 2NH_2C_6H_4OCH_3 = \begin{matrix} CH_3-CH-CO-NH.C_6H_4OCH_3 \\ | \\ CH_2-CO-NH.C_6H_4OCH_3 \end{matrix} + 2H_2O + CO_2$$

A conferma di ciò si è fatto reagire l'acido pirotartrico sulla *p*-anisidina e si sono ottenuti due prodotti, il primo fusibile a 95° caratterizzato per l' immide, il secondo ottenuto dalle acque madri di quest'ultima, e caratterizzato dall' analisi per la *p*-metossifenilpirotartrodiammide, fusibile a 240°. Infatti:

I. Gr. 0,2156 di sost. fornirono gr. 0,5262 di CO_2 e gr. 0,1194 di H_2O.

II. Gr. 0,1945 di sost. fornirono (secondo il metodo di Kjeldahl) tanta NH_3 da saturare cc.15,8 di H_2SO_4N/14 corrispondente a gr. 0,0158 di N.

	Trovato % I	Trovato % II	Calcolato per la diammide pirotartrica ($C_{19}H_{22}O_4N_2$)
C	66,56	—	66,66
H	6,14	—	6,40
N	—	8,08	8,18

Derivato nitrurato: $C_{19}H_{20}O_4N_2$ $(NO_2)_2$. — Si è preparato facendo gocciolare una soluzione alcoolica di diammide in un matraccino contenente acido nitrico fumante, mantenuto a freddo con acqua corrente. Dal liquido, che aveva assunto colorazione giallo carico, per aggiunta di acqua si depose una sostanza pastosa gialla, che raccolta alla pompa e purificata con ripetute cristallizzazioni nel vuoto da soluzioni acetiche, si presenta in minuti cristalli gialli fondenti a 202°.

Determinazione dell'Azoto:

I. Gr. 0,1468 di sost. fornirono (secondo il metodo Kjeldahl) l'NH_3 corrispondente a cc. 18,3 di H_2SO_4N/14 pari a gr. 0,0183 di N.

II. Gr. 0,2036 di sost. ànno dato l' NH_3 corrispondente a cc. 26,2 di $H_2SO_4N/14$ pari a gr. 0,0262 di N.

	Trovato % I	Trovato % II	Calcolato per $C_{19}H_{20}O_4N_2(NO_2)_2$
N	12,47	12,87	12,96

Derivato bromurato: $C_{19}H_{20}O_4N_2Br_2$.—In una soluzione acetica leggermente riscaldata di *p*-metossifenilpirotartrodiammide si fa gocciolare il bromo sciolto nell'acido acetico caldo. Dal liquido diventato rosso e lasciato un po' a sè per diluizione con poca acqua, si è precipitata una sostanza, che purificata e cristallizzata presentavasi in aghi piccoli di color giallognolo, fusibile a 82°-83°.

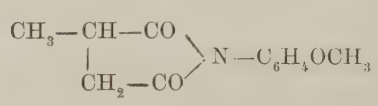
Determinazione del Bromo:

I. Gr. 0,1100 di sost. fornirono gr. 0,0830 di AgBr, pari a gr. 0,0353 di Br.

II. Gr. 0,1345 di sost. fornirono gr. 0,1005 di AgBr, pari a gr. 0,01276 di Br.

	Trovato % I	Trovato % II	Calcolato per $C_{19}H_{20}O_4N_2Br_2$
Br.	32,10	31,79	32,00

p-metossifenilpirotartrimmide



Si è ottenuta come prodotto principale dall'azione dell' acido pirotartrico sulla *p*-anisidina, come venne già accennato a proposito della *p*-metossifenilpirotartrodiammide, riscaldando quantità equimolecolari di acido pirotartrico e *p*-anisidina in un palloncino a bagno di acido solforico. A 40° la massa si rammollisce, a 55° comincia a fondere, a 105° è tutta fusa; s'innalza la temperatura fino a 115° (e non più perchè a 135° bolle). Raffreddata si rapprende in una massa vischiosa. che cristallizza dall'alcool in prismi bianchi fusibili a 95°.

Analisi elementare:

I. Gr. 0,1984 di sost. fornirono gr. 0,4810 di CO_2 e gr. 0,1074 di H_2O.

II. Gr. 0,2057 di sost. fornirono gr. 0,4979 di CO_2 e gr. 0,1138 di H_2O.

III. Gr. 0,2104 di sost. fornirono (secondo il metodo Kjeldahl) tanta NH_3 da saturare cc.14,5 di $H_2SO_4N/14$ corrispondenti a gr. 0,0145 di N.

	Trovato % I	Trovato % II	Trovato % III	Calcolato per $C_{12}H_{13}O_3N$
C	66,11	66,01	—	65,75
H	6,01	6,14	—	5,93
N	—	—	6,89	6,39

Determinazione del peso molecolare:

Venne eseguita col *metodo crioscopico* in soluzione benzolica; costante usata nel calcolo 50:

	Concentrazione	Abbassamento termometrico	Coefficiente d'abbassamento	Peso molecolare trovato	Abbass molec. per l'immide (P. M 219)
I	1,016	0,22	0,2165	230,9	47,42
I	1,433	0,315	0,2198	227,0	48,14

Acido *p*-metossifenilpirotartrammico

$$\begin{array}{l} CH_3—CH—CO—NH\,.\,C_6H_4OCH_3 \\ \quad\;\;\;

lica di *p*-fenetidina, mantenuta a bassa temperatura con neve e sale, l'acido piruvico in quantità equimolecolàri. Si ottiene un prodotto giallo che all'aria imbrunisce facilmente; e cristallizzato dall'alcool bollente dà una sostanza in aghi bianchi, lunghi, ben cristallizzati, fusibili a 234°-235°.

È solubile in acido acetico a caldo ed in alcool bollente, quasi insolubile nell'idrato potassico, e perfettamente insolubile in acqua.

Analisi elementare:

I. Gr. 0,1834 di sost. fornirono gr. 0,4636 di CO_2 e gr. 0,1193 di H_2O.

II. Gr. 0,1807 di sost. fornirono gr. 0,4518 di CO_2 e gr. 0,114 di H_2O.

III. Gr. 0,1617 di sost. fornirono gr. 0,4046 di CO_2 e gr. 0,1020 di H_2O.

IV. Gr. 1944 di sost. fornirono (secondo il metodo Kjeldahl) tanta NH_3 da saturare cc.15,05 di $H_2SO_4N/14$ pari a gr. 0,015,05 di N.

V. Gr. 0,1055 di sost. fornirono tanta NH_3 da saturare cc.8,35 di $H_2SO_4N/14$ pari a gr. 0,00835 di azoto.

	Trovato %					Calc. per l'immide piruvica ($C_{11}H_{14}O_3N$)	Calc. per la diammide piruvica ($C_{19}H_{22}O_3N_2$)	Calc. per la diammide pirotartrica ($C_{21}H_{26}O_4N_2$)
	I	II	III	IV	V			
C	68,60	68,19	68,24	—	—	63,50	71,61	68,11
H	7,19	7,03	7,00	—	—	773	6,35	7,02
N	—	—	—	7,14	7,92	6,73	8,09	7,56

Anche qui si è fatta la scomposizione in *in tubo chiuso con acido cloridrico concentrato.* Si sono ottenuti due prodotti, l'uno liquido (*a*) e l'altro solido e cristallizzato (*b*).

Dal *liquido a* concentrato e purificato cristallizza una sostanza, di reazione acida col punto di fusione 111°-112°.

Determinazione acidimetrica:

Gr. 0,1127 di sost. furono neutralizzati da cc.17.2 di NaOH N/10.

Trovato	Calcolato per gr. 0,1127 di acido piruvico	Calcolato per gr. 0,1127 di acido pirotartrico
$NaOH \frac{N}{10} =$ cc. 17,2	$NaOH \frac{N}{10} =$ cc. 11,7	$NaOH \frac{N}{10} =$ cc. 16,9

Il *prodotto b* è molto solubile in acqua, e purificato cristallizza in aghi bianchi.

Determinazione del Cloro:

Gr. 0,3160 di sost. diedero gr. 0,3136 di AgCl, ossia Cl = gr. 0,078.

	Trovato	Calcolato per C_6H_7NO . HCl
Cl. %	24,68	24,40

Da cui si conclude, che anche quì l'acido cloridrico à scomposto la sostanza in acido pirotartrico, cloridrato di *p*-ammidofenolo e cloruro

di etile; e che quindi facendo agire acido piruvico sulla *p*-fenetidina si à una *p*-etossifenilpirotartrodiammide.

A conferma di ciò si è fatto reagire l'acido pirotartrico sulla *p*-fenetidina; ma si è ottenuto un prodotto fusibile a 97°, caratterizzato per l'immide. Solo dalle ultime acque madri concentrate si è avuta una sostanza bruna, cristallizzata, non sufficiente per l'analisi, che a 220° non era ancora fusa, ma si carbonizzava. Per il suo punto di fusione abbastanza alto, per i suoi caratteri, e per l'analogia con quella ottenuta dall'acido pirotartrico e *p*-anisidina, è probabile che questa sostanza corrisponda alla *p*-etossifenilpirotartrodiammide.

Derivato nitrurato: $C_{21}H_{25}O_4N_2(NO_2)$.—Si è preparato analogamente a quello ottenuto dalla *p*-metossifenilpirotartrodiammide. Cristallizzato dall'acido acetico si presenta in forma di minuti cristalli fondenti a 195°.

Determinazione di Azoto:

I. Gr. 0,1541 di sost. fornirono (secondo il metodo Kjeldahl) tanta NH_3 da saturare cc.15,95 di $H_2SO_4N/14$, pari a gr. 0,01595 di N.

II. Gr. 0,1052 di sost. fornirono tanta NH_3 da saturare cc.10,9 di $H_2SO_4N/14$ pari a gr. 0,0109 di N.

	Trovato I	Trovato II	Calcolato per $C_{21}H_{25}O_4N_2(NO_2)$
N %	10,3	10,34	10,12

Derivato bromurato: $C_{21}H_{25}O_4N_2Br$.—Si è ottenuto come l'analogo bromo-derivato della *p*-metossifenilpirotartrodiammide. Purificato e cristallizzato dall'alcool si presenta in aghi setacei di un bianco latte, solubilissimi in alcool, fusibili a 74°.

Determinazione del Bromo:

Gr. 0,2446 di sost. fornirono gr. 0,103 di AgBr pari a gr. 0,04383 di Br.

	Trovato	Calcolato per $C_{21}H_{25}O_4N_2Br$
Br %	17,91	17,81

p-etossifenilpirotartrimmide

$$C_3H_6<\begin{matrix}CO\\CO\end{matrix}>N.C_6H_4OC_2H_5 .$$

Si è ottenuta facendo reagire quantità equimolecolari di ac. pirotartrico e *p*-fenetidina, nelle medesime condizioni già esposte a proposito della *p*-metossifenilpirotartrimmide. A 65° la massa si rammollisce; a 70° comincia a fondere, a 80° elimina acqua, a 111° è tutta fusa, si innalza la temperatura a 125° mantenendola tale fino a completa elimi-

nazione di acqua. Dopo ripetute cristallizzazioni dall'alcool si è ottenuta una sostanza che fondeva a 97°.

Analisi elementare:

I. Gr. 0,2039 di sost. fornirono (secondo il metodo Kjeldahl) tanta NH_3 da saturare cc.12,5 di $H_2SO_4N/14$ pari a gr. 0,0125 di N.

II. Gr. 0,2140 di sost. fornirono gr. 0,5246 di CO_2 e gr. 0,1218 di H_2O.

	Trovato %		Calcolato per $C_{13}H_{15}O_3N$
	I	II	
C	—	66,76	66,95
H	—	6,32	6,43
N	6,11	—	6,00

I composti ottenuti nell'azione dell'acido piruvico sul *p*-ammidofenolo e suoi eteri per le ricerche esposte sinora, risultano corrispondere ai derivati pirotartrici; si è quindi tentato di ottenere i derivati piruvici cambiando le condizioni di esperienza, facendo cioè reagire le sostanze a bassa temperatura e studiando i prodotti direttamente ottenuti. Nel caso del *p*-ammidofenolo si ottenne anche in tal modo il derivato pirotartrico, invece per la *p*-anisidina e fenetidina si sono ottenuti i derivati piruvici qui sotto descritti:

Acido *p*-metossifenilimmidopiruvico

$$CH_3—\underset{\underset{COOH}{|}}{C}=N—C_6H_4OCH_3$$

Si son fatte reagire a bassa temperatura, in un miscuglio frigorifero di neve ed acido cloridrico, soluzioni alcooliche di ac. piruvico e *p*-anisidina, in quantità equimolecolari e si è ottenuto un prodotto amorfo giallo, che dopo qualche tempo imbruniva, e di cui si è fatta direttamente l'analisi, appena seccato nel vuoto.

Analisi elementare:

I. Gr. 0,2106 di sost. fornirono gr. 0,4812 di CO_2 e gr. 0,1130 di H_2O.

II. Gr. 0,1840 di sost. fornirono (secondo il metodo Kjeldahl) tanta NH_3 da corrispondere a cc.13,7 di $H_2SO_4N/14$ cioè a gr. 0,0137 di N.

	Trovato %		Calcolato per $C_{10}H_{11}O_3N$
	I	II	
C	62,31	—	66,17
H	5,96	—	5,70
N	—	7,44	7,25

È naturale ammettere che una molecola di anisidina abbia reagito

con una molecola di acido piruvico nel gruppo chetonico, sia per il risultato delle analisi, sia perchè il prodotto à reazione acida.

Determinazione acidimetrica:

Gr. 0,2268 di sost. vennero neutralizzati da cc.9,1 di NaOH N/10 (indicatore: fenolftaleina)

Trovato	Calcolato per gr. 0,2268 di $C_{10}H_{11}O_3N$
$NaOH \frac{N}{10}$ = cc. 9,1	$NaOH \frac{N}{10}$ = cc. 12,2

La non completa concordanza del risultato di questa determinazione col calcolato è forse da attribuirsi all' azione dell' idrato sodico sull'acido stesso. La sostanza non si è potuta purificare, perchè a freddo è pressocchè insolubile in solventi ordinarii ed a caldo si decompone con formazione di diammide pirotartrica.

Acido *p*-etossifenilimmidopiruvico

$$CH_3-\underset{\underset{COOH}{|}}{C}=N-C_6H_4OC_2H_5$$

Si è preparato facendo reagire soluzioni alcooliche di ac. piruvico e di *p*-fenetidina in quantità equimolecolari e nelle medesime condizioni già esposte a proposito dell'acido *p*-metossifenilimmidopiruvico. È amorfo di color giallo carico e col tempo imbrunisce; comincia a fondere a 105° e si mostra completamente fuso a circa 228°; il prodotto venne sottoposto all' analisi, senza ulteriore purificazione, per le ragioni già esposte per l'acido antecedente.

Analisi elementare:

I. Gr. 0,2335 di sost. fornirono (secondo il metodo Kjeldahl) tanta NH_3 da corrispondere a cc.15,4 di H_2SO_4N/14 cioè a gr. 0,0154 di N.

II. Gr. 0,1952 di sost. fornirono gr. 0,4544 di CO_2 e gr. 0,1062 di H_2O.

	Trovato %		Calcolato per $C_{11}H_{13}O_3N$
	I	II	
C	—	63,48	63,75
H	—	6,04	6,28
N	6,59	—	6,76

Determinazione acidimetrica:

Gr. 0,1648 di sost. vennero neutralizzati da cc.5,4 di NaOH N/10 (indicatore: fenolftaleina).

Trovato	Calcolato per gr. 0,1648 di $C_{11}H_{13}O_3N$
$NaOH \frac{N}{10}$ = cc. 5,4	$NaOH \frac{N}{10}$ = cc. 7,9

Anche quì il risultato della determinazione acidimetrica come nel caso dell'acido corrispondente avuto dalla *p*-anisidina, non corrisponde perfettamente al calcolato. Non si è potuto preparare i sali di quest'acido per la sua facile decomponibilità.

La *determinazione del peso molecolare* col metodo crioscopico in soluzione acetica non à dato risultati soddisfacenti, perchè la sostanza non essendo solubile a freddo nell'acido acetico, probabilmente ha subito modificazioni nella dissoluzione a caldo; nè si potè eseguire col benzolo data la sua minima solubilità in questo solvente.

Riassumiamo nel quadro seguente le sostanze che si sono ottenute e descritte nel presente lavoro:

	Colore	P.F.	ottenuta dall' azione
	Immidi		
p-ossifenilpirotartrimmide	biancastro	230°	dell'ac. piruvico sul *p*-ammidofenolo (a freddo) (ottenuta da Giuffrida) dell'ac. pirotartrico sul *p*-ammidofenolo (a freddo) (G.)
p-metossifenilpirotartrimmide	bianco	95°	dell'ac. pirotartrico sulla *p*-anisidina (a freddo) (G.)
p-etossifenilpirotartrimmide	»	97°	dell'ac. pirotartrico sulla *p*-fenetidina (G.)
	Diammidi		
p-metossifenilpirotartrodiammide	bianca	241°	dell'ac. piruvico e *p*-anisidina (a caldo) (G.) dell'ac. pirotartrico e *p*-anisidina (dalle acque madri) (G.)
p-etossifenilpirotartrodiammide	»	235°	dell'ac. piruvico e *p*-fenetidina (a caldo) (Chimienti) (?) ac. pirotartrico e *p*-fenetidina (dalle acque madri) (G.)
	Acidi immidopiruvici		
Acido *p*-metossimmidopiruvico	giallo che imbrunisce	110°-230°	dell'ac. piruvico e *p*-anisidina (a freddo) (G.)
Acido *p*-etossimmidopiruvico	»	105°-228°	dell'ac. piruvico e *p*-fenetidina (a freddo) (G.)
	Acido ammico		
Acido *p*-metossifenilpirotartrammico	giallo	137°	dalla trasformazione della *p*-metossifenilpirotartrimmide (G.)
	Nitroderivati		
Nitroderivato della *p*-metossifenilpirotartrodiammide	giallo	202°	dalla trasformazione della *p*-metossifenilpirotartrodiammide (G.)
Nitroderivato della *p*-etossifenilpirotartrodiammide	»	195°	dalla trasformazione della *p*-metossifenilpirotartrodiammide (Ch.)
	Bromoderivati		
Bromoderivato della *p*-metossifenilpirotartrodiammide	giallo	82°-83°	dalla trasformazione della *p*-metossifenilpirotartrodiammide (G.)
Bromoderivato della *p*-etossifenilpirotartrodiammide	»	74°	dalla trasformazione della *p*-metossifenilpirotartrodiammide (Ch.)

Sentiamo infine il dovere di ringraziare il Prof. Piutti degli ammaestramenti e consigli datici nella esecuzione di questo lavoro.

Napoli, Istituto di Chimica farmaceutica e tossicologica.
Marzo 1904.

Rapporto *sulla Nota del Dott.* Luciano Rossi.

(Adunanza del dì 19 Marzo 1904)

Nel lavoro che presenta all'Accademia per l'inserzione, il dott. Luciano Rossi studia l'azione dell'anidride pirocinconica sulle fenilendiammine dimostrando che mentre l'*o*-fenilendiammina fornisce un derivato ciclico i suoi isomeri *meta* e *para*, danno solamente derivati amminici, a catena aperta, suscettibili di reagire con altre anidridi.

La vostra Commissione propone l'inserzione del lavoro nei Rendiconti.

O. Oglialoro
E. Scacchi
A. Piutti, *relatore.*

Azione dell'Anidride Pirocinconica sulle Fenilendiammine; *Nota del dott.* **Luciano Rossi.**

(Adunanza del dì 12 Marzo 1904)

Facendo reagire un acido bibasico organico sopra una diammina aromatica si ottengono, come è noto, due prodotti differenti secondo che la reazione avviene tra molecole eguali di acido (o di anidride) con la diammina, ovvero nella proporzione di due molecole del primo con una della seconda.

Si deve a Biedermann [1]) lo studio dell'azione dell'anidride ftalica sulle toluilendiammine e fenilendiammine. Egli ottenne dalla *m*-toluilendiammina ed anidride ftalica due composti: la monoftaliltoluilendiammina (I) di color giallo d'oro, che fonde a 192°, e la diftaliltoluilendiammina (II), che fonde a 232°, alle quali attribuì la seguente struttura:

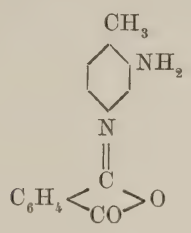
I. $C_7H_6 < \begin{matrix} NH.CO \\ NH.CO \end{matrix} > C_6H_4$ II. $C_7H_6 < \begin{matrix} N < \begin{matrix} CO \\ CO \end{matrix} > C_6H_4 \\ N < \begin{matrix} CO \\ CO \end{matrix} > C_6H_4 \end{matrix}$

Composti analoghi ottenne pure con la *p*-fenilendiammina e con la *m*-fenilendiammina, ai quali attribuì pure formole anologhe alle precedenti.

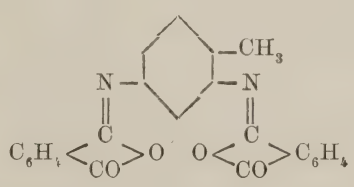
---

[1]) Ber. X, 1160 (1877).

Senonchè più tardi fu brevettato [1]) un processo di preparare coloranti solforati dalla *m*-toluilendiammina ed anidride ftalica, dal quale risultò che il composto fusibile a 192°, ottenuto da quantità equimolecolari delle indicate sostanze, non possiede la costituzione assegnatagli da Biedermann, ma invece quella di un derivato del ftalanile:



Infatti tale composto si lascia facilmente trasformare in diazo-derivato, e reagisce con grande facilità con un'altra molecola di anidride ftalica, dando luogo all'altro prodotto descritto da Biedermann col p. f. 232°, al quale perciò è devoluta la costituzione:



Studiandosi da diversi anni in questo Istituto l'azione di anidridi o di acidi bibasici organici sopra ammine ed ammidofenoli, anche dal punto di vista di generalizzare il fenomeno di isotropia osservato in alcuni di essi, il prof. A. Piutti mi incaricò di estendere tale ricerca alle diammine studiando l'azione *dell'anidride pirocinconica sulle o-m-p-fenilendiammine.*

Al principio dell'anno decorso avevo appena iniziato tale studio quando apparve una nota di R. Meyer [2]) sopra la *chiusura ciclica*, nella quale esponeva i risultati ottenuti dall'azione degli acidi malonico, succinico, *i*-succinico, adipico, sebacico e ftalico sopra le fenilendiammine, toluilendiammine e naftilendiammine.

Siccome questo lavoro, in cui si richiamano anche ricerche di altri (Biedermann, Anderlini), era fatto con altro scopo ed in esso non era compresa l'azione dell'anidride pirocinconica, continuai nelle mie ricerche.

---

[1]) F. A. Geigy, (Basel). (D. P. R. 126, 964). (Centralbalt, 1902, I, 152).

[2]) R. Meyer, A. 327, I, (1903).

*

Il risultato di queste è che l'anidride reagisce colle fenilendiammine a molecole eguali formando l'immide secondo l'equazione:

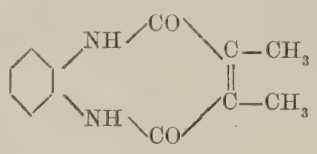
$$\text{I.} \qquad C_6H_6O_3 + C_6H_8N_2 = C_{12}H_{12}O_2N_2 + H_2O$$

mentre due molecole di anidride reagiscono con una di base per dare la diimmide:

$$\text{II.} \qquad 2C_6H_6O_3 + C_6H_8N_2 = C_{18}H_{16}O_4N_2 + 2H_2O\ .$$

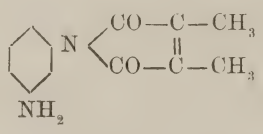
Però le immidi ottenute nel I caso differiscono per struttura a seconda che la reazione avviene con la orto-fenilendiammina, ovvero con la meta o la para.

Il composto ottenuto con la orto-fenilendiammina ha la struttura ciclica rappresentata dalla formola:

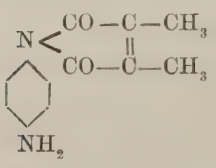


o-fenilenpirocincondiammide

e può considerarsi come un derivato di una pirocincondiammide, poichè non è suscettibile di diazotizzazione, nè si unisce ad altre anidridi. Mentre invece i derivati della meta e della para-fenilendiammina devono considerarsi come *ammino immidi* aventi la seguente struttura:



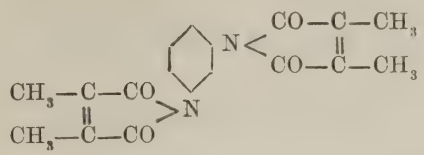
m-ammidofenilenpirocinconimmide



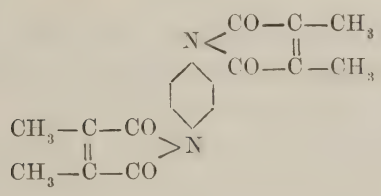
p-ammidofenilenpirocinconimmide

poichè possono essere diazotizzate o fornire isocarbilammine e si uni-

scono tanto ad una molecola di anidride pirocinconica per formare le *diimmidi*:

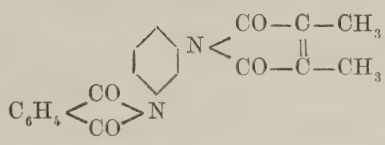


fenilen-m-dipirocinconimmide

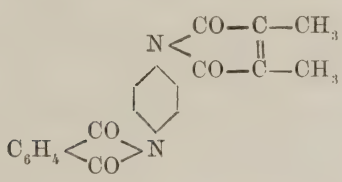


fenilen-p-dipirocinconimmide

quanto ad altre anidridi, p. es. all'anidride ftalica, per dare le diimmidi miste:

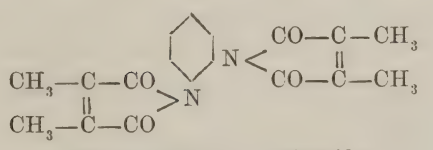


m-fenilenftalilpirocinconimmide



p-fenilenftalilpirocinconimmide

Una orto diimmide:



fenilen-o-dipirocinconimmide

si può ottenere direttamente.

Tanto dalle monoammidi quanto dalle diimmidi sopradette non si son potuti avere i corrispondenti acidi ammici.

Le monoammidi ricavate son tutte colorate più o meno in giallo, mentre le diimmidi sono bianche, non tenendo conto di quel leggero

color crema della para e della meta-dipirocinconimmide, da ascriversi a leggere impurezze difficili a togliersi.

Questi risultati concordano perfettamente con quelli ottenuti da R. Meyer [1]) con altre anidridi di acidi bibasici.

PARTE SPERIMENTALE

PREPARAZIONE DELLE BASI LIBERE E DELL'ANIDRIDE PIROCINCONICA

Le basi adoperate nelle reazioni si ricavarono da quantità note dei rispettivi cloridrati, spostandole con quantità calcolata di bicarbonato sodico ed estraendole successivamente con etere.

L'anidride pirocinconica venne da me ottenuta secondo le indicazioni di Michael preparando coll'etere metilacetacetico l'acido α-β-dimetilmalico e scaldando poi questo da 180° a 200°. L'anidride pirocinconica formatasi venne purificata passando pel sale sodico e distillandola quindi in corrente di vapor d'acqua; essa fondeva a 96° [2]):

A. — Diammide ed immidi.

Tanto la *o*-fenilendiammide come le *m*- e *p*-ammidofenilenpirocinconimmidi vennero preparate nei due modi seguenti:

I. *per fusione.* Quantità equimolecolari di anidride e di fenilendiammina, ben mescolate, furono scaldate in corrente di CO_2 a bagno di ac. solforico, precedentemente riscaldato alla temperatura di 110° (cioè di poco superiore ai punti di fusione dei corpi reagenti), onde evitare la facile sublimazione dell' anidride. La miscela subito fuse colorandosi in giallo-bruno e sviluppando acqua, che andò mano mano aumentando coll' elevarsi della temperatura fino a 150°. Cessato questo sviluppo, dopo completo raffreddamento, la massa giallo-bruna fu cristallizzata dall'alcole, il quale si colorò in giallo, e fornì col raffreddamento i cristalli d' immide.

II. *in soluzione alcoolica.* Soluzioni alcooliche di quantità equimolecolari delle due sostanze, mescolate assieme, dettero un leggiero sviluppo di calore e colorazione giallo intensa del liquido, il quale lasciato a sè, depose i cristallini d'immide identici ai precedenti. Il rendimento fu quasi teorico.

Proprietà. Son tutte solubili in alcole, acetone, benzolo, cloroformio; le soluzioni sono colorate in giallo e, lasciate a sè, depositano l'immide cristallizzata. L'orto e la meta cristallizzano in prismettini, la para in pagliuzze.

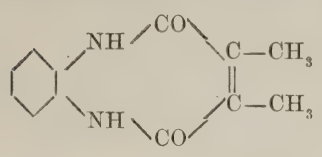
---

[1]) V. loc. cit.

[2]) Journal F. Prat. Chemie, 1892, pag. 298.

I.

O-FENILENPIROCINCONDIAMMIDE



Cristallizza dall' alcole in cristallini prismatici gialletti fusibili a 150°-154°. Cristallizza meglio dell'acetone.

Analisi:

I. Gr. 0,2271 di sostanza dettero gr. 0,5504 di CO_2 e gr. 0,1131 di H_2O.

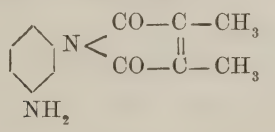
II. Gr. 0,2009 di sostanza fornirono (col metodo Kjeldahl) tanta NH_3 da corrispondere a c.c. 18 d'H_2SO_4 $\frac{N}{10}$, cioè a gr. 0,0252 di N.

III. Gr. 0,2320 di sostanza dettero l'NH_3 corrispondente a c.c. 21,1 di H_2SO_4 $\frac{N}{10}$, cioè a gr. 0,02962 di N.

	Trovato			Calcolato per $C_{12}H_{12}O_2N_2$
	I	II	III	
C	66,05			66,60
H	5,54			5,60
N		12,58	12,76	12,98

II.

m-AMMIDOFENILENPIROCINCONIMMIDE



Si presenta in cristallini giallo-verdastri fusibili a 160°.

Analisi:

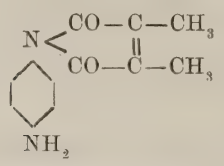
I. Gr. 0,2102 di sostanza dettero gr. 0,5124 di CO_2 e gr. 0,105 di H_2O.

II. Gr. 0,221 di sostanza dettero (col metodo Kjeldahl) l' NH_3 corrispondente a c.c. 20,1° d'H_2SO_4 $\frac{N}{10}$, cioè a gr. 0,02822 di N.

	Trovato		Calcolato per $C_{12}H_{12}O_2N_2$
	I	II	
C	66,46		66,60
H	5,56		5,60
N		12,76	12,98

III.

p-AMMIDOFENILENPIROCINCONIMMIDE



Cristallizza in pagliuzze o in aghetti di color giallo d'oro secondo la concentrazione del solvente. Fonde a 140° in un liquido giallo-bruno.

Analisi:

I. Gr. 0,2189 di sostanza dettero gr, 0,5306 di CO_2 e gr. 0,1093 di H_2O.

II. Gr. 0,2124 di sostanza fornirono (col metodo Kjeldahl) tanta NH_3 da corrispondere a c.c. 18,7 d'H_2SO_4 $\frac{N}{10}$, cioè a gr. 0,02625 di N.

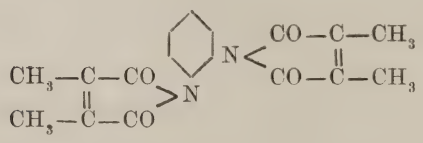
	Trovato I	Trovato II	Calcolato per $C_{11}H_{12}N_2O_2$
C	66,10		66,60
H	5,57		5,60
N		12,36	12,98

B. — Diimmidi.

Furono preparate tanto per fusione come in soluzione alcoolica nell'identica maniera delle corrispondenti ammidi. Son tutte bianche, cristallizzate in aghi riuniti a ciuffi, che si diffondono nel solvente occupandolo tutto. Sono poco solubili in alcole, acetone, benzolo, cloroformio, e la solubilità va sempre decrescendo dalla orto-diimmide alla para.

I.

FENILEN-*o*-DIPIROCINCONIMMIDE



Fu ottenuta in belli aghetti bianchi riuniti a ciuffi. Fonde a 139°-140° dando un liquido giallo.

Analisi:

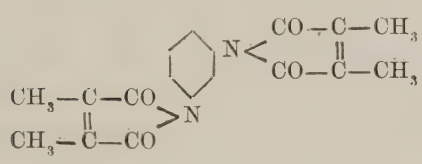
I. Gr. 0,2120 di sostanza dettero gr. 0,5128 di CO_2 e gr. 0,0862 di H_2O.

II. Gr, 0,22 di sostanza fornirono (col metodo Kjeldahl) l'NH_3 corrispondente a c. c. 13,7 di $H_2SO_4 \frac{N}{10}$, cioè a gr. 0,0182 di N.

	Trovato I	Trovato II	Calcolato per $C_{18}H_{16}N_4O_2$
C	65,94		66,61
H	4,50		4,98
N		8,28	8,66

II.

FENILEN-*m*-DIPIROCINCONIMMIDE



Cristallizza dall'alcole in aghi riuniti a ciuffi di colore bianco, leggermente crema. Fonde a 175°. Da una soluzione alcoolica concentrata cristallizza in aghi, da una soluzione diluita in scagliette, da un miscuglio di alcole e acetone in prismettini.

Analisi:

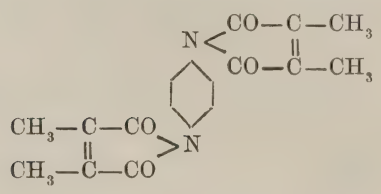
I. Gr. 0,2202 di sostanza dettero gr. 0,5331 di CO_2 e gr. 0,938 di H_2O.

II. Gr. 0,2210 di sostanza fornirono (col metodo Kjeldahl) l'NH_3 corrispondente a c.c. 13,1 d'$H_2SO_4 \frac{N}{10}$, cioè a gr. 0,01839 di N.

	Trovato I	Trovato II	Calcolato per $C_{18}H_{16}O_4N_2$
C	65,98		66,61
H	4,76		4,98
N		8,32	8,66

III.

FENILEN-*p*-DIPIROCINCONIMMIDE



Cristallizza in aghi bianchi leggermente crema. Imbrunisce oltre 200° e fonde a 285° in un liquido bruno. Dall'acetone cristallizza in prismettini esagonali.

Analisi:

I. Gr. 0,2130 di sostanza dettero gr. 0,5195 di CO_2 e gr. 0,0858 di H_2O.

II. Gr. 0,2344 di sostanza dettero (col metodo Kjeldahl) l'NH_3 corrispondente a c.c. 13,9 d'H_2SO_4 $\frac{N}{10}$, cioè a gr. 0,01951 di N.

	Trovato I	Trovato II	Calcolato per $C_{18}H_{16}O_4N_2$
C	66,47		66,61
H	4,50		4,98
N		8,32	8,66

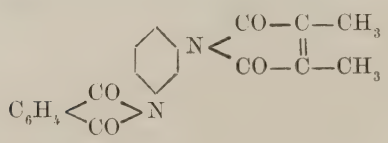
C. — Diimmidi miste.

Vennero preparate per fusione in corrente di CO_2 a bagno di acido solforico precedentemente scaldato a 150° e poi portato a circa 180°.

La orto-fenilenftalilpirocinconimmide non si potè ottenere nè per fusione, nè in soluzione alcoolica.

I.

m-FENILENFTALILPIROCINCONIMMIDE



È poco solubile in alcole e acetone, solubile in cloroformio e in benzolo a caldo. Dall'alcole e dall'acetone cristallizza in aghi bianchi, dal benzolo in prismettini. Fonde a 212° in un liquido bianco-gialliccio.

Analisi:

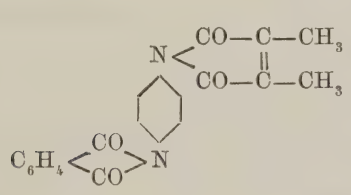
I. Gr. 0,2249 di sostanza dettero gr. 0,5713 di CO_2 e gr. 0,0876 d'H_2O.

II. Gr. 0,2218 di sostanza fornirono (col metodo Kjeldahl) l'NH_3 corrispondente a c.c. 12 d'$H_2SO_4 \frac{N}{10}$, cioè a gr. 0,01825 di N.

	Trovato I	Trovato II	Calcolato per $C_{20}H_{14}O_4N_2$
C	69,28		69,31
H	4,36		4,08
N		8,22	8,11

II.

p-FENILENFTALILPIROCINCONIMMIDE



Cristallizza dal benzolo in belli aghi bianchi. È poco solubile in alcole, acetone, benzolo, solubile in cloroformio a caldo. Imbrunisce oltre 200° e fonde a 274°-275°.

Analisi:

I. Gr. 0,2021 di sostanza dettero gr. 0,5136 di CO_2 e gr. 0,732 di H_2O.

II. Gr. 0,2190 di sostanza fornirono (col metodo Kjeldahl) l'NH_3 corrispondente a c.c. 12,4 d'$H_2SO_4 \frac{N}{10}$, cioè a gr. 0,01740 di N.

	Trovato I	Trovato II	Calcolato per $C_{20}H_{14}O_4N_2$
C	69,27		69,31
H	4,05		4,08
N	—	7,94	8,11

Riassumo nella seguente tabella le sostanze ottenute nel presente lavoro:

*

	COLORE	Punto di fusione
DIAMMIDE		
o-fenilenpirocincondiammide . . .	prismi gialletti	152°-154°
IMMIDI		
m-ammidofenilenpirocinconimmide.	prismi giallo-verdastri	160°
p-ammidofenilenpirocinconimmide .	pagliuzze giallo-oro	140°
DIIMMIDI		
Fenilen-*o*-dipirocinconimmide . .	aghi bianchi	139°-140°
Fenilen-*m*-dipirocinconimmide . .	» bianchi legg. crema	175°
Fenilen-*p*-dipirocinconimmide . .	» » » »	285°
DIIMMIDI MISTE		
m-fenilenftalilpirocinconimmide. .	aghi bianchi	212°
p-fenilenftalilpirocinconimmide . .	» »	274°-275°

R. Università di Napoli. Laboratorio del Prof. Piutti.
Marzo 1904.

RAPPORTO *sulla nota del Prof.* O. Rebuffat.

(Adunanza del dì 2 Aprile 1904)

Nella nota che uno di noi ha presentato nell'adunanza del 5 Marzo scorso, il Prof. O. Rebuffat comunica alcune esperienze, che arricchiscono di nuovi fatti le meravigliose proprietà dei composti di radio.

La vostra commissione è lieta di proporre l'inserzione della nota nel Rendiconto dell'Accademia.

E. VILLARI
A. PIUTTI
A. OGLIALORO, *relatore.*

ALCUNE OSSERVAZIONI SULLE PROPRIETÀ DEI SALI DI RADIO; *Nota del Prof.* **Orazio Rebuffat.**

(Adunanza del dì 12 Marzo 1904)

È noto che strofinando fortemente una bacchetta di vetro per mezzo di un panno di lana si possono trarre dalla bacchetta stessa, avvicinandovi il dito, delle scintillette visibili nell'oscurità.

Se la medesima esperienza si ripete in un ambiente nel quale si trovi un sale di radio si può notare, stando all'oscuro, che la bacchetta durante lo strofinio si mantiene luminosa lungo la linea di contatto fra il vetro ed i bordi del panno di lana. Inoltre facendo strisciare il dito sulla bacchetta già strofinata se ne ottiene non più una scintilla ma una striscia luminosa che segue l'orma del dito. Il fenomeno non cambia aspetto se alla bacchetta si sostituisce un tubo, saldato alla lampada ai suoi estremi, nel quale si è fatto il vuoto con una tromba ad acqua.

Se si prende un tubo di vetro di circa un metro di lunghezza, chiuso ad un estremo e munito all'altro di robinetto, nel quale si è fatto il vuoto con la tromba ad acqua, e lo si unisce per mezzo di un tubo di caucciù ad un tubetto, munito pure di robinetto, nel quale sia contenuto un sale di radio, aprendo i robinetti si obbliga l'aria che si trova nel tubetto a radio ad espandersi nel grosso tubo vuoto. Chiudendo poi i robinetti e staccando il grosso tubo basta strofinare questo dolcemente per mezzo di un panno di lana per vedere tutta la parte che si trova circondata dal panno riempirsi di una brillante luminosità. Facendo strisciare il dito sulla superficie del tubo si ottengono pure delle zone luminose molto intense. Il tubo così preparato conserva le sue proprietà per qualche giorno.

Nelle condizioni dell'esperienza la così detta *emanazione* del radio è penetrata insieme con l'aria nell'interno del tubo e nella stessa dobbiamo perciò vedere la causa del fenomeno. Per mezzo del fenomeno sopradescritto si può dimostrare lo svolgersi dell'emanazione radica anche con composti radici nei quali la proporzione di radio sia così debole da non permettere di ripetere l'esperienza dei Curie nella quale il solfuro di zinco diventa luminoso al contatto dell'emanazione [1]).

Ho fatto le mie esperienze con un bromuro di bario e radio di fabbricazione tedesca. Questo bromuro è fortemente luminoso nell'oscurità e dà delle buone immagini radiografiche, ma le sue radiazioni eccitano

---

[1]) Il fenomeno da me descritto resta ben distinto da quello già osservato da Hemptinne (Zeitschr. phys. Chem. *26* p. 165) nel quale si tratta degli effetti della *radiazione*.

solo moderatamente la fosforescenza del platino cianuro di bario e non agiscono sul solfuro di zinco preparato col metodo di Verneuil.

Il cromato ottenuto precipitando le soluzioni di questo bromuro con una soluzione di cromato ammonico è di colorito un poco più grigio-verdastro del cromato baritico puro e non mostra alcuna luminosità, dà però delle buone immagini radiografiche.

Laboratorio di chimica applicata della R. Scuola per gl' Ingegneri, 5 Marzo 1904.

Relazione *sulla nota del dott.* M. Cipolla.

(Adunanza del dì 19 Marzo 1904)

La nota in esame fa seguito a quella, dello stesso autore, presentata nella tornata del 2 marzo 1903.

Ivi egli fornì delle formole di risoluzione della congruenza binomia di 2° grado rispetto ad un modulo primo dispari p. Sicchè se il modulo di tale congruenza fosse non p, ma p^λ, occorrerebbe applicare invece le corrispondenti formole del Tonelli citate nel lavoro del dott. Cipolla, oppure trovare le radici della congruenza secondo il modulo p colle formole del Cipolla, e poscia da queste, applicando un'altra formola del Tonelli, passare a quelle della congruenza secondo il modulo p^λ. Infine se il modulo fosse un numero dispari composto $n = p_1^{\lambda_1} p_2^{\lambda_2} \ldots$, converrebbe, secondo il metodo che si trova nei trattati, i quali più diffusamente si occupano di teoria dei numeri, calcolare come sopra è detto, le radici delle congruenze rispetto ai moduli $p_1^{\lambda_1}, p_2^{\lambda_2}, \ldots$, e poi da queste passare a quelle della congruenza secondo il modulo n.

Nella presente nota il dott. Cipolla, ricordate le proprietà più importanti delle funzioni numeriche del 2° ordine particolarmente studiate da Lucas, trova per mezzo di queste, delle formole di risoluzione della congruenza binomia di 2° ordine rispetto al modulo p^λ, le quali, per $\lambda = 1$, si riducono a quelle da lui esposte nel precedente lavoro.

Nelle suddette formole si trova pure compresa la formola del Tonelli, che serve per passare dalle radici della congruenza binomia di 2° grado rispetto al modulo p a quelle della congruenza rispetto al modulo p^λ.

La nota termina colla deduzione di una formola di risoluzione della congruenza stessa rispetto al modulo composto dispari n. Le nuove formole del Cipolla riuniscono la maggiore generalità ai vantaggi delle

antiche comprese nella nota approvata per la stampa l'anno scorso; quindi la loro importanza è certamente maggiore. Perciò la vostra commissione non esita a proporre la inserzione nei Rendiconti del presente lavoro.

E. Fergola
E. Cesàro
G. Torelli, *relatore.*

Applicazione della teoria delle funzioni numeriche del second'ordine alla risoluzione della congruenza di secondo grado; *Nota di* **Michele Cipolla**, *a Palermo.*

(Adunanza del dì 12 Marzo 1904)

In una precedente nota *) mostrammo come, riconosciuta possibile la congruenza

$$(1) \qquad z^2 \equiv q \pmod{p},$$

essendo p un numero primo dispari, se ne possano determinare le soluzioni non appena si conosca un non-residuo quadratico di p della forma $x^2 - q$.

In questa nota vogliamo mostrare come lo stesso metodo conduca a formole analoghe nel caso che il modulo sia un numero dispari qualunque.

È noto che una congruenza rispetto a un modulo qualunque si può considerare come risoluta, quando son note le soluzioni rispetto alle potenze dei fattori primi che entrano nel modulo, ma noi qui vogliamo fare osservare che nel medesimo modo che il teorema di Fermat-Eulero fornisce una soluzione della congruenza di primo grado rispetto a un modulo qualunque, un teorema analogo conduce alla risoluzione della congruenza quadratica.

La nostra ricerca è fondata sulla legge dei residui delle *funzioni numeriche del second'ordine*, cioè delle funzioni simmetriche

$$(2) \qquad U_n = \frac{a^n - b^n}{a - b}, \qquad (3) \qquad V_n = a^n + b^n$$

delle radici a e b dell'equazione quadratica a coefficienti interi

$$(4) \qquad x^2 = Px - Q\ .$$

Adoperate già prima da Eulero, Lagrange, Legendre, Tchebichef, Genocchi in parecchie questioni aritmetiche, le funzioni numeriche del second'ordine furono considerate particolarmente dal Lucas

*) Rend. della R. Accademia delle scienze fis. e mat. di Napoli, fascicolo 5°, maggio 1903.

in varie note, presentate all' Accademia di Parigi e di Torino, ai congressi di Clérmont-Ferrand e dell' Havre *). Lo studio algebrico di queste funzioni costituisce un capitolo della sua *Théorie des Nombres*, e riesce particolarmente interessante per i legami che ha con l'Analisi combinatoria, la teoria dei determinanti, delle serie, delle frazioni continue, dei radicali continui, etc. Lo studio aritmetico di esse, il quale nelle memorie dell' autore è incompleto e in varii punti indeciso, sarebbe stato fatto in un successivo volume dell' opera, se l' Autore non fosse venuto meno immaturamente alla scienza **). Le funzioni numeriche del second' ordine rientrano nella teoria delle funzioni ciclotomiche di Sylvester ***), nella teoria delle serie diatomiche del de Poli-

---

*) E. Lucas, *Note sur l'application des séries recurrentes à la recherche de la loi de distribution des nombres premiers.* C. R., v. 82 (1876), p. 164.

— *Nouveaux théorèmes d'Arithmétique supérieure.* C. R., v. 83 (1876), p. 1286.

— *Sur l'extension du théorème de Fermat généralisé et du Canon arithmeticus.* C. R., v. 84 (1877), p. 439.

— *Sur la division de la circonférence en parties égales.* C. R., v. 85 (1877) p. 136.

— *Sur la théorie des nombres premiers.* Atti della R. A. di Torino, XI (1876).

— *Sur la recherche des grands nombres.* Congrès de Clermon-Ferrand (1876).

— *Considérations nouvelles sur la théorie des nombres premiers et sur la division géometrique de la circonférence en parties égales.* Congrès du Havre (1887).

Si confronti anche la memoria:

E. Lucas, *Théorie des fonctions numériques simplement périodiques.* American Journal of Mathematics, I, pp. 184-240, 289-321 (1878).

**) Morì il 3 ottobre 1891, a 49 anni.

***) Sylvester, *Sur les diviseurs des fonctions cyclotomiques.* C. R, v. 90 (1880) pp. 287-289, pp. 345-347.

— *Sur les diviseurs des fonctions des racines primitives de l'unité.* C. R., v. 92 (1881), p. 1084-6.

E a questo proposito si confrontino le note:

Pépin, *Démonstration d'un théorème de Mr. Sylvester svr les diviseurs d'une fonction cyclotomique.* C. R., v. 90 (1880), pp. 526-8.

— *Sur les diviseurs de certaines fonctions homogènes du troisième ordre à deux variables.* C. R., v. 90 (1881), pp. 173-5.

Lucas, *Sur les fonctions cyclotomiques.* C. R., v. 90 (1880), pp. 855-7.

Dedekind, *Sur la théorie des nombres idéaux.* C. R., v. 90 (1880), pp. 1205-7.

Pellet, *Sur le fonctions irréductibiles suivant un module premier.* C. R., v. 90 (1880), p. 1339-1341.

gnac *); esse fornirono al Genocchi **) la dimostrazione aritmetica dell'esistenza di infiniti numeri primi della forma lineare $my+1$, e al Lucas teoremi analoghi a quello di Wilson sulla condizione necessaria e sufficiente perchè un numero di una certa forma sia primo. Onde noi con questa nota, nell'applicare ancora le proprietà delle funzioni numeriche del second' ordine alla risoluzione della congruenza quadratica, vogliamo anche richiamare su di esse l'attenzione dei trattatisti, augurandoci che le funzioni numeriche del second' ordine trovino, in un moderno trattato di teoria dei numeri, quel posto che aveva loro assegnato uno dei più autorevoli cultori di questa disciplina, Eduardo Lucas.

1. *Formole preliminari.*— Le funzioni U_n e V_n possono calcolarsi mediante le formole di ricorrenza,

$$(1)\qquad U_{n+1}=PU_n-QU_{n-1}\,,\qquad (1')\qquad V_{n+1}=PV_n-QV_{n-1}\,,$$

colle ipotesi iniziali

$$(2)\qquad U_0=0\,,\ U_1=1\,;\qquad (2')\qquad V_0=2\,,\ V_1=P\,;$$

oppure mediante gli sviluppi

$$(3)\qquad 2^{n-1}U_n=\binom{n}{1}P^{n-1}+\binom{n}{3}P^{n-3}\Delta+\binom{n}{5}P^{n-5}\Delta^2+\ldots$$

$$(3')\qquad 2^{n-1}V_n=P^n+\binom{n}{2}P^{n-2}\Delta+\binom{n}{4}P^{n-4}\Delta^2+\ldots$$

ove è

$$\Delta=P^2-4Q.$$

Sono poi da notarsi *le formole di addizione*:

$$(4)\qquad 2U_{m+n}=U_mV_n+U_nV_m\,,\qquad (4')\qquad 2V_{m+n}=V_mV_n+\Delta U_mU_n\,,$$

dalle quali si deducono *le formole di duplicazione*

$$(5)\qquad U_{2n}=U_nV_n\,,\qquad (5')\qquad 2V_{2n}=V_n^2+\Delta U_n^2\,;$$

---

*) A. de Polignac, *Recherches nouvelles sur les nombres premiers.* Paris 1851.

**) Genocchi, *Sui divisori di certi polinomi e l'esistenza di certi numeri primi.* C. R., 97 (1884), p. 411-413.

e le formole di sottrazione

$$(6)\quad 2Q^n U_{m-n} = U_m V_n - U_n V_m, \qquad (6')\quad 2Q^n V_{m-n} = V_m V_n - \Delta U_m U_n .$$

Da queste si deducono le due altre, che applicheremo spesso:

$$(7)\quad V_{2n} = \Delta U_n^2 + 2Q^n, \qquad (7')\quad V_{2n} = V_n^2 - 2Q^n ,$$

Più generalmente si hanno le *formole di moltiplicazione*, per p dispari:

$$(8)\quad U_{np} = \Delta^{\frac{p-1}{2}} U_n^p + \frac{p}{1} Q^n \Delta^{\frac{p-3}{2}} U_n^{p-2} + \dots$$

$$+ \frac{p}{k}\binom{p-k-1}{k-1} Q^{nk} \Delta^{p-2k+1} U_n^{p-2k} + \dots\dots + pQ^{n\frac{p-1}{2}} U_n ,$$

e per p pari o dispari:

$$(8')\quad V_{np} = V_n^p - \frac{p}{1} Q^n V_n^{p-2} + \frac{p}{2}\binom{p-3}{1} Q^{2n} V_n^{p-4} - \dots$$

$$+ (-1)^r \frac{p}{k}\binom{p-r-1}{r-1} Q^{nr} V_n^{p-2r} + \dots$$

Sono poi importantissime per la presente ricerca le formole

$$(9)\quad U^2_{n+1} - QU_n^2 = U_{2n+1} , \qquad (9')\quad V^2_{n+1} - QV_n^2 = \Delta U_{2n+1} ,$$

$$(10)\quad V_n^2 - \Delta U_n^2 = 4Q^n .$$

2. *Teorema di Genocchi.*—Si dimostra facilmente facendo uso della formola (10) e dello sviluppo (31), che *se* P e Q *sono primi tra loro,* U_n *e* V_n *sono primi tra loro*, e facendo uso di questa proprietà si dimostra il seguente teorema dovuto a Genocchi:

Se D *è il massimo comun divisore di* m *ed* n, *sarà* U_n *il massimo comun divisore di* U_m *e* U_n.

Dalla definizione stessa segue che *se* m *è divisibile per* n, *anche* U_m *è divisibile per* U_n, *e se* P *e* Q *sono primi tra loro* si può inversamente affermare, come conseguenza del teorema di Genocchi, che *se* U_m *è divisibile per* U_n *è anche* m *divisibile per* n.

3. *Legge dei residui di* U_n *e di* V_n *rispetto a un numero primo.* Dallo sviluppo (3) si deduce, supposto sempre che p sia un numero

primo che non divide Q:

$$2^{p-2}U_{p-1} \equiv -P(P^{p-3} + P^{p-5}\Delta + \ldots + P^2\Delta^{\frac{p-5}{2}} + \Delta^{\frac{p-3}{2}}) \equiv$$

$$\equiv -P\,\frac{P^{p-1} - \Delta^{\frac{p-1}{2}}}{P^2 - \Delta} \equiv -P\,\frac{P^{p-1} - \Delta^{\frac{p-1}{2}}}{4Q} \pmod{p}\,,$$

donde, essendo Q primo con p, si ricava

(A) $$U_{p-1} \equiv 0 \pmod{p}\,, \quad \text{se} \quad \left(\frac{\Delta}{p}\right) = 1\,;$$

(B) $$QU_{p-1} \equiv -P \pmod{p}\,, \quad \text{se} \quad \left(\frac{\Delta}{p}\right) = -1\,;$$

(C) $$2QU_{p-1} \equiv -P \pmod{p}\,, \quad \text{se} \quad \left(\frac{\Delta}{p}\right) = 0\,.$$

Lo sviluppo (3), per $n = p + 1$, dà:

$$2^pU_{p+1} = P^p + P\Delta^{\frac{p-1}{2}} \pmod{p}$$

e quindi

(A′) $$U_{p+1} \equiv P\,, \quad \text{se} \quad \left(\frac{\Delta}{p}\right) = 1\,;$$

(B′) $$U_{p+1} \equiv 0\,, \quad \text{se} \quad \left(\frac{\Delta}{p}\right) = -1\,;$$

(C′) $$2U_{p+1} \equiv P\,, \quad \text{se} \quad \left(\frac{\Delta}{p}\right) = 0\,.$$

Il medesimo sviluppo, per $n = p$, dà

$$U_p \equiv \Delta^{\frac{p-1}{2}} \pmod{p}$$

e però

(A″) $$U_p \equiv 1\,, \quad \text{se} \quad \left(\frac{\Delta}{p}\right) = 1\,;$$

(B″) $$U_p \equiv -1\,, \quad \text{se} \quad \left(\frac{\Delta}{p}\right) = -1\,;$$

(C″) $$U_p \equiv 0\,, \quad \text{se} \quad \left(\frac{\Delta}{p}\right) = 0\,.$$

Con analoghe considerazioni, facendo uso dello sviluppo (3′), si ottiene

$$2QV_{p-1} \equiv P^2 - \Delta\,.\,\Delta^{\frac{p-1}{2}} \pmod{p}$$

*

quindi

$$(A_1) \qquad V_{p-1} \equiv 2 \quad , \text{ se } \left(\frac{\Delta}{p}\right) = 1 \; ;$$

$$(B_1) \qquad QV_{p-1} \equiv 2Q + \Delta \; , \text{ se } \left(\frac{\Delta}{p}\right) = -1 \; ;$$

$$(C_1) \qquad V_{p-1} \equiv 2 \quad , \text{ se } \left(\frac{\Delta}{p}\right) = 0 \; .$$

Inoltre si ha

$$2^p V_{p+1} \equiv P^2 + \Delta \cdot \Delta^{\frac{p-1}{2}} \pmod{p}$$

e però

$$(A_2) \qquad V_{p+1} \equiv 2Q + \Delta \; , \text{ se } \left(\frac{\Delta}{p}\right) = 1 \; ;$$

$$(B_2) \qquad V_{p+1} \equiv 2Q \quad , \text{ se } \left(\frac{\Delta}{p}\right) = -1 \; ;$$

$$(C_2) \qquad V_{p+1} \equiv 2Q \quad , \text{ se } \left(\frac{\Delta}{p}\right) = 0 \; .$$

In fine

$$V_p \equiv P \pmod{p} \; ,$$

qualunque sia il carattere di Δ rispetto a P.

Da questi risultati si traggono varie importanti conseguenze sulla legge dei residui di U_n e V_n rispetto a un numero primo dispari; noi ci limiteremo a quelle che sono strettamente necessarie al nostro scopo.

4. *Il teorema di Fermat-Eulero delle serie ricorrenti del second' ordine.* — Dalle congruenze (A), (B'), (C'') si deduce il seguente teorema, che si deve considerare come il teorema di Fermat delle serie ricorrenti del second' ordine.

Se p *è un numero primo dispari che non divide* Q, *si ha*

$$(11) \qquad U_{p-\left(\frac{\Delta}{p}\right)} \equiv 0 \pmod{p}.$$

Più generalmente, *se* p *è un numero primo dispari che non divide* Q, *si ha*

$$(12) \qquad U_{p^{\lambda-1}\left[p-\left(\frac{\Delta}{p}\right)\right]} \equiv 0 \pmod{p^\lambda}.$$

Ciò si deduce con facili considerazioni dalla formola (8).

Inoltre, dalle proprietà enunciate al n. 2 segue che:

Se p, q, ..., s *sono numeri primi dispari che non dividono* Q, *ed* M *è il minimo comune multiplo dei numeri*

$$p^{\lambda-1}\left[p-\left(\frac{\Delta}{p}\right)\right],\quad q^{\mu-1}\left[q-\left(\frac{\Delta}{q}\right)\right],\ldots,s^{\nu-1}\left[s-\left(\frac{\Delta}{s}\right)\right],$$

si ha

$$U_M \equiv 0 \pmod{p^\lambda q^\mu \ldots s^\nu} \tag{13}$$

Si può in questa congruenza sostituire M con un suo multiplo, per es., se si pone $n = p^\lambda q^\mu \ldots s^\nu$, e

$$\varphi(n\,;\Delta) = p^{\lambda-1}q^{\mu-1}\ldots s^{\nu-1}\left[p-\left(\frac{\Delta}{p}\right)\right]\left[q-\left(\frac{\Delta}{q}\right)\right]\ldots\left[s-\left(\frac{\Delta}{q}\right)\right],$$

si ha

$$U_{\varphi(n,\Delta)} \equiv 0 \pmod{n}\ , \tag{13'}$$

che costituisce, per così dire, il teorema di Eulero delle successioni U_n.

5. Le applicazioni che dobbiamo fare, riposano su di un perfezionamento di questi teoremi, che si ottiene mettendo in evidenza anche il carattere quadratico di Q.

Supponiamo che sia $\left(\frac{\Delta}{p}\right) = 1$, e che p sia un numero primo dispari che non divide Q, allora si ha per la formola (11):

$$U_{p-1} \equiv 0 \pmod{p}\ .$$

Ora è, per la (5):

$$U_{p-1} = U_{\frac{p-1}{2}} \cdot V_{\frac{p-1}{2}},$$

quindi si ha anche

$$U_{\frac{p-1}{2}} \cdot V_{\frac{p-1}{2}} \equiv 0 \pmod{p}\ .$$

Per ricercare quale dei due numeri $U_{\frac{p-1}{2}}, V_{\frac{p-1}{2}}$ è divisibile per p, poniamo nelle formole (7), (7') $\frac{p-1}{2}$ al posto di n, si otterrà facilmente per la (A_1):

$$\Delta U^2_{\frac{p-1}{2}} \equiv 2\left[1-\left(\frac{Q}{p}\right)\right]\ ,\quad V^2_{\frac{p-1}{2}} \equiv 2\left[1+\left(\frac{Q}{p}\right)\right] \pmod{p};$$

donde

$$U_{\frac{p-1}{2}} \equiv 0\ ,\quad V^2_{\frac{p-1}{2}} \equiv 4 \pmod{p},\quad \text{se } \left(\frac{Q}{p}\right) = 1; \tag{14}$$

$$\Delta U^2_{\frac{p-1}{2}} \equiv 4\ ,\quad V_{\frac{p-1}{2}} \equiv 0 \pmod{p},\quad \text{se } \left(\frac{Q}{p}\right) = -1. \tag{15}$$

Se è invece $\left(\frac{\Delta}{p}\right) = -1$, si ottiene in modo analogo:

$$\Delta U^2_{\frac{p+1}{2}} \equiv 2Q\left[1 - \left(\frac{Q}{p}\right)\right], \quad V^2_{\frac{p+1}{2}} \equiv 2Q\left[1 + \left(\frac{Q}{p}\right)\right] \pmod{p},$$

e però:

$$(14') \qquad U_{\frac{p+1}{2}} \equiv 0, \quad V^3_{\frac{p+1}{2}} \equiv 4Q \pmod{p}, \quad \text{se } \left(\frac{Q}{p}\right) = 1;$$

$$(15') \qquad \Delta U^2_{\frac{p+1}{2}} \equiv Q, \quad V_{\frac{p+1}{2}} \equiv 0 \pmod{p}, \quad \text{se } \left(\frac{Q}{p}\right) = -1.$$

È facile generalizzare questi risultati. Innanzi tutto si osservi che se U_n è divisibile per p, la formola (8) mostra che U_{np} è divisibile per p^2, e se in essa si cambia n in np, si dedurrà ancora che U_{np^2} è divisibile per p^3, e in generale $U_{np^{\lambda-1}}$ divisibile per p^λ.

Ciò posto, se è $\left(\frac{\Delta}{p}\right) = 1, \left(\frac{Q}{p}\right) = 1$, avrà luogo la prima delle (14), e però avrà luogo ancora la congruenza:

$$U_{\frac{1}{2}p^{\lambda-1}(p-1)} \equiv 0 \pmod{p^\lambda}$$

e allora le formole (7), (7′), per $n = \frac{1}{2}p^{\lambda-1}(p-1)$, forniscono:

$$V_{p^{\lambda-1}(p-1)} \equiv 2 \pmod{p^\lambda}, \qquad V^2_{\frac{1}{2}p^{\lambda-1}(p-1)} \equiv 4 \pmod{p^\lambda}.$$

Se invece è $\left(\frac{\Delta}{p}\right) = 1, \left(\frac{Q}{p}\right) = -1$, avrà luogo la seconda delle (15) e quindi ancora la congruenza

$$V_{\frac{1}{2}p^{\lambda-1}(p-1)} \equiv 0 \pmod{p^\lambda},$$

per la (7′) sarà

$$V_{p^{\lambda-1}(p-1)} \equiv 2 \pmod{p^\lambda}$$

e per la (7):

$$\Delta U^2_{\frac{1}{2}p^{\lambda-1}(p-1)} \equiv 4 \pmod{p^\lambda}.$$

Riassumendo:

$$\left(\frac{\Delta}{p}\right) = 1, \begin{cases} \left(\frac{Q}{p}\right) = 1 & U_{\frac{1}{2}p^{\lambda-1}(p-1)} \equiv 0 \quad (\alpha), \quad V^2_{\frac{1}{2}p^{\lambda-1}(p-1)} \equiv 4 \quad (\beta), \\ & \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \pmod{p^\lambda} \\ \left(\frac{Q}{p}\right) = -1 & \Delta U^2_{\frac{1}{2}p^{\lambda-1}(p-1)} \equiv 4 \quad (\gamma), \quad V_{\frac{1}{2}p^{\lambda-1}(p-1)} \equiv 0 \quad (\delta). \end{cases}$$

In modo analogo:

$$\left(\frac{\Delta}{p}\right)=-1,\begin{cases}\left(\frac{Q}{p}\right)=1, & U_{\frac{1}{2}p^{\lambda-1}(p+1)}\equiv 0 \quad (\alpha'), \quad V^2_{\frac{1}{2}p^{\lambda-1}(p+1)}\equiv 4Q^{p^{\lambda-1}} \quad (\beta'), \\ \left(\frac{Q}{p}\right)=-1, & \Delta U^2_{\frac{1}{2}p^{\lambda-1}(p+1)}\equiv 4Q^{p^{\lambda-1}} \quad (\gamma'), \quad V_{\frac{1}{2}p^{\lambda-1}(p+1)}\equiv 0 \quad (\delta').\end{cases} \pmod{p^\lambda}$$

6. *Applicazione alla risoluzione della congruenza quadratica*

$$z^2\equiv q \pmod{p^\lambda},$$

essendo p *un numero primo dispari.*

Per la possibilità di questa congruenza occorre innanzi tutto che sia

$$\left(\frac{q}{p}\right)=1 .$$

Si ponga $\Delta=4q$, e si determini Q in maniera che sia

$$4Q=P^2-4q \quad , \quad \left(\frac{Q}{p}\right)=-1 .$$

Basterà perciò fare $P=2k$, e determinare k in modo che k^2-q sia un non residuo quadratico di p, il che può farsi sempre, avendo noi dimostrato, nella citata nota, che nella successione

$$-q\ ,\ 1^2-q\ ,\ 2^2-q\ ,\ \ldots\ ,\ \left(\frac{p-1}{2}\right)^2-q$$

esistono $\frac{p\mp 1}{4}$ non residui di p, secondo che è $p\equiv\pm 1 \pmod 4$.

Possiamo allora applicare la formola (γ), la quale, per le fatte ipotesi, diventa

$$(qU_{\frac{1}{2}(p-1)p^{\lambda-1}})^2\equiv q \pmod{p^\lambda}$$

e concludiamo che

Se q *è un residuo, e* k^2-q *un non residuo del numero primo dispari* p, *la congruenza*

$$z^2\equiv q \pmod{p^\lambda}$$

ammette le soluzioni

$$(16)\qquad z\equiv\pm\sqrt{q}\,\frac{(k+\sqrt{q})^{\frac{1}{2}p^{\lambda-1}(p-1)}-(k-\sqrt{q})^{\frac{1}{2}p^{\lambda-1}(p-1)}}{2} \pmod{p^\lambda}.$$

Può anche utilizzarsi la formola (β') per ottenere altre formole di risoluzione, osservando che se si moltiplicano ambo i membri di essa per $Q^{p^\lambda - 2p^{\lambda-1}+1}$ si ottiene:

$$\left(Q^{\frac{p^\lambda - 2p^{\lambda-1}+1}{2}} V_{\frac{1}{2}p^{\lambda-1}(p+1)}\right)^2 \equiv 4Q \pmod{p^\lambda},$$

quindi, se si fa $Q = q$, e si determina k in modo che $k^2 - q$ sia un non residuo di p, sarà $\Delta = 4(k^2 - q)$ un non residuo di p, e si otterranno le soluzioni

$$(17) \qquad z \equiv \pm q^{\frac{1}{2}(p^\lambda - 2p^{\lambda-1}+1)} \frac{(k+\sqrt{k^2-q})^{\frac{1}{2}p^{\lambda-1}(p+1)} + (k-\sqrt{k^2-q})^{\frac{1}{2}p^{\lambda-1}(p+1)}}{2} \pmod{p^\lambda}.$$

Per $\lambda = 1$, si ottengono le formole che noi demmo nella precedente nota.

In particolare, se p è della forma $4n+3$, si può assumere $k = 0$ e si ottiene

$$z \equiv \pm q^{\frac{p^\lambda - p^{\lambda-1}+2}{4}} \pmod{p^\lambda},$$

7. *Deduzione delle soluzioni della congruenza*

$$(18) \qquad z^2 \equiv q \pmod{p^\lambda}$$

da quelle della congruenza

$$(19) \qquad z^2 \equiv q \pmod{p}.$$

Tanto la (16) che la (17) conducono alle espressioni delle soluzioni della (18) per mezzo di una soluzione z_1 della (19):

$$(20) \qquad z \equiv \pm q^{\frac{p^\lambda - 2p^{\lambda-1}+1}{2}} z_1^{p^{\lambda-1}} \pmod{p^\lambda}$$

segnalate dal Tonelli *).

Basterà, per esempio, osservare che è

$$\frac{1}{2} V_{\frac{1}{2}p^{\lambda-1}(p+1)} \equiv \left(\frac{1}{2} V_{\frac{1}{2}(p+1)}\right)^{p^{\lambda-1}} \pmod{p^\lambda}$$

---

*) Tonelli, *Sulla risoluzione della congruenza* $z^2 \equiv c \pmod{p^\lambda}$. Rendiconti della R. A. dei Lincei, s. 5ª v. I, I sem. (1892), pp. 116-120; v. II, 1° sem. (1893), pp. 259-265.

e che

$$z_1 \equiv \frac{1}{2} V_{\frac{1}{2}(p+1)} \pmod{p}$$

è una soluzione della (19), perchè la (17) dia subito la (20).

Questa può ottenersi del resto in modo semplicissimo direttamente *), anzi in generale può osservarsi che se $z_{\mu_1\mu_2\cdots\mu_\nu}$ è una soluzione della congruenza

$$(21) \qquad z^2 \equiv q \pmod{p_1^{\mu_1} p_2^{\mu_2} \cdots p_\nu^{\mu_\nu}}$$

$(\mu_i > 0)$ è

$$(22) \qquad z \equiv q^{\frac{\varphi(p_1^{\lambda_1} p_2^{\lambda_2} \cdots p_\nu^{\lambda_\nu}) - p_1^{\lambda_1-\mu_1} p_2^{\lambda_2-\mu_2} \cdots p_\nu^{\lambda_\nu-\mu_\nu}+1}{2}} z_{\mu_1\mu_2\cdots\mu_\nu}^{p_1^{\lambda_1-\mu_1} p_2^{\lambda_2-\mu_2} \cdots p_\nu^{\lambda_\nu-\mu}} \pmod{p_1^{\lambda_1} p_2^{\lambda_2} \cdots p_\nu^{\lambda_\nu}}$$

una soluzione della congruenza

$$(23) \qquad z^2 \equiv q \pmod{p_1^{\lambda_1} p_2^{\lambda_2} \cdots p_\nu^{\lambda_\nu}} .$$

Ma la stessa teoria delle funzioni numeriche del second' ordine permette di rispondere in un modo molto più soddisfacente, quando il modulo è dispari, in ispecie quando si vogliano trovare le radici (cioè le

---

*) Se z_r verifica la congruenza binomia di grado m, che, com'è noto, può sempre supporsi divisore di $p - 1$:

$$z_r^m \equiv q \pmod{p^r} ,$$

innalzando ambo i membri di questa congruenza alla potenza $p^{\lambda-r}$, si ottiene la congruenza rispetto al mod p^λ:

$$(z_r^{p^{\lambda-r}})^m \equiv q^{p^{\lambda-r}} \pmod{p^\lambda}$$

e moltiplicando ambo i membri per $q^{p^\lambda - p^{\lambda-1} - p^{\lambda-r}+1}$ si ottiene

$$(q^{\frac{p^\lambda - p^{\lambda-1} - p^{\lambda-r}+1}{m}} z_r^{p^{\lambda-r}})^m \equiv q \pmod{p^\lambda} ,$$

cioè

$$z \equiv q^{\frac{p^\lambda - p^{\lambda-1} - p^{\lambda-r}+1}{m}} z_r^{p^{\lambda-r}} \pmod{p^\lambda}$$

è una soluzione della congruenza

$$z^m \equiv q \pmod{p^\lambda}.$$

soluzioni minime in valore assoluto) della (23), essendo nota una radice della (21).

Infatti, indichiamo con a questa radice, e consideriamo le funzioni U_n e V_n corrispondenti alle ipotesi

$$P = 2a \quad , \quad Q = a^2 - q \quad , \quad \text{e però} \quad \Delta = 4q \; ;$$

sarà Q divisibile per $p_1^{\mu_1} p_2^{\mu_2} \dots p_\nu^{\mu_\nu}$, e se λ è il massimo fra i numeri

$$\left[\frac{\lambda_1 + \mu_1 - 1}{\mu_1}\right], \left[\frac{\lambda_2 + \mu_2 - 1}{\mu_2}\right], \dots, \left[\frac{\lambda_\nu + \mu_\nu - 1}{\mu_\nu}\right]$$

sarà evidentemente

$$Q^\lambda$$

divisibile per $p_1^{\lambda_1} p_2^{\lambda_2} \dots p_\nu^{\lambda_\nu}$. Ora la formola (10), per $n = \lambda$, fornisce l'identità

$$\left(\frac{1}{2} V_\lambda\right)^2 - q U_\lambda^2 = Q^\lambda$$

e quindi la congruenza

$$(24) \qquad \left(\frac{1}{2} V_\lambda\right)^2 \equiv q U_\lambda^2 \qquad (\text{mod } p_1^{\lambda_1} p_2^{\lambda_2} \dots p_\nu^{\lambda_\nu}).$$

U_λ è d'altra parte primo col modulo. Infatti, se fosse

$$U_\lambda \equiv 0 \qquad (\text{mod } p_i),$$

in virtù della definizione di U_λ e dell'ipotesi

$$\alpha^2 \equiv q \qquad (\text{mod } p_i),$$

sarebbe

$$U_\lambda \equiv \frac{(\alpha + \sqrt{\alpha^2})^\lambda - (\alpha - \sqrt{\alpha^2})^\lambda}{2\sqrt{\alpha^2}} = 2^{\lambda-1} \alpha^{\lambda-1} \equiv 0 \qquad (\text{mod } p_i) \; ,$$

ciò che è assurdo.

Allora sono possibili le due congruenze

$$(25) \qquad \frac{1}{2} V_\lambda \equiv \pm U_\lambda z \qquad (\text{mod } p_1^{\lambda_1} p_2^{\lambda_2} \dots p_\nu^{\lambda_\nu})$$

e se β è radice di una di esse, per innalzamento a quadrato si ha

$$\left(\frac{1}{2} V_\lambda\right)^2 \equiv U_\lambda^2 \beta^2 \qquad (\text{mod } p_1^{\lambda_1} p_2^{\lambda_2} \dots p_\nu^{\lambda_\nu})$$

e confrontando questa con la (24), poichè U_λ è primo col modulo, sarà

$$\beta^2 \equiv q \qquad (\text{mod}\, p_1^{\lambda_1} p_2^{\lambda_2} \dots p_\nu^{\lambda_\nu}) .$$

Si ottiene dunque una radice della (23) risolvendo una delle due congruenze di primo grado (25).

Ma questo metodo non è che la generalizzazione di un noto procedimento *).

8. *Risoluzione della congruenza di secondo grado*

$$z^2 \equiv q \qquad (\text{mod}\, n) , \tag{26}$$

essendo n *un numero composto dispari.*

Per trovare una formola di risoluzione della congruenza di secondo grado, analoga alle precedenti, nel caso che il modulo $n = p_1^{\lambda_1} p_2^{\lambda_2} \dots p_\nu^{\lambda_\nu}$ sia un numero composto dispari, occorre premettere il seguente

Teorema. — Se $p_1, p_2, \dots, p_\nu$ *sono numeri primi dispari, rispetto ai quali il numero* q *è un residuo quadratico, ed* $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_\nu$ *rappresentano l' unità positiva o negativa, esistono*

$$\left[\frac{p_1 - \varepsilon_1}{4}\right] \cdot \left[\frac{p_2 - \varepsilon_2}{4}\right] \cdots\cdots \left[\frac{p_\nu - \varepsilon_\nu}{4}\right] \tag{27}$$

numeri Δ *incongrui* (mod. $p_1 p_2 \dots p_\nu$) *della forma* $x^2 - q$, *che hanno rispetto a* $p_1, p_2, \dots, p_\nu$ *i caratteri*:

$$\left(\frac{\Delta}{p_1}\right) = \varepsilon_1 , \left(\frac{\Delta}{p_2}\right) = \varepsilon_2 , \dots , \left(\frac{\Delta}{p_\nu}\right) = \varepsilon_\nu . \tag{28}$$

Questo teorema, quando si tratta di un sol numero primo, rientra come caso particolare in un teorema dimostrato nella citata nota, per il quale si ha che, se q è residuo quadratico di p, nella serie

$$-q , 1^2 - q , 2^2 - q , \dots , \left(\frac{p-1}{2}\right)^2 - q$$

esistono $\left[\frac{p - \varepsilon}{4}\right]$ numeri che hanno rispetto a p il carattere ε.

Determiniamo il numero k_i per modo che

$$\Delta_i = k_i^2 - q$$

*) Tchebichef, *Teoria delle congruenze* (trad. Massarini), Roma, 1895, pp. 92-95.

*

abbia rispetto a p_i il carattere ε_i, cioè

$$\left(\frac{\Delta_i}{p_i}\right) = \varepsilon_i \,, \tag{29}$$

e poniamo

$$p_1 p_2 \cdots p_\nu = \mathrm{P} \quad ; \quad \frac{\mathrm{P}}{p_i} = \mathrm{P}_i \,,$$

quindi determiniamo un numero h_i in modo che sia verificata la congruenza

$$\mathrm{P}_i h_i \equiv 1 \qquad (\mathrm{mod}\, p_i)\,. \tag{30}$$

Il numero

$$\Delta \equiv (\mathrm{P}_1 h_1 k_1 + \mathrm{P}_2 h_2 k_2 + \ldots + \mathrm{P}_\nu h_\nu k_\nu)^2 - q \qquad (\mathrm{mod}\, \mathrm{P}) \tag{31}$$

gode della proprietà di avere rispetto a p_i il carattere $\varepsilon_i (i = 1, 2, \ldots, \nu)$. Difatti, per la (30), è

$$\Delta \equiv \Delta_i \qquad (\mathrm{mod}\, p_i)\,.$$

Inversamente, tutti i numeri Δ della forma $x^2 - q$, che hanno la proprietà (28), devono essere congrui (mod P) ad un numero della forma (31). Invero, se un numero $\Delta \equiv x^2 - q$ (mod P) ha il carattere ε_i rispetto a p_i, dovrà essere congruo (mod p_i) a un numero $\Delta_i = k_i^2 - q \equiv (\mathrm{P}_i h_i k_i)^2 - q$ (mod p_i) e quindi sarà anche

$$\Delta \equiv (\mathrm{P}_1 h_1 k_1 + \mathrm{P}_2 h_2 k_2 + \ldots + \mathrm{P}_\nu h_\nu k_\nu)^2 - q \qquad (\mathrm{mod}\, p_i)$$

e ciò qualunque sia i, e però

$$\Delta \equiv (\mathrm{P}_1 h_1 k_1 + \mathrm{P}_2 h_2 k_2 + \ldots + \mathrm{P}_\nu h_\nu k_\nu)^2 - q \qquad (\mathrm{mod}\, \mathrm{P}).$$

D'altra parte è chiaro che due numeri Δ e Δ' sono incongrui (mod P) quando corrispondono a due numeri almeno k_i e k'_i incongrui (mod p_i), onde i numeri Δ, che hanno la forma $x^2 - q$, godono della proprietà (28) e sono incongrui (mod P), sono tanti quanti i possibili sistemi di valori che possono attribuirsi alle k_i, cioè

$$\left[\frac{p_1 - \varepsilon_1}{4}\right] \cdot \left[\frac{p_2 - \varepsilon_2}{4}\right] \cdots \left[\frac{p_\nu - \varepsilon_\nu}{4}\right],$$

come era a dimostrare.

Questo numero è sempre diverso da zero, tranne solo il caso che uno dei numeri p sia 3, e sia stato assunto uguale a 1 l'ε corrispondente. Se dunque si esclude questo caso, esistono sempre e potranno determinarsi numeri Δ, che hanno le proprietà indicate.

Ciò posto, sia $n = p_1^{\lambda_1} p_2^{\lambda_2} \dots p_\nu^{\lambda_\nu}$ un numero dispari, e supponiamo, come primo caso, che non sia divisibile per 3. Assumiamo.

$$\varepsilon_i = +1 \quad , \quad \text{se è} \quad p_i \equiv 3 \qquad (\text{mod } 4),$$
$$\varepsilon_j = -1 \quad , \quad \text{se è} \quad p_j \equiv 1 \qquad (\text{mod } 4),$$

e determiniamo un numero Δ della forma $K^2 - q$ che abbia rispetto ai numeri $p_1, p_2, \dots, p_\nu$ i caratteri assegnati $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_\nu$. Si considerino quindi le funzioni numeriche del second' ordine:

$$(32) \qquad U_m = \frac{(K + \sqrt{\Delta})^m - (K - \sqrt{\Delta})^m}{2\sqrt{\Delta}}$$

$$(33) \qquad V_m = (K + \sqrt{\Delta})^m + (K - \sqrt{\Delta})^m$$

e sia M il minimo comune multiplo dei numeri

$$\frac{1}{2} p_s^{\lambda_s - 1}\left[p_s - \left(\frac{\Delta}{p_s}\right)\right] = \frac{1}{2} p_s^{\lambda_s - 1}(p_s - \varepsilon_s) \ , \qquad (s = 1, 2, \dots, \nu);$$

che è dispari per le supposte ipotesi sulle ε.

Per le formole $(\alpha), (\alpha')$ si ha

$$U_{\frac{1}{2} p_s^{\lambda_s - 1}(p_s - \varepsilon_s)} \equiv 0 \qquad (\text{mod } p_s^{\lambda_s})$$

e poichè U_M è divisibile per $U_{\frac{1}{2} p_s^{\lambda_s - 1}(p_s - \varepsilon_s)}$, si ha anche

$$U_M \equiv 0 \qquad (\text{mod } p_s^{\lambda_s}) \qquad (s = 1, 2, \dots, \nu) \ ,$$

quindi anche

$$(34) \qquad U_M \equiv 0 \qquad (\text{mod } n).$$

Ora per le formole (7), (7') si ha

$$V_{2M} = \Delta U_M^2 + 2q^M \quad , \quad V_{2M} = V_M^2 - 2q^M$$

e queste per la (34) dànno successivamente le congruenze:

$$V_{2M} \equiv 2q^M \qquad (\text{mod } n)$$
$$V_M^2 \equiv 4q^M \qquad (\text{mod } n).$$

Osservando che V_M è pari, possiamo dividere ambo i membri per 4; possiamo inoltre moltiplicare ambo i membri per

$$q^{\varphi(n) - M + 1}$$

e si otterrà, poichè, essendo M dispari, l' esponente di q è pari:

$$\left(\frac{1}{2} q^{\frac{\varphi(n) - M + 1}{2}} V_M\right)^2 \equiv q \qquad (\text{mod } n).$$

È dunque

$$z \equiv \frac{1}{2} q^{\frac{\varphi(n)-M+1}{2}} V_M \pmod{n} \tag{35}$$

una soluzione della congruenza

$$z^2 \equiv q \pmod{n}. \tag{36}$$

Si può anche determinare Δ in modo che sia divisibile per p_i, se p_i è della forma $4m+3$; basterà per questo prendere

$$k_i \equiv q^{\frac{p_i+1}{4}} \pmod{p_i},$$

sarà allora (formola (12))

$$U_{p_i^{\lambda_i-1}} \equiv 0 \pmod{p_i^{\lambda_i}}$$

e si prenderà $\varepsilon_j = -1$ se è $p_j \equiv 1 \pmod{4}$. Si assumerà allora M uguale al minimo comune multiplo dei numeri $p_i^{\lambda_i-1}$, corrispondenti ai numeri $p_i \equiv -1 \pmod{4}$, e dei numeri $\frac{1}{2} p_j^{\lambda_j-1}(p_j+1)$, corrispondenti ai numeri $p_j \equiv 1 \pmod{4}$.

Così anche il caso in cui il modulo n sia divisibile per 3 non presenta alcuna difficoltà per la determinazione di una soluzione della congruenza (36).

In ultimo notiamo che le soluzioni delle congruenze

$$U_{\frac{M-1}{2}} z = U_{\frac{M+1}{2}} \pmod{n} \tag{37}$$

$$V_{\frac{M-1}{2}} z \equiv V_{\frac{M+1}{2}} \pmod{n} \tag{38}$$

sono anche soluzioni della (36).

Ciò deducesi facilmente dalle formole (9), (9').

SULLA ENERGIA DISSIPATA PER ISTERESI E PER CORRENTI PARASSITE; *Nota del socio ordinario prof.* **Guido Grassi.**

(Adunanza del dì 12 Marzo 1904)

1. Il sig. Steinmetz considerando un circuito elettrico con nucleo di ferro, come quello di un trasformatore a corrente alternata, nel quale non vi sia dispersione magnetica, trova una relazione fra i coefficienti magnetici del ferro (permeabilità e costante isteretica) e il ritardo che subisce la magnetizzazione rispetto alla corrente magnetizzante. La stessa relazione si può dimostrare in modo più semplice e più generale, ed esprimere in forma diversa, che permette di ricavarne alcune conseguenze interessanti.

Consideriamo un elemento di volume di un campo magnetico soggetto ad una forza magnetizzante alternata H, ed ammettiamo che l'induzione B segua la legge sinusoidale. Indicando con B_0 il valor massimo e con n la frequenza, avremo

$$B = B_0 \operatorname{sen} 2\pi n t \ . \tag{1}$$

L'onda equivalente della forza magnetizzante H sarà in avanzo di fase di un angolo α e sarà rappresentata da

$$H = H_0 \operatorname{sen}(2\pi n t + \alpha) \ . \tag{2}$$

Il lavoro di magnetizzazione dell'unità di volume per un aumento dB dell'induzione è espresso, nel sistema elettromagnetico, dalla nota formola

$$dw = \frac{H dB}{4\pi} \ . \tag{3}$$

Si avrà quindi, sostituendo in questa i valori (1) e (2) di B e di H,

$$dw = \frac{n H_0 B_0}{2} \operatorname{sen}(2\pi n t + \alpha) \cos 2\pi n t \, . \, dt$$

ovvero

$$dw = \frac{n H_0 B_0}{2} (\operatorname{sen} 2\pi n t \cos 2\pi n t \cos\alpha + \cos^2 2\pi n t \operatorname{sen}\alpha) dt \ .$$

Dei due termini tra parentesi, il primo ha valor medio nullo, il

secondo ha per valor medio $\frac{1}{2}$ sen α. Si ottiene dunque il lavoro nell'unità di tempo

$$w = \frac{nH_0B_0}{4} \operatorname{sen} \alpha \tag{4}$$

e il lavoro per un ciclo solo, che diremo w_1,

$$w_1 = \frac{H_0B_0}{4} \operatorname{sen} \alpha \ . \tag{5}$$

Abbiamo così una relazione generale, che esprime l'energia dissipata per isteresi, in funzione del ritardo di magnetizzazione e che ci permette anche di determinare questo ritardo, cioè

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{4w_1}{H_0B_0} \ . \tag{6}$$

Se si ammette che la stessa energia w_1 può essere espressa dalla formola empirica dello Steinmetz

$$w_1 = \eta B_0^{1,6} \tag{7}$$

dove η è la costante d'isteresi, eguagliando questo valore a quello fornito dalla (5), si ha

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{4\eta B_0^{0,6}}{H_0}$$

e introducendo il valore della permeabilità $\mu = \frac{B_0}{H_0}$, si ottiene

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{4\eta\mu}{B_0^{0,4}} \tag{8}$$

che è la formola data dallo Steinmetz per il caso particolare sopraricordato.

Sarà bene osservare che in questa formola si deve intendere per μ il valore della permeabilità corrispondente all'induzione massima B_0.

Ora si noti che la (5) contiene la supposizione che tanto la H quanto la B seguano la stessa legge di variazione sinusoidale. Ciò si può anche interpretare nel senso che il ciclo d'isteresi sia sostituito da un ciclo equivalente, il quale sarebbe propriamente un ciclo di for-

ma ellittica, di area eguale a quella del ciclo reale, coll'asse inclinato che passa per i punti B, O, D (fig. 1ª).

Siccome w_1 è l'area del ciclo d'isteresi divisa per 4π, chiamando a tale area si ha

$$w_1 = \frac{1}{4\pi} a .$$

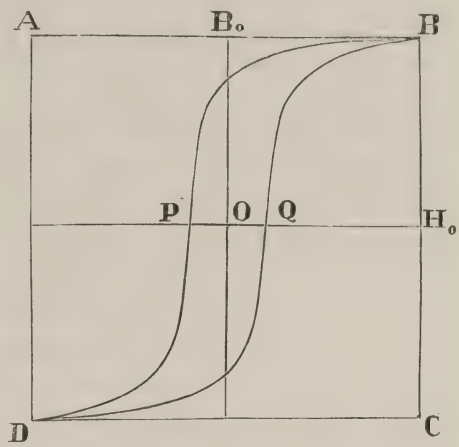


Fig. 1.ª

L'area di tutto il rettangolo ABCD è $4H_0B_0$; indicandola con A, si ottiene

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{4a}{\pi A} = 1{,}273\,\frac{a}{A} . \qquad (9)$$

Nelle buone qualità di ferro e d'acciajo dolce, che si usa per costruire dinamo e trasformatori, l'area a del ciclo è assai prossimamente eguale a quella del rettangolo che ha per altezza AD e per larghezza PQ. Ma PQ = 2 OP, e OP rappresenta la forza coercitiva, che indicheremo con H_1; risulta

$$a = 4H_1B_0$$

e quindi

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{4}{\pi}\,\frac{H_1}{H_0} = 1{,}273\,\frac{H_1}{H_0} \qquad (10)$$

cioè *il seno dell'angolo di ritardo nella magnetizzazione è eguale al rapporto tra la forza coercitiva e la forza magnetizzante massima, moltiplicato per 1,273.*

Dalla relazione (8) si vede inoltre che il coefficiente d'isteresi η non potrà mai oltrepassare il valore limite che corrisponde a $\operatorname{sen}\alpha = 1$, cioè il valore $\frac{B_0^{0,4}}{4\mu}$.

Ora è interessante osservare che nelle buone qualità di ferro questo rapporto scende al di sotto di 0,025 e nel ferro puro giunge a 0,0016.

In generale poi il coefficiente η sarà tanto più basso quanto maggiore è la permeabilità.

2. Considerazioni analoghe si applicano al fenomeno delle correnti parassite.

Supponiamo un corpo conduttore soggetto all'azione di un campo magnetico variabile con legge alternativa sinusoidale, cosicchè nel conduttore stesso si producano delle correnti parassite. Per effetto di tali

correnti si genera un campo magnetico di reazione, il quale, componendosi con quello magnetizzante, dà luogo ad un campo risultante.

Il campo di reazione deve essere in quadratura con quello risultante, perchè il primo è in fase colle correnti indotte e queste devono essere appunto in ritardo di un quarto di periodo rispetto al campo risultante che le produce. Quest' ultimo sarà dunque in ritardo di fase rispetto al campo magnetizzante.

Si può rappresentare e comprendere meglio questa composizione ricorrendo al solito metodo grafico. Se OB (fig. 2ª) è il campo risultante, quello di reazione si dovrà rappresentare in OA, cioè in ritardo di 90°, e chiudendo il triangolo si avrà in AB il valore del campo magnetizzante. Riportando il segmento AB all'origine O, la OH parallela ed eguale ad AB ci rappresenta in grandezza e fase il campo magnetizzante, che, componendosi con quello di reazione OA, ci dà per risultante OB.

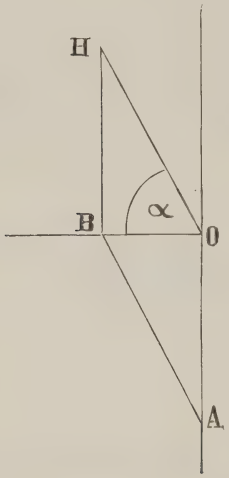


Fig. 2.ª

Nel fatto si avrà il campo OH e un conduttore nel quale si manifesta l'induzione corrispondente ad OB.

Volendo determinare il lavoro che si spende per produrre le correnti parassite si può fare astrazione dalle correnti stesse e considerare il processo soltanto come un fenomeno di *magnetizzazione ritardata.* Se non vi fossero correnti parassite, OB e OH si corrisponderebbero esattamente in grandezza e direzione, perchè la OA sarebbe nulla; le correnti parassite invece danno luogo allo spostamento di fase $BOH = \alpha$, precisamente come se vi fosse un ritardo di magnetizzazione, una isteresi magnetica. Si può quindi calcolare il lavoro assorbito dalle correnti parassite nello stesso modo come si è fatto per l' isteresi.

Evidentemente non si ha che a ripetere il ragionamento e il calcolo già fatto, e si ritrova la stessa formola (4); w indicherà il lavoro dissipato nella unità di tempo e per unità di volume; e per un solo periodo di alternativa si avrà la espressione (5).

Ora nel caso delle correnti parassite è noto che, se la massa conduttiva è suddivisa in lamine o fili di spessore relativamente piccolo, e le correnti si suppongono ripartite in modo uniforme nella massa stessa, l' energia w si può esprimere in generale con una formola del tipo

$$w = \varepsilon n^2 B_0^2 \Delta^2 \qquad (11)$$

dove Δ è lo spessore dei fili o delle lamine, ed ε un coefficiente che dipende soltanto dalla conduttività del materiale.

Eguagliando le due espressioni (11) e (4), si ottiene

$$H_0 \operatorname{sen} \alpha = 4\varepsilon n B_0 \Delta^2$$

ed essendo $B_0 = \mu H_0$, risulta

$$\operatorname{sen} \alpha = 4\varepsilon \mu n \Delta^2 \ . \tag{12}$$

Pei metalli non magnetici si ha semplicemente

$$\operatorname{sen} \alpha = 4\varepsilon n \Delta^2 \tag{13}$$

e siccome ε è proporzionale alla conduttività, indicando questa con c e con K un coefficiente numerico, si può scrivere anche

$$\operatorname{sen} \alpha = K c n \Delta^2 \tag{14}$$

cioè il *seno dello spostamento di fase del campo magnetizzante rispetto al campo risultante è proporzionale alla conduttività, alla frequenza e al quadrato dello spessore dei fili o delle lamine.*

Una conseguenza interessante si deduce dalla (12) considerando che $\operatorname{sen} \alpha$ non può essere maggiore di 1; si vede cioè che ε *non può essere maggiore di un certo limite* che è dato da

$$\varepsilon_m = \frac{1}{4\mu n \Delta^2} \ .$$

Col crescere della permeabilità, della frequenza e dello spessore, questo limite si abbassa. Ciò significa che nella formola (11), che dà l'energia dissipata per correnti parassite, per un dato materiale e per una data frequenza il coefficiente ε non può conservare un valore costante, qualunque sia lo spessore dei fili o delle lamine, ma deve di necessità diminuire col crescere di Δ.

Per i metalli non magnetici, come il rame, ε potrà conservare il suo valore anche con dimensioni relativamente grandi; ma per i metalli fortemente magnetici, come il ferro, nei quali μ è grande, ε deve diminuire appena lo spessore Δ oltrepassa un limite relativamente piccolo.

Per determinare questo limite di Δ, ricordo che il coefficiente ε ha i seguenti valori, in unità assolute elettromagnetiche, pel ferro e pel rame:

Sezione del filo	Flusso alternato	Valore di ε Ferro	Rame
circolare	parallelo all'asse	$0{,}616.10^{-4}$	$3{,}75.10^{-4}$
»	perpendicolare all'asse	1,232	7,50
rettangolare	» »	1,643	10,00

*

La formola che dà il valore limite Δ_m è

$$\Delta_m = \sqrt{\frac{1}{4\mu n \varepsilon}} .$$

Supposto di spingere l'induzione fino a un massimo di 6000 a 7000 unità circa, cosicchè nel ferro vi corrisponda una permeabilità intorno a 3000, si ottengono i seguenti valori di Δ_m, per frequenze di 20, 50 e 100 periodi ed espressi in centimetri.

Sezione del filo	Flusso alternato	Ferro			Rame		
		$n=20$	50	100	20	50	100
circolare	parallelo all' asse	0,26	0,16	0,12	5,77	3,65	2,58
»	perpendicolare all' asse	0,18	0,12	0,08	4,08	2,58	1,83
rettangolare	» »	0,16	0,10	0,07	3,54	2,24	1,58

Pel ferro ordinario si raggiunge presto il limite; con frequenza 50 e fili a sezione rettangolare, o lamine, lo spessore limite è appena di 1 millimetro. Pel ferro purissimo, la cui permeabilità sale fino a 5500, si avrebbe uno spessore limite ancora più piccolo; con frequenza 100 sarebbe appena di $^1/_2$ millimetro.

Pei metalli meno conduttivi il limite è più elevato, perchè ε è proporzionale alla conduttività.

L' interpretazione di questo risultato è che nella massa del conduttore, quando esso abbia dimensioni superiori a un determinato limite, le correnti parassite non possono essere distribuite uniformemente, come si suppone per trovare la formola (11) nel caso dei fili e delle lamine sottili. Le correnti devono dunque essere limitate ad una parte della massa.

Evidentemente questo risultato concorda con quello a cui si giunge considerando la induzione mutua delle correnti, che ha per effetto di condensare le correnti stesse verso la superficie, cosicchè la massa che prende parte al fenomeno è ridotta ad una frazione del volume totale, e la energia dissipata, ragguagliata all'unità di volume, riesce molto minore. Ma il procedimento seguito per arrivare alla nostra conclusione, oltre ad avere un carattere generale, ci ha permesso di determinare con un calcolo molto semplice quello che abbiamo chiamato lo spessore limite e di mettere in evidenza il valore basso che tale spessore ha nei materiali fortemente magnetici.

GAETANO GIORGIO GEMMELLARO

(Adunanza del dì 19 Marzo 1904)

Gaetano Giorgio Gemmellaro, professore di geologia e mineralogia nell'Università di Palermo e socio, dal '77, della nostra Accademia, nacque a Catania il 25 Febbraio del 1832. Figlio e nipote di naturalisti, egli continuò le gloriose tradizioni della famiglia, temprando e volgendo la mente fin dalla giovinezza allo studio dei fenomeni geologici e scrutando con rigore di metodo le leggi che li governano e li reggono. Fornito di un'eletta intelligenza, acuto osservatore e lavoratore indefesso, diede alla scienza una lunga serie di opere magistrali, che gli procurarono altissima fama e i più grandi onori [1]). La sua prima pubblicazione porta la data del 1853; l'ultima vide la luce l'anno passato. Precisamente mezzo secolo di produzione intellettuale, che non s'interruppe mai. A poco più di vent'anni, iniziò le proprie ricerche con l'esame di alcune specie mineralogiche dei vulcani spenti di Palagonia; poi si occupò di geografia fisica, trattando intorno al graduale sollevamento di una parte della costa orientale della Sicilia, e, in seguito, di paletnologia, descrivendo una nuova grotta ad ossami ed armi di pietra, scoperta nella provincia di Palermo. Ma ben presto si diede tutto alla paleontologia, nella quale fu sommo. La storia geologica della Sicilia fu, vorrei dire, creata da lui. Prima di lui, la serie stratigrafica dell'isola era quasi ignota, perchè gli studii anteriori, senza dubbio importanti, erano, secondo il sistema di allora, generali e sommarii. Egli, pieno di fervore scientifico e di energia fisica, lottando contro la scarsezza dei mezzi di studio, rifuggendo dalle osservazioni superficiali e dando alle sue ricerche un indirizzo essenzialmente analitico, sviscerò e comprese i misteri di quelle montagne, frugandole con perseveranza instancabile, traendone i fossili in grandissima copia e illustrandoli con rara perizia. Un materiale paleontologico ingente, meraviglioso, sapientemente studiato e ordinato, che forma il maggiore ornamento del Museo di geologia dell'Università di Palermo, il quale può dirsi opera tutta del Gemmellaro ed è fra i migliori d'Italia e, senza esagerazione, uno dei primi in Europa. Le sue monografie paleontologiche,

[1]) Era socio della r. Accademia dei Lincei e di molte altre nazionali e straniere, uno dei XL della Società italiana delle scienze, membro del r. Comitato geologico d'Italia, senatore del Regno, cavaliere dell'Ordine del merito civile di Savoia, ecc.

splendidamente illustrate, non hanno soltanto un interesse regionale, ma varcano quasi sempre i confini dell'isola, giacchè non si limitano al semplice esame degli organismi scoperti, ma traggono argomento da questi per istituire efficaci paralleli stratigrafici con sedimenti e con fossili analoghi di altri punti della terra e per stabilire dei legami filogenetici e di affinità tra faune di piani diversi. Così, per esempio, le sue illustrazioni delle faune triasiche, giuresi e cretacee hanno allargato e approfondito notevolmente la conoscenza di questi terreni in tutto il bacino mediterraneo; e la scoperta e lo studio della fauna permiana di Palazzo Adriano ha giovato in maniera straordinaria a definire meglio i rapporti che uniscono le forme paleozoiche a quelle mesozoiche, costituendo per tal modo uno dei più importanti avvenimenti paleontologici di quest'ultimo trentennio, che resterà monumento imperituro nella scienza dei fossili.

Ai pregi eminenti di naturalista il professore Gemmellaro associava quelli di gentiluomo e di uomo di cuore. Le sofferenze altrui l'affliggevano e ogni caso pietoso lo commoveva. Voleva un gran bene alla sua famiglia, che glielo ricambiava intensamente. Alieno dal convenzionalismo, rifuggiva dalle pompe esteriori e dai discorsi cattedratici e amava di esprimersi alla buona, naturalmente, senza ombra di posa. Di carattere espansivo e gioviale, si mostrava affabile e cortese e sapeva trovare per tutti una buona parola. Nella conversazione era piacevolissimo e aveva sempre pronto l'aneddoto grazioso e il motto arguto. Alto e asciutto della persona, vivace nell'eloquio e nel gesto, pieno di espressione nella fisionomia, con lo sguardo penetrante e mobilissimo, era, come si suol dire, tutto nervi, continuamente in moto, con una esuberanza di vita che sorprendeva. Fino agli ultimi anni, anche quando saliva i monti, camminava agilmente ed era fra i primi a raggiungere la vetta, nè pareva mai stanco. Solo da poco tempo il suo vigore si era affievolito. Nella scorsa primavera ammalò di polmonite, nè più si riebbe completamente. I disturbi cardiaci, che lo molestavano da parecchio, s'erano fatti in questi ultimi mesi più gravi, e l'organismo, già così baldo, si struggeva, miseramente. Mercoledì, nelle ore pomeridiane, il grande paleontologo moriva, amaramente compianto.

Possa l'esempio della sua vita, così laboriosa e feconda, essere sprone a nuove conquiste nel campo scientifico.

Francesco Bassani

Confronto fra i raggi Röntgen e le radiazioni emesse del radio-tellurio; *Nota del Prof.* E. Villari.

(Adunanza del dì 19 Marzo 1904)

Mi è parso utile di fare un confronto fra gli effetti dei raggi Röntgen e quelli prodotti dalle complesse radiazioni emesse da una asticella di rame con radio-tellurio, imprestatami dalla cortesia del Prof. Piutti [1].

Come è ben noto, la penetrabilità dei raggi X è grandissima; dalle mie esperienze risulta invece minima quella delle radiazioni del radio-tellurio. Coteste radiazioni vengono arrestate dal vetro e dall'alluminio, grossi appena 1 mm. od anche meno, e non passano neanche attraverso un foglio di carta ordinaria: passano poco attraverso la tela di un consueto fazzoletto, ed emergono benissimo attraverso una sottilissima membrana di vescica od un sottilissimo foglio di carta velina. Da ciò parrebbe, che dall'asticella di rame da me studiata non emanassero raggi simili a quelli emanati dal radio, essendo questi assai penetranti. Le esperienze furono eseguite con un mio elettroscopio ad una sola foglia di oro, isolato assai bene con un tappo di paraffina.

L'aria spinta da un mantice in un tubo di vetro, strisciando sull'asticella con radio-tellurio acquista rapidamente la virtù di scaricare l'elettroscopio e la perde poi lentamente, così che essa vi si conserva ancora abbastanza energica dopo d'aver percorso un tubo di vetro di 6 m. di lunghezza.

Messa l'asticella in prossimità del bottone dello elettroscopio, questo si scarica rapidamente; ma la scarica si rallenta o si accelera a seconda che si soffii una corrente di aria in maniera da allontanare od avvicinare all'elettroscopio l'aria attivata dalle radiazioni dell'asticella.

Altravolta dimostrai, che l'aria attivata dagli X perde la sua virtù scaricatrice appena passa per un tubo di vetro lievissimamente elettrizzato [2]; ma se il tubo è stato elettrizzato energicamente, l'aria ionizzata dagli X vi perde sempre la sua virtù scaricatrice, e deve passarvi per oltre due ore prima di scaricare il tubo e neutralizzarne la efficacia. Invece l'aria ionizzata dal radio-tellurio perde la sua virtù scaricatrice soltanto se passa pel tubo di vetro fortemente elettrizzato e lo riduce allo stato neutro in qualche minuto. La ionizzazione, adunque, prodotta

---

[1]) Le esperienze furono eseguite con una asticella di rame, 100 × 5 mm., coperta con radio-tellurio proveniente dalla casa, Fabrik chemischer Präparate von Dr. R. Sthamer.

[2]) E. Villari, *Dell' azione dell' ozonatore sui gas attivati dai raggi X.* Rendiconto Lincei p. 17, 48 e 92, Roma 1897.

dal radio-tellurio sembra essere più tenace e quasi più intima di quella dovuta agl' X. La ionizzazione prodotta nell' aria dalle fiamme, come io dimostrai, si comporta, in queste esperienze con l' elettricità, come quella ionizzata dal radio-tellurio.

Studiai ancora l'efficacia delle radiazioni sui differenti gas e trovai, che essa è molto diversa da un gas all' altro, e cresce con lo scemare della loro densità; così, in via solo approssimativa, può dirsi che chiamando 1 la virtù scaricatrice indotta nell' anidride carbonica, essa è di 3 a 5 nell' aria, di 7 ad 8 nel gas luce e di 20 nell' idrogeno. I gas su cui sperimentai erano ottenuti nel modo consueto e furono disseccati facendoli passare per due grandi provette ripiene con cloruro di calcio fuso.

L'azione ionizzante degl' X sui varî gas è affatto diversa, come altra volta dimostrai [1]; essa in primo luogo varia poco da un gas all' altro, ed in secondo luogo è, contrariamente al caso precedente, maggiore nei gas più densi che nei meno densi, così che il modo d' agire degli X nelle ricordate esperienze sarebbe molto diverso da quello delle radiazioni del radio-tellurio.

Relazione *sulla Memoria postuma di* Carlo Riva.

(Adunanza del dì 16 aprile 1904)

La Memoria del compianto dott. Carlo Riva, frutto di lunghi ed accuratissimi studii, si compone di quattro parti principali.

La prima parte, che tratta delle *Rocce granitoidi*, è a sua volta divisa in tre capitoli; nel primo dei quali è riassunta la bibliografia sull' argomento; nel secondo sono ampiamente descritte le rocce granitoidi studiate, cioè granititi tipiche e granititi anfiboliche, granodioriti e adamelliti, facies dioritiche con quarzo, segregazioni basiche, dioriti basiche etc.; e nel terzo vengono minutamente analizzati e descritti i singoli minerali componenti le suddette rocce granitoidi.

La seconda parte, che riguarda le *Rocce filoniane*, preceduta da una breve rassegna critica dei lavori precedenti, è suddivisa anch'essa in tre capitoli; in cui sono rispettivamente esposti i tre grandi gruppi delle rocce porfirico-granitiche e lamprofiriche; ciascuno dei quali poi è ancora ripartito e studiato nelle diverse famiglie e specie di rocce (porfidi granitici, porfiriti dioritiche, apliti, spessartiti diabasiche, con e senza olivlna, spessartiti propriamente dette, lamprofiri dioritici, etc.) da cui in Sardegna è rappresentato.

---

[1]) E. Villari, R. C. della Acc. di Sc. fisiche e matematiche di Napoli, fas. giugno e luglio 1896.

La terza parte, riguardante le *Zone di contatto*, contiene, dopo accurata critica bibliografica, le descrizioni dei fenomeni di contatto, prodotti dalle suddette specie di rocce eruttive, granitoidi e filoniane, sulle concomitanti masse di rocce gneissiche, filladiche e scistose, sulle hornfelse e sui calcari.

Nella quarta ed ultima parte, destinata ad esaminare l'*Età delle rocce granitoidi sarde*, dopo aver esposto le opinioni dei precedenti osservatori, si sostiene con validi argomenti, frutto di modernissimi studi petrografici e di coscienziose osservazioni sul terreno, l'ipotesi dell'origine eruttiva e dell'età probabilmente non arcaica di tali rocce granitoidi.

Sette tavole di belle fotografie illustrano alcune particolarità di giacitura delle varie rocce studiate. La famiglia dell'estinto autore fa esprimere all'Accademia il desiderio di concorrere anch'essa alla pubblicazione della monografia, assumendosi per intero le spese di stampa di dette tavole.

Tutto il lavoro, eseguito con la serietà e profondità d'intendimenti, già note per altri studii dello stesso autore, rappresenta uno splendido contributo alla Geologia della Sardegna, e la Commissione propone di pubblicarlo integralmente negli Atti dell'Accademia.

F. Bassani
E. Scacchi
G. De Lorenzo, *relatore*.

Le rocce granitoidi e filoniane della Sardegna; *Memoria postuma di* **Carlo Riva.**

(Adunanza del dì 2 Aprile 1904) — (Sunto)

Questa memoria contiene una descrizione completa delle rocce granitoidi e delle rocce filoniane della Sardegna, nonchè delle loro rispettive aree e zone di contatto, e si chiude con una discussione sulla probabile età e genesi della maggior parte delle masse granitiche sarde.

Relazione *sulla Nota del Prof.* B. Calò: « *Su alcuni problemi, relativi alla deformazione delle congruenze* ».

(Adunanza del dì 16 Aprile 1904)

I sottoscritti propongono che si accolga nel *Rendiconto* questa Nota del prof. Calò, nella quale vien portata a compimento la ricerca intrapresa nella precedente Nota sulle congruenze normali, e si dà inizio alla ricerca analoga per le congruenze più generali.

E. Fergola
A. Capelli
E. Cesàro, *relatore*.

SU ALCUNI PROBLEMI RELATIVI ALLA DEFORMAZIONE DELLE CONGRUENZE; *Nota di* **B. Calò.**

(Adunanza del dì 9 Aprile 1904)

1. Facendo seguito alla Nota avente il medesimo titolo, pubblicata nel Rendiconto di Febbraio dell'anno corrente, ricordiamo che ivi (§§ 3, 5) il problema: *di ricercare quali congruenze normali, riferite ad una superficie di partenza non ortogonale ad esse, si posson deformare, flettendo la superficie di partenza, in modo che su ciascun raggio rimangano fissi i due fuochi*, è stato ricondotto all'altro: *se è possibile determinare la funzione* σ *di* u *in modo che la superficie* S *di elemento lineare*

$$ds^2 = \frac{\cos^2\sigma}{\operatorname{sen}^4\sigma}\, du^2 + \operatorname{cotg}^2\sigma \,.\, dv^2 \tag{1}$$

ammetta una flessione per cui rimanga invariato il valore dell'espressione $D + D''$. E questo a sua volta si riduce all'altro di cercare se è possibile scegliere le funzioni $\sigma(u)$ e $P(u, v)$ in modo che le quattro equazioni

$$\left\{\begin{aligned}
& D + D'' = \frac{\cos^2\sigma}{\operatorname{sen}\sigma} \,.\, P \,, \\
& DD'' - D'^2 = K \,.\, \frac{\operatorname{cotg}^4\sigma}{\operatorname{sen}^2\sigma} \,, \\
& \frac{\partial D}{\partial v} - \frac{\partial D'}{\partial u} - \frac{\cos\sigma}{\operatorname{sen}\sigma}\,\sigma' \,.\, D' = 0 \,, \\
& \frac{\partial D''}{\partial u} - \frac{\partial D'}{\partial v} + \frac{\operatorname{sen}\sigma}{\cos\sigma}\,\sigma' \,.\, D + \frac{\sigma'}{\operatorname{sen}\sigma\cos\sigma}\, D'' = 0 \,,
\end{aligned}\right. \tag{2}$$

di cui la seconda è l'equazione di Gauss e le ultime due l'equazioni di Codazzi per la superficie S, formino rispetto alle incognite D, D', D'' un sistema *illimitatamente integrabile.*

Nella detta Nota ci siamo limitati a supporre P funzione soltanto di u; ci proponiamo ora di completare la trattazione dell'argomento studiando il caso in cui P è funzione anche della variabile v.

Trascurando l'ipotesi che la superficie S sia sviluppabile, troveremo che alle condizioni poste soddisfa una classe di superficie, *evolute di superficie ad area minima* oppure *evolute di superficie a curvatura totale costante*; ma, come dimostreremo, le superficie di questa classe sono tutte immaginarie.

Abbandonando poi la condizione che la congruenza (C) legata ad S sia una congruenza normale, e limitandoci ad un caso particolare, troviamo come soluzioni del problema una classe di superficie reali applicabili sul *catenoide*, delle quali ciascuna risulta intrinsecamente determinata mediante i coefficienti delle due forme quadratiche fondamentali; ognuna di queste superficie è suscettibile di una deformazione a due parametri; lasciando fisso uno dei quali, si ha una flessione della superficie, che soddisfa al nostro problema, tale, cioè, che rimangono fissi i due fuochi sopra ogni raggio della congruenza ad essa legata; lasciando fisso l'altro parametro, si ha una flessione continua della superficie in sè medesima, per cui le linee deformate dei paralleli scorrono su sè stesse.

2. Possiamo porre ancora, per le prime due equazioni (2),

$$(3)\qquad D=\frac{1}{2}\frac{\cos^2\sigma}{\operatorname{sen}\sigma}(P-Q\cos\theta)\ ,\ D''=\frac{1}{2}\frac{\cos^2\sigma}{\operatorname{sen}\sigma}(P+Q\cos\theta)\ ,\ D'=\frac{1}{2}\frac{\cos^2\sigma}{\operatorname{sen}\sigma}Q\operatorname{sen}\theta\ ,$$

ove θ indica una funzione incognita di u, v, e Q è legato a P dalla relazione

$$(4)\qquad Q=\sqrt{P^2-\frac{4K}{\operatorname{sen}^4\sigma}}\ ;$$

ed ora Q, come P, risulterà funzione di ambedue le variabili u, v.

Sostituendo per D, D'', D' le loro espressioni precedenti nelle due ultime equazioni (2), queste assumeranno la forma

$$\operatorname{sen}\theta\,.\,\frac{\partial\theta}{\partial v}-\cos\theta\,\frac{\partial\theta}{\partial u}=\frac{\partial}{\partial u}\log(Q\cos^2\sigma)\,.\,\operatorname{sen}\theta+\frac{\partial\log Q}{\partial v}\,.\,\cos\theta-\frac{1}{Q}\frac{\partial P}{\partial v}\ ,$$

$$\cos\theta\,.\,\frac{\partial\theta}{\partial v}+\operatorname{sen}\theta\,\frac{\partial\theta}{\partial u}=-\frac{\partial\log Q}{\partial v}\,.\,\operatorname{sen}\theta+\frac{\partial}{\partial u}\log(Q\cos^2\sigma)\,.\,\cos\theta+\frac{1}{Q}\frac{\partial P}{\partial u}\ ;$$

e risolvendo rispetto a $\frac{\partial\theta}{\partial u}, \frac{\partial\theta}{\partial v}$,

$$(5)\qquad \begin{cases}\dfrac{\partial\theta}{\partial u}=\ \ \dfrac{1}{Q}\dfrac{\partial P}{\partial u}\operatorname{sen}\theta+\dfrac{1}{Q}\dfrac{\partial P}{\partial v}\cos\theta-\dfrac{\partial}{\partial v}\log(Q\cos^2\sigma)\ ,\\[2ex] \dfrac{\partial\theta}{\partial v}=-\dfrac{1}{Q}\dfrac{\partial P}{\partial v}\operatorname{sen}\theta+\dfrac{1}{Q}\dfrac{\partial P}{\partial u}\cos\theta+\dfrac{\partial}{\partial u}\log(Q\cos^2\sigma)\ .\end{cases}$$

Ponendo ora $i=\sqrt{-1}$, torna opportuno cambiare le due variabili u, v nelle due variabili complesse coniugate

$$\tau=u+iv\quad,\quad\tau_0=u-iv\ ;$$

*

l'equazioni precedenti diverranno

$$(5') \quad \begin{cases} \dfrac{\partial(i\theta)}{\partial\tau} = \dfrac{1}{Q}\dfrac{\partial P}{\partial\tau_0} e^{i\theta} + \dfrac{\partial}{\partial\tau}\log(Q\cos^2\sigma) , \\ \dfrac{\partial(i\theta)}{\partial\tau_0} = -\dfrac{1}{Q}\dfrac{\partial P}{\partial\tau} e^{-i\theta} - \dfrac{\partial}{\partial\tau_0}\log(Q\cos^2\sigma) . \end{cases}$$

Cerchiamo ora le condizioni perchè questo sistema risulti illimitatamente integrabile.

Perchè ciò accada, derivando la prima delle (5') rispetto a τ_0, la seconda rispetto a τ ed eguagliando i secondi membri delle due equazioni così ottenute, ne dovrà risultare un'identità rispetto a θ; così siamo condotti alle seguenti tre equazioni di condizione:

$$(6) \quad \begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial\tau}\left(\dfrac{1}{Q}\dfrac{\partial P}{\partial\tau}\right) = \dfrac{1}{Q}\dfrac{\partial P}{\partial\tau}\cdot\dfrac{\partial}{\partial\tau}\log(Q\cos^2\sigma) , \\ \dfrac{\partial}{\partial\tau_0}\left(\dfrac{1}{Q}\dfrac{\partial P}{\partial\tau_0}\right) = \dfrac{1}{Q}\dfrac{\partial P}{\partial\tau_0}\cdot\dfrac{\partial}{\partial\tau_0}\log(Q\cos^2\sigma) , \\ \dfrac{\partial^2}{\partial\tau\,\partial\tau_0}\log(Q\cos^2\sigma) = \dfrac{1}{Q^2}\dfrac{\partial P}{\partial\tau}\dfrac{\partial P}{\partial\tau_0} . \end{cases}$$

Eliminando fra queste e la (4) le quantità P, Q, avremo l'equazione a cui deve soddisfare la funzione σ di u; e vedremo poi come se ne possa dedurre l'espressione delle funzioni P, Q stesse.

3. Il caso in cui ambedue le derivate $\dfrac{\partial P}{\partial\tau}$, $\dfrac{\partial P}{\partial\tau_0}$ son nulle corrisponde a supporre P costante ed è stato già considerato nella Nota citata (§ 6).

Se poi una sola delle due dette derivate è nulla, si riconosce facilmente che la superficie S risulta sviluppabile ed immaginaria.

Esclusi questi casi, dalle prime due equazioni (6), integrando, si ottiene

$$(7) \quad \begin{cases} \dfrac{1}{Q}\dfrac{\partial P}{\partial\tau} = \dfrac{1}{f_2'(\tau_0)}\cdot Q\cos^2\sigma , \\ \dfrac{1}{Q}\dfrac{\partial P}{\partial\tau_0} = \dfrac{1}{f_1'(\tau)}\cdot Q\cos^2\sigma , \end{cases}$$

ove $f_1'(\tau)$, $f_2'(\tau_0)$ rappresentano le derivate di due funzioni arbitrarie, f_1 della sola τ ed f_2 della sola τ_0.

Da queste relazioni si deduce che P dev'essere funzione di $f_1 + f_2$, od anche $f_1 + f_2$ funzione di P; ne segue che $\dfrac{\partial P}{\partial f_1}$, $\dfrac{\partial P}{\partial f_2}$ dovranno essere

eguali ad una stessa funzione di P che potremo indicare con $\Phi(P)$; avremo allora

$$(7') \qquad \frac{\partial P}{\partial \tau} = \Phi \cdot f'_1 \quad , \quad \frac{\partial P}{\partial \tau_0} = \Phi \cdot f'_2 \ ,$$

equazioni che potranno sostituirsi alle (7), purchè insieme con esse si ponga

$$(7'') \qquad f'_1 \cdot f'_2 = \frac{Q^2 \cos^2 \sigma}{\Phi} \ .$$

Si tratta ora di determinare la funzione $\Phi(P)$.

Perciò teniamo conto della terza equazione (6); avuto riguardo alle (7'), (7''), essa diviene

$$\frac{\partial^2}{\partial \tau \partial \tau_0} \log(\Phi \cos^2 \sigma) = 2\Phi \cos^2 \sigma \ ,$$

ossia

$$(8) \qquad (P^2 \Phi'' - 2\Phi) \cos^2 \sigma - \Phi'' \cdot \frac{4K \cos^2 \sigma}{\operatorname{sen}^4 \sigma} + \frac{1}{2} (\log \cos \sigma)'' = 0 \ .$$

Ricordiamo che σ e K sono funzioni soltanto di u, mentre P si suppone ora funzione di ambedue le variabili u e v; ne segue che, derivando la precedente equazione rispetto a v, col tener conto che Φ è funzione di u, v, mediante P, si dovrà avere

$$(8') \qquad (P^2 \Phi''' + 2P\Phi'' - 2\Phi') - \Phi''' \cdot \frac{4K}{\operatorname{sen}^4 \sigma} = 0 \ .$$

Ora possiamo fare due ipotesi:

1.ª $\Phi''' \neq 0$. In questa ipotesi consideriamo il quoziente delle due quantità

$$P^2 \Phi''' + 2P\Phi'' - 2\Phi' \quad , \quad \Phi''' \ ;$$

se questo quoziente non fosse costante, sarebbe, per la precedente equazione, funzione della sola u, quindi anche P risulterebbe funzione della sola u, caso che ora escludiamo (perchè già studiato nella Nota citata).

Se poi il detto quoziente è costante $= k_1$, avremo

$$P^2 \Phi''' + 2P\Phi'' - 2\Phi' = k_1 \Phi''' \ ,$$

e integrando

$$P^2 \Phi'' - 2\Phi = k_1 \Phi'' + k_2 \ ,$$

ove k_2 è una nuova costante.

L'equazioni (8), (8') divengono allora

$$(\log\cos\sigma)'' + 2k_2\cos^2\sigma = 0 \ ,$$
$$4K - k_1 \operatorname{sen}^4\sigma = 0 \ ,$$

e, come facilmente si vede, esse sono compatibili fra loro solo per $k_1 = 0$; sarebbe dunque $K = 0$, e la corrispondente superficie sviluppabile.

2.ª $\Phi''' = 0$. Dalla (8') segue che dev'essere anche

$$P\Phi'' - \Phi' = 0 \ ;$$

ma le due equazioni ora scritte sono l'una conseguenza differenziale dell'altra, e, integrando, dànno

$$\Phi = cP^2 + c_1 \ ,$$

essendo c, c_1 due costanti arbitrarie.

Le (7'), (7'') divengono allora

$$(9) \qquad \begin{cases} \dfrac{\partial P}{\partial \tau} = (cP^2 + c_1) \cdot f'_1 \ , \quad \dfrac{\partial P}{\partial \tau_0} = (cP^2 + c_1) \cdot f'_2 \ , \\ f'_1 \cdot f'_2 = \dfrac{Q^2\cos^2\sigma}{cP^2 + c_1} \ , \end{cases}$$

mentre la (8) assume la forma

$$(10) \qquad c_1\cos^2\sigma + 4c\frac{K\cos^2\sigma}{\operatorname{sen}^4\sigma} - \frac{1}{4}(\log\cos\sigma)'' = 0 \ ,$$

che è un'equazione differenziale del 2° ordine rispetto alla funzione σ di u.

4. Mostriamo intanto come la (10) si possa facilmente integrare, poi vedremo come dalle (9) si possa dedurre anche la funzione P di u, v. Ricordando l'espressione di K

$$K = \operatorname{tg}^3\sigma \cdot \sigma'' + \operatorname{tg}^4\sigma \cdot \sigma'^2$$

ed osservando che

$$(\log\cos\sigma)'' = -\operatorname{tg}\sigma \cdot \sigma'' - \frac{1}{\cos^2\sigma} \cdot \sigma'^2 \ ,$$

l'equazione (10) si potrà scrivere così

$$\left(\frac{16c}{\operatorname{sen}\sigma\cos\sigma} + \frac{\operatorname{sen}\sigma}{\cos\sigma}\right)\sigma'' + \frac{16c+1}{\cos^2\sigma} \cdot \sigma'^2 + 4c_1\cos^2\sigma = 0 \ ;$$

moltiplicando ambo i membri per $2\frac{\operatorname{sen}\sigma}{\cos\sigma}\cdot\sigma'$, abbiamo

$$\left(\frac{16c+\operatorname{sen}^2\sigma}{\cos^2\sigma}\cdot\sigma'^2\right)'+8c_1\cos\sigma\operatorname{sen}\sigma\cdot\sigma'=0\,;$$

ed integrando,

$$\frac{16c+\operatorname{sen}^2\sigma}{\cos^2\sigma}\cdot\sigma'^2-4c_1\cos^2\sigma=c_2\ ,$$

ove c_2 è una nuova costante arbitraria; ne ricaviamo

$$\sigma'^2=\frac{4c_1\cos^2\sigma+c_2}{16c+\operatorname{sen}^2\sigma}\cdot\cos^2\sigma\ , \tag{11}$$

ed è chiaro che con una quadratura l'equazione (10) risulterà completamente integrata.

Per mezzo della (11) potremo eliminare dall'espressione di K le derivate prima e seconda di σ, ed otterremo

$$\mathrm{K}=l\,\frac{\operatorname{sen}^4\sigma}{(16c+\operatorname{sen}^2\sigma)^2}\ , \tag{12}$$

ove l indica una costante legata alle costanti arbitrarie c, c_1, c_2 dalla relazione

$$l=-4(16c+1)c_1-c_2\ . \tag{13}$$

5. Passiamo ora alla determinazione delle funzioni P, Q.

Poniamo per brevità

$$\mu=\cos^2\sigma\quad,\quad \nu=\frac{4\mathrm{K}\cos^2\sigma}{\operatorname{sen}^4\sigma}\ ; \tag{14}$$

avremo allora per la (10)

$$c_1\mu+c\nu=\frac{1}{8}(\log\mu)''\ ; \tag{15}$$

e per la (4) avremo

$$\mathrm{Q}^2\cos^2\sigma=\mathrm{P}^2\mu-\nu\ . \tag{16}$$

Eliminando f_1', f_2' fra le equazioni (9) e facendo uso della (16), otteniamo il seguente sistema equivalente al sistema (9)

$$\left\{\begin{aligned}&\frac{\partial\mathrm{P}}{\partial\tau}\frac{\partial\mathrm{P}}{\partial\tau_0}=(c\mathrm{P}^2+c_1)(\mathrm{P}^2\mu-\nu)\ ,\\&\frac{\partial^2\mathrm{P}}{\partial\tau\partial\tau_0}=2c\mathrm{P}(\mathrm{P}^2\mu-\nu)\ ,\end{aligned}\right. \tag{17}$$

dal quale facilmente si potrebbero dedurre di nuovo le tre equazioni (9). Si tratta dunque di trovare la soluzione più generale comune a queste due equazioni alle derivate parziali, sapendo che σ e quindi anche μ, ν sono funzioni di u note mediante le (11), (14).

Per giungere nel modo più rapido al nostro scopo, osserviamo che dalle (17) si ricava

$$\frac{\partial^2 P}{\partial\tau\,\partial\tau_0} - \frac{2cP}{cP^2 + c_1}\frac{\partial P}{\partial\tau}\frac{\partial P}{\partial\tau_0} = 0 \ ,$$

e questa equazione può scriversi ancora nelle due forme seguenti

$$\frac{\partial}{\partial\tau_0}\log\frac{\partial P}{\partial\tau} = \frac{\partial}{\partial\tau_0}\log(cP^2 + c_1) \ ,$$

$$\frac{\partial}{\partial\tau}\log\frac{\partial P}{\partial\tau_0} = \frac{\partial}{\partial\tau}\log(cP^2 + c_1) \ ;$$

derivando la prima rispetto a τ, la seconda rispetto a τ_0 e sommando, si ottiene, col tener conto della prima delle (17),

$$\frac{\partial^2}{\partial\tau\,\partial\tau_0}\log(P^2\mu - \nu) = \frac{\partial^2}{\partial\tau\,\partial\tau_0}\log(cP^2 + c_1) \ .$$

Effettuata la doppia derivazione, avendo riguardo alle (17) e ricordando la relazione differenziale (15) che intercede fra μ e ν, otteniamo l'equazione

$$(18)\quad (\mu\nu' - \mu'\nu)\left(\frac{\partial P^2}{\partial\tau} + \frac{\partial P^2}{\partial\tau_0}\right) + \left(\mu'\nu' - \frac{1}{2}\mu''\nu - \frac{1}{2}\mu\nu''\right)P^2 + \frac{1}{2}\nu\nu'' - \frac{1}{2}\nu'^2 + 4\nu^2(c\nu + c_1\mu) = 0,$$

la quale è conseguenza delle (17).

Riferendoci alle variabili u, v, le (17) e la (18) possono scriversi così

$$(17')\quad \begin{cases} \left(\dfrac{\partial P^2}{\partial u}\right)^2 + \left(\dfrac{\partial P^2}{\partial v}\right)^2 = 16P^2(cP^2 + c_1)(P^2\mu - \nu) \ , \\[2ex] \dfrac{\partial^2 P^2}{\partial u^2} + \dfrac{\partial^2 P^2}{\partial v^2} = 8(3cP^2 + c_1)(P^2\mu - \nu) \ , \end{cases}$$

$$(18')\quad (\mu\nu' - \mu'\nu)\frac{\partial P^2}{\partial u} + \left(\mu'\nu' - \frac{1}{2}\mu''\nu - \frac{1}{2}\mu\nu''\right)P^2 + \frac{1}{2}\nu\nu'' - \frac{1}{2}\nu'^2 + 4\nu^2(c\nu + c_1\mu) = 0.$$

Perchè quest'ultima equazione risultasse un'identità, dovrebbe essere, come facilmente si vede,

$$\nu = a\mu \quad , \quad (\log\mu)'' = 0 \quad , \quad (a \text{ costante})$$

ossia, per le (14), (15)

$$4K - a\,\mathrm{sen}^4\sigma = 0 \quad , \quad (\log\cos\sigma)'' = 0 \ ;$$

e queste equazioni sono compatibili fra loro solo per $a=0$; quindi sarebbe $K=0$ e la corrispondente superficie sviluppabile. Escluso questo caso, dalla (18') deduciamo che P^2 dev'essere della forma seguente

$$P^2 = UV + U_1 \ , \tag{19}$$

ove U, U_1 rappresentano funzioni della sola u e V una funzione della sola v. Sostituendo questa espressione di P^2 nelle (17'), (18'), queste divengono

$$\left\{\begin{array}{l} (U'V+U'_1)^2+U^2V'^2-16(UV+U_1)(cUV+cU_1+c_1)(\mu UV+\mu U_1-\nu)=0 \ , \\ U''V+U''_1+UV''-8(3cUV+3cU_1+c_1)(\mu UV+\mu U_1-\nu)=0 \ , \\ (\mu\nu'-\mu'\nu)(U'V+U'_1)+\left(\mu'\nu'-\frac{1}{2}\mu''\nu-\frac{1}{2}\mu\nu''\right)(UV+U_1)+4(c\nu+c_1\mu)\nu^2+\frac{1}{2}\nu\nu''-\frac{1}{2}\nu'^2=0 \ . \end{array}\right. \tag{20}$$

Con successive derivazioni rispetto a v e osservando che V non può esser costante, altrimenti P risulterebbe funzione della sola u (caso che ora escludiamo, perchè già considerato nella Nota citata), avremo tanto dalla prima quanto dalla seconda delle (20) che U, V debbono soddisfare all'equazione

$$\frac{1}{V'}\left(\frac{V'''}{V'}\right)' = 48c\mu U \ . \tag{21}$$

Da questa, se $c=0$, si ricava integrando,

$$V'^2 = l_1V^2 + l_2V + l_3 \ ,$$

ove l_1, l_2, l_3 indicano costanti arbitrarie; mediante questa equazione potremo eliminare dalle prime due equazioni (20) le derivate di V; fatto ciò, ed eguagliando a zero il coefficiente di V^2 nella prima delle (20) e quello di V nella seconda (dopo avervi posto $c=0$), si otterrà

$$U'^2 + (l_1 - 16c_1\mu)U^2 = 0 \ ,$$
$$U'' + (l_1 - 8c_1\mu)U = 0 \ .$$

Derivando la prima di queste equazioni rispetto ad u, e sostituendo poi ad U'' l'espressione che si ricava dalla seconda, si ottiene la relazione

$$c_1(\mu U' + \mu' U) = 0 \ .$$

Possiamo escludere che sia $c_1 = 0$, altrimenti per la prima delle (20) risulterebbe che $UV + U_1$, ossia P^2, sarebbe costante, mentre ora P si suppone funzione di u, v; dovrà essere dunque

$$\mu U' + \mu' U = 0 \ . \tag{22}$$

Se poi $c \neq 0$, ambo i membri della (21) dovranno essere uguali ad una stessa costante diversa da zero, quindi sarà μU costante, cioè dovrà essere ancora verificata la (22), la quale, dunque, sussiste qualunque sia c.

Ciò premesso, eguagliando a zero il coefficiente di V nella terza delle (20), si ottiene

$$(\mu\nu' - \mu'\nu) U' + \left(\mu'\nu' - \frac{1}{2}\mu''\nu - \frac{1}{2}\mu\nu''\right) U = 0 \ ;$$

ed eliminando U, U' fra questa equazione e la (22), avremo

$$(\mu\nu' - \mu'\nu)\mu' - \left(\mu'\nu' - \frac{1}{2}\mu''\nu - \frac{1}{2}\mu\nu''\right)\mu = 0 \ ,$$

ossia

$$\mu\mu''\nu + \mu^2\nu'' - 2\mu'^2\nu = 0 \ .$$

Questa equazione si può scrivere anche così

$$\left(\frac{1}{\mu}\right)''\nu - \frac{1}{\mu}\nu'' = 0 \ ,$$

ed integrando,

$$\left(\frac{1}{\mu}\right)'\nu - \frac{1}{\mu}\nu' = h \ ,$$

ossia

$$(\mu\nu)' = h\mu^2 \ ,$$

ove h è una costante arbitraria.

Da questa relazione, sostituendovi per μ, ν

$$\mu = \cos^2\sigma \quad , \quad \nu = \frac{4l\cos^2\sigma}{(16c + \operatorname{sen}^2\sigma)^2} \ ,$$

espressioni che si deducono dalle (14) tenendo presente la (12), avremo

$$\frac{16l(16c+1)\operatorname{sen}\sigma}{(16c + \operatorname{sen}^2\sigma)^3} \cdot \sigma' = -h\cos\sigma \ .$$

Escluso ora il caso che σ sia costante, quest' equazione è incompatibile colla (11), quindi deve ridursi ad una identità; ciò porta

$$h = 0 \quad , \quad l(16c+1) = 0 \ .$$

Per $l=0$ dalla (12) si ha $K=0$ e la corrispondente superficie è sviluppabile; trascurando questa soluzione, dovrà essere $16c+1=0$, quindi

$$c=-\frac{1}{16}. \tag{23}$$

Dall' equazioni (11), (12), (13), (14) abbiamo allora

$$\sigma'^2=-4c_1\cos^2\sigma-c_2\,, \tag{11'}$$

$$K=-c_2\,\mathrm{tg}^4\sigma\,, \tag{12'}$$

$$\mu=\cos^2\sigma\quad,\quad \nu=-\frac{4c_2}{\cos^2\sigma}. \tag{14'}$$

Risultando $\mu\nu$ costante, la derivata seconda di $\log(\mu\nu)$ rispetto ad u dovrà esser nulla, cioè abbiamo la relazione identica

$$(\log\mu)''+\frac{\nu''}{\nu}-\frac{\nu'^2}{\nu^2}=0\,,$$

ossia, avendo riguardo alla (15),

$$4(c\nu+c_1\mu)\nu^2+\frac{1}{2}\nu\nu''-\frac{1}{2}\nu'^2=0\,.$$

Dunque nell' equazione (18') il termine indipendente da P^2 è nullo; ne segue che P^2 risulta eguale ad un prodotto di due funzioni, una della sola u ed una della sola v, quindi potremo porre

$$U_1=0\,. \tag{24}$$

Inoltre ambo i membri della (21) dovranno essere uguali ad una stessa costante, che, senza venir meno alla generalità, possiamo fissare a nostro arbitrio, e che assumeremo $=3$. Risulterà quindi dalla (21)

$$\begin{cases} U=-\dfrac{1}{\mu}\,, \\ V'^2=V^3+k_1V^2+k_2V+k_3\,, \end{cases} \tag{25}$$

ove k_1, k_2, k_3 indicano costanti arbitrarie.

La terza dell' equazioni (20) è identicamente verificata e le prime due, tenendo conto delle (23), (24), (25) e delle (14'), divengono

$$\left[\left(\frac{1}{\mu}\right)'^2+\frac{4c_2}{\mu^3}+\frac{k_1}{\mu^2}-\frac{16c_1}{\mu}\right]V^2+\frac{k_2+64c_1c_2}{\mu^2}V+\frac{k_3}{\mu^2}=0\,,$$

$$\left[\left(\frac{1}{\mu}\right)''+\frac{6c_2}{\mu^2}+\frac{k_1}{\mu}-8c_1\right]V+\frac{k_2+64c_1c_2}{2\mu}=0\,.$$

I coefficienti delle potenze di V in quest' equazioni dovranno esser nulli; abbiamo quindi le condizioni seguenti

$$\left(\frac{1}{\mu}\right)'^2 + \frac{4c_2}{\mu^3} + \frac{k_1}{\mu^2} - \frac{16c_1}{\mu} = 0 \ ,$$

$$\left(\frac{1}{\mu}\right)'' + \frac{6c_2}{\mu^2} + \frac{k_1}{\mu} - 8c_1 = 0 \ ,$$

$$k_2 + 64c_1c_2 = 0 \ ,$$

$$k_3 = 0 \ .$$

La seconda di queste si può omettere perchè è conseguenza differenziale della prima, la quale, quando si ponga in essa $\cos^2\sigma$ in luogo di μ e si confronti l'equazione risultante colla (11'), porta che

$$k_1 = 16c_1 - 4c_2 \ ;$$

le altre due ci dànno inoltre

$$k_2 = -64c_1c_2 \quad , \quad k_3 = 0 \ ;$$

e le (25) si possono scrivere così

$$U = -\frac{1}{\cos^2\sigma} \ ,$$

$$V'^2 = V(V + 16c_1)(V - 4c_2) \ .$$

Ricordando poi che

$$P^2 = UV \quad , \quad Q^2\cos^2\sigma = P^2\mu - \nu$$

e avendo riguardo alle (11'), (14'), si ottiene infine

$$(26) \qquad P^2 = -\frac{V}{\cos^2\sigma} \quad , \quad Q^2 = \frac{1}{\cos^2\sigma}\left(\frac{4c_2}{\cos^2\sigma} - V\right),$$

ove σ e V sono funzioni rispettivamente di u, v che soddisfano all' equazioni differenziali del 1° ordine

$$(27) \qquad \begin{cases} \sigma'^2 = -4c_1\cos^2\sigma - c_2 \ , \\ V'^2 = V(V + 16c_1)(V - 4c_2) \ , \end{cases}$$

dalle quali, integrando, si ottiene

$$(28) \qquad u + \alpha = \int \frac{d\sigma}{\sqrt{-4c_1\cos^2\sigma - c_2}} \ ,$$

$$(29) \qquad v + \beta = \int \frac{dV}{\sqrt{V(V + 16c_1)(V - 4c_2)}} \ ,$$

ove α, β indicano costanti arbitrarie. Quindi σ, V si esprimono per funzioni ellittiche di un solo argomento $u+\alpha$, $v+\beta$ rispettivamente.

6. Sostituendo l' espressioni di P, Q, σ fornite dalle (26), (28) nel sistema (5), questo risulterà illimitatamente integrabile e con una quadratura ci darà θ espressa per u, v e contenente una costante arbitraria d' integrazione γ. Le (3) ci daranno infine D, D′, D″, e così la superficie S resterà intrinsecamente determinata.

La superficie S è suscettibile di una deformazione dipendente dai due parametri β, γ. Lasciando fisso β e variando γ, la flessione corrispondente di S soddisfa alle condizioni del nostro problema giacchè P e σ rimangono inalterati, quindi rimane inalterato (per le (3)) anche D + D″.

Se invece rimane fisso γ e varia β, si ha una flessione continua di S in sè medesima, per cui le linee deformate dei paralleli scorrono su sè stesse.

Dimostriamo ora che *le superficie* S *così determinate sono evolute di superficie a curvatura costante o di superficie ad area minima.*

Riferiamoci perciò alle notazioni e formole fondamentali stabilite nel § 2 della Nota citata.

Ivi abbiamo indicato con X_1, Y_1, Z_1 i coseni direttori della tangente alla linea $v =$ costante, che passa per un punto qualunque $M \equiv (x, y, z)$ di S, e, poichè questa tangente coincide colla normale ad una superficie Σ evolvente di S nel punto corrispondente $N \equiv (\xi, \eta, \zeta)$, così, indicando con k il segmento MN, avremo

$$\xi = x + kX_1 \quad , \quad \eta = y + kY_1 \quad , \quad \zeta = z + kZ_1 \; . \tag{30}$$

Tenendo conto delle formole (2) della detta Nota e ricordando che

$$E = \frac{\cos^2\sigma}{\operatorname{sen}^4\sigma} \quad , \quad G = \operatorname{cotg}^2\sigma \; , \tag{31}$$

si ha che k è funzione della sola u e

$$\frac{dk}{du} = -\sum X_1 \frac{\partial x}{\partial u} = -\frac{\cos\sigma}{\operatorname{sen}^2\sigma} \; , \tag{32}$$

da cui, integrando,

$$k = C - \int \frac{\cos\sigma}{\operatorname{sen}^2\sigma}\, du = C - \int \frac{\cos\sigma\, d\sigma}{\operatorname{sen}^2\sigma \,.\, \sigma'} \; ,$$

essendo C una costante arbitraria.

Se ora sostituiamo per σ' l' espressione che si ricava dalla prima delle (27), abbiamo

$$k = C - \int \frac{\cos\sigma\, d\sigma}{\operatorname{sen}^2\sigma \sqrt{-4c_1\cos^2\sigma - c_2}} \; ,$$

ossia

$$k = C - \int \frac{\cos\sigma\, d\sigma}{\operatorname{sen}^2\sigma \sqrt{4c_1 \operatorname{sen}^2\sigma - (4c_1 + c_2)}} .$$

Per effettuare la quadratura distinguiamo due casi:

1.° $4c_1 + c_2 = 0$; fissando la costante col porre $C = -\frac{1}{4\sqrt{c_1}}$, avremo

$$k = \frac{1}{4\sqrt{c_1}} \operatorname{cotg}^2\sigma = \frac{\cos^2\sigma}{2\sigma' \operatorname{sen}\sigma} ; \tag{33}$$

2.° $4c_1 + c_2 \neq 0$; fissando la costante col porre $C = 0$, avremo

$$k = -\frac{1}{4c_1 + c_2} \frac{\sqrt{-4c_1\cos^2\sigma - c_2}}{\operatorname{sen}\sigma} = -\frac{1}{4c_1 + c_2} \frac{\sigma'}{\operatorname{sen}\sigma} . \tag{33'}$$

Ora indichiamo con

$$E_0 , F_0 , G_0 ,$$
$$D_0 , D'_0 , D''_0 ,$$

i coefficienti della prima e della seconda forma fondamentale di Σ.

Derivando le (30) col tener conto delle formole (2) della Nota citata e delle relazioni (31), (32), abbiamo

$$\frac{\partial\xi}{\partial u} = k \frac{\operatorname{sen}^2\sigma}{\cos\sigma} D . X_3 ,$$

$$\frac{\partial\xi}{\partial v} = \left(\operatorname{cotg}\sigma - \frac{k\sigma'}{\cos\sigma}\right) X_2 + k \frac{\operatorname{sen}^2\sigma}{\cos\sigma} D' . X_3 ,$$

e le formole analoghe per le derivate di η, ζ. Da queste e dalle formole che dànno le derivate di X_1, Y_1, Z_1 (vedi formole (2) della Nota citata) deduciamo

$$\left\{ \begin{aligned} -D_0 &= k \frac{\operatorname{sen}^4\sigma}{\cos^2\sigma} D^2 , \\ -D'_0 &= k \frac{\operatorname{sen}^4\sigma}{\cos^2\sigma} DD' , \\ -D''_0 &= -\left(\operatorname{cotg}\sigma - \frac{k\sigma'}{\cos\sigma}\right) \frac{\sigma'}{\cos\sigma} + k \frac{\operatorname{sen}^4\sigma}{\cos^2\sigma} . D'^2 ; \end{aligned} \right. \tag{34}$$

$$\left\{ \begin{aligned} E_0 &= k^2 \frac{\operatorname{sen}^4\sigma}{\cos^2\sigma} D^2 , \\ F_0 &= k^2 \frac{\operatorname{sen}^4\sigma}{\cos^2\sigma} DD' , \\ G_0 &= \left(\operatorname{cotg}\sigma - \frac{k\sigma'}{\cos\sigma}\right)^2 + k^2 \frac{\operatorname{sen}^4\sigma}{\cos^2\sigma} D'^2 , \end{aligned} \right. \tag{35}$$

Da queste ricaviamo per la curvatura media H_0 e per la curvatura totale K_0 di Σ

$$(36)\qquad \begin{cases} H_0 = -\dfrac{2k\,\mathrm{sen}\,\sigma.\sigma' - \cos^2\sigma}{k(\cos^2\sigma - k\,\mathrm{sen}\,\sigma.\sigma')}\,, \\[2ex] K_0 = -\dfrac{\mathrm{sen}\,\sigma.\sigma'}{k(\cos^2\sigma - k\,\mathrm{sen}\,\sigma.\sigma')}\,. \end{cases}$$

Ora, se $4c_1 + c_2 = 0$, avendo riguardo alla (33), si vede subito che $H_0 = 0$, cioè Σ *è ad area minima.*

Se poi $4c_1 + c_2 \neq 0$, facendo uso della (33') e ricordando la prima delle (27), si ha

$$(37)\qquad K_0 = -\frac{(4c_1 + c_2)^2}{c_2}\,,$$

cioè Σ *è a curvatura totale costante.*

7. Occorre notare, peraltro, che le superficie S, trovate ora come soluzioni del nostro problema ed evolute di superficie a curvatura costante o ad area minima, risultano sempre immaginarie.

Perciò basta osservare le formole (26), (27).

Ed infatti, perchè P, Q e quindi D, D', D'' risultino reali, dovrà essere per le (26)

$$(38)\qquad V < 0\ ,\quad V - \frac{4c_2}{\cos^2\sigma} < 0\,.$$

Dimostriamo ora che queste condizioni sono incompatibili colle (27).

Per la prima delle (27) si deve avere

$$4c_1\cos^2\sigma + c_2 < 0\,,$$

ossia

$$-\frac{4c_2}{\cos^2\sigma} > 16c_1\,;$$

quindi

$$V - \frac{4c_2}{\cos^2\sigma} > V + 16c_1\,;$$

se $V + 16c_1$ fosse positivo, dovrebbe esserlo anche $V - \dfrac{4c_2}{\cos^2\sigma}$, in contradizione colla seconda delle (38), perciò dovrà essere

$$V + 16c_1 < 0\,.$$

Allora per la seconda delle (27) si dovrà avere

$$V(V - 4c_2) < 0\,;$$

e poichè $V > 0$ sarebbe in contradizione colla prima delle (38), dovrà

essere

$$V < 0 \quad , \quad V - 4c_2 > 0 \; ;$$

ne segue intanto che c_2 dovrà essere negativa; inoltre, essendo $\frac{1}{\cos^2\sigma} > 1$, sarà

$$-\frac{4c_2}{\cos^2\sigma} > -4c_2 \; ,$$

quindi

$$V - \frac{4c_2}{\cos^2\sigma} > V - 4c_2$$

e

$$V - \frac{4c_2}{\cos^2\sigma} > 0 \; ,$$

in contradizione colla seconda delle (38).

8. Abbandoniamo ora l'ipotesi, già completamente discussa, che la congruenza (C) legata ad S sia una congruenza normale.

Le condizioni, perchè S ammetta una flessione tale che in ogni raggio di (C) si conservino fissi i due fuochi, si ridurranno alle seguenti:

$$\cos\sigma \frac{\partial\sqrt{E}}{\partial v} + \sqrt{E}\,\mathrm{sen}\,\sigma \frac{\partial\sigma}{\partial v} = 0 \; ,$$

$$\frac{1}{\sqrt{G}} \frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u} + \frac{1}{\mathrm{sen}\,\sigma\cos\sigma} \frac{\partial\sigma}{\partial u} = 0 \; ,$$

ed all'altra che

$$D + \mathrm{sen}^2\sigma \frac{E}{G} D''$$

si mantenga invariata durante la flessione (vedi Nota citata, § 3, formole (10) e segg.).

Senza inoltrarci a trattare la questione in generale, *limitiamoci a supporre σ funzione soltanto di v*; potremo allora, per l'equazioni precedenti, supporre fissati i parametri u, v in modo che si abbia

$$E = \cos^2\sigma \quad , \quad G = \mathrm{sen}^2\sigma\cos^2\sigma \; ,$$

ed il problema sarà ricondotto a *cercare le superficie di elemento lineare*

$$ds^2 = \cos^2\sigma\, du^2 + \mathrm{sen}^2\sigma\cos^2\sigma\, dv^2 \; , \tag{39}$$

suscettibili di una flessione per cui $D + D''$ rimane inalterata.

Queste sono evidentemente *applicabili sopra superficie di rotazione, ed i raggi della congruenza sono normali alle linee deformate dei meridiani ed inclinati sulla superficie dell'angolo σ.*

Dovremo ricercare se è possibile scegliere le funzioni $\sigma(v)$ e $P(u,v)$ in modo che le quattro equazioni

$$(40)\quad \begin{cases} D + D'' = \dfrac{\cos^2\sigma}{\operatorname{sen}\sigma} \cdot P\ , \\ DD'' - D'^2 = K\cos^4\sigma \operatorname{sen}^2\sigma\ , \\ \dfrac{\partial D}{\partial v} - \dfrac{\partial D'}{\partial u} + \dfrac{\operatorname{sen}\sigma}{\cos\sigma}\sigma' D + \dfrac{\sigma'}{\operatorname{sen}\sigma\cos\sigma} D'' = 0\ , \\ \dfrac{\partial D''}{\partial u} - \dfrac{\partial D'}{\partial v} + \dfrac{\cos\sigma}{\operatorname{sen}\sigma}\sigma' D' = 0\ , \end{cases}$$

di cui la seconda è l'equazione di Gauss e le ultime due l'equazioni di Codazzi, formino rispetto alle incognite D, D', D'' un sistema *illimitatamente integrabile.*

Per le prime due equazioni (40) potremo porre ancora

$$(41)\quad D = \frac{1}{2}\frac{\cos^2\sigma}{\operatorname{sen}\sigma}(P - Q\cos\theta)\ ,\ D'' = \frac{1}{2}\frac{\cos^2\sigma}{\operatorname{sen}\sigma}(P + Q\cos\theta)\ ,\ D' = \frac{1}{2}\frac{\cos^2\sigma}{\operatorname{sen}\sigma} \cdot Q\operatorname{sen}\theta\ ,$$

essendo

$$Q = \sqrt{P^2 - 4K\operatorname{sen}^4\sigma}$$

e θ una funzione incognita di u, v. Sostituendo per D, D'', D' le loro espressioni precedenti nelle due ultime equazioni (40) e risolvendo rispetto a $\dfrac{\partial\theta}{\partial u}, \dfrac{\partial\theta}{\partial v}$, abbiamo

$$(42)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial\theta}{\partial u} = \dfrac{1}{Q}\dfrac{\partial P}{\partial u}\operatorname{sen}\theta + \dfrac{1}{Q}\dfrac{\partial P}{\partial v}\cos\theta - \dfrac{\partial}{\partial v}\log(Q\operatorname{cotg}^2\sigma)\ , \\ \dfrac{\partial\theta}{\partial v} = -\dfrac{1}{Q}\dfrac{\partial P}{\partial v}\operatorname{sen}\theta + \dfrac{1}{Q}\dfrac{\partial P}{\partial u}\cos\theta + \dfrac{\partial}{\partial u}\log(Q\operatorname{cotg}^2\sigma)\ . \end{cases}$$

Per modo che siamo ricondotti a cercare le condizioni d'illimitata integrabilità di questo sistema, la cui analogia col sistema (5) è evidente.

L'ipotesi che P sia funzione soltanto di v porta a classi di superficie analoghe a quelle trovate nella Nota precedente e caratterizzate da equazioni differenziali del 2° e del 3° ordine a cui deve soddisfare σ; e per ciascuna di queste superficie la flessione che soddisfa al nostro problema *è una flessione continua della superficie in sè medesima.*

Se poi si suppone P funzione di ambedue le variabili u, v, si possono stabilire le condizioni d'illimitata integrabilità del sistema (42) con un procedimento affatto analogo a quello tenuto nella presente Nota per il sistema (5); e, trascurando il caso che la superficie S sia svi-

luppabile, si trova che P, Q son dati dall'equazioni

$$(43)\qquad \begin{cases} P^2 = -U\,\mathrm{tg}^2\sigma\ , \\ Q^2 = -\mathrm{tg}^2\sigma[4(c_2+4c_1)\mathrm{tg}^2\sigma + U]\ , \end{cases}$$

ove c_1, c_2 sono costanti arbitrarie; ed U, σ sono funzioni di u, v rispettivamente, che soddisfanno all'equazioni differenziali del 1° ordine

$$(44)\qquad \begin{cases} U'^2 = U(U-16c_1)(U-4(4c_1+c_2))\ , \\ \sigma'^2 = c_2\,\mathrm{sen}^2\sigma + 4c_1\ . \end{cases}$$

Da quest' ultime risulta che U, σ si esprimono per funzioni ellittiche di un solo argomento $u+\alpha, v+\beta$ rispettivamente (α, β costanti arbitrarie).

Inoltre dal sistema (42) con una quadratura avremo θ espressa per u, v e per una nuova costante arbitraria γ; dalle (41) avremo infine D, D', D''.

La superficie S è quindi suscettibile di una deformazione dipendente dai due parametri α, γ. Lasciando fisso α e variando γ, la flessione corrispondente soddisfa alle condizioni del nostro problema; lasciando fisso γ e variando α, la S subisce una flessione continua in sè medesima.

Proceden do in modo perfettamente analogo a quello tenuto nel § 6, si dimostra facilmente che, *se* $c_2 = 0$, *le superficie* S *ora determinate sono evolute di superficie ad area minima, e se* $c_2 \neq 0$, *sono evolute di superficie a curvatura totale costante* $= \dfrac{c_2^2}{4c_1+c_2}$.

Ci proponiamo ora di ricercare se alcune di queste superficie risultano reali; vediamo, cioè, se è possibile scegliere le costanti c_1, c_2 per modo che σ, U, P, Q risultino reali.

Per le (43) si dovrà avere

$$(45)\qquad U < 0\ ,\quad U + 4(c_2+4c_1)\mathrm{tg}^2\sigma < 0\ .$$

Inoltre per la seconda delle (44) si deve avere

$$c_2\,\mathrm{sen}^2\sigma + 4c_1 > 0\ ,$$

ossia

$$(46)\qquad 4(c_2+4c_1)\mathrm{tg}^2\sigma > -16c_1\ ;$$

quindi

$$U + 4(c_2+4c_1)\mathrm{tg}^2\sigma > U - 16c_1\ .$$

Confrontando questa disuguaglianza colla seconda delle (45), si trae

$$U - 16c_1 < 0\ ;$$

ed osservando la prima delle (44), col tener conto della disuguaglianza

ora scritta e della prima delle (45), si deduce

$$U - 4(4c_1 + c_2) > 0 \ ;$$

e, poichè $U < 0$, si dovrà avere

$$(47) \qquad 4c_1 + c_2 < 0 \ ,$$

e, in conseguenza, la (46) richiede che sia

$$(47') \qquad c_1 > 0 \ ;$$

infine la (47), essendo $c_1 > 0$, porta che

$$(47'') \qquad c_2 < 0 \ .$$

Affinchè σ, U, P, Q risultino reali, dovranno dunque esser verificate le (47), (47'), (47''), per le quali potremo porre

$$(48) \qquad 4c_1 + c_2 = -a^2 \ , \quad c_2 = -b^2 \ , \quad 4c_1 = b^2 - a^2 \ ,$$

essendo a, b due costanti reali positive tali che $a < b$.

Ed ora ci proponiamo di trovare l'effettiva espressione di U, σ, P, Q in funzione di u, v.

Le (44) assumono la forma

$$U'^2 = U\left(U - 4(b^2 - a^2)\right)(U + 4a^2) \ ,$$
$$\sigma'^2 = b^2 \cos^2\sigma - a^2 \ ;$$

ed integrando, coll'assumere la quantità positiva $k = \frac{a}{b} < 1$ come modulo di una classe di funzioni ellittiche di Jacobi, avremo

$$U = -4a^2 \operatorname{cn}^2[b(u + \alpha)] \ ,$$
$$\cos\sigma = \frac{k \operatorname{cn}[ib(v + \beta)]}{\operatorname{dn}[ib(v + \beta)]} \ ,$$

ove $i = \sqrt{-1}$, ed α, β sono costanti arbitrarie.

L'immaginario in queste formole è solo apparente e colle formole di trasformazione complementare si può fare scomparire facilmente; basterà che α, β siano reali, perchè a valori reali di u, v corrispondano valori reali di U, σ; dalle (43) poi si avranno valori reali per P, Q, e le superficie corrispondenti risulteranno pure reali.

Esse, come già sopra abbiamo osservato, sono evolute di superficie a curvatura costante $= \frac{c_2^{\ 2}}{4c_1 + c_2}$. Nel caso reale ora trattato, valendo le formole (48), questa curvatura costante $= -\frac{b^4}{a^2}$, cioè è negativa, quindi le superficie S sono *applicabili sul catenoide.*

---

*

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Marzo 1904

Latitudine. . 40°52 N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich.
Altitudine. . 149 " sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700+ 9h	15h	21h	Medio diurno	Temperatura centigrada 9h	15h	21h	Min.	Mass.	Medio diurno	Umidità assoluta in mm. 9h	15h	21h	Medio diurno	Umidità relativa in cent. 9h	15h	21h	Medio diurno	Quantità delle nubi 9h	15h	21h	Vento Direzione 9h	15h	21h	Velocità oraria in chilom. 9h	15h	21h	Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
1	34.5	35.4	41.0	36.97	10.6	8.8	7.8	7.3	11.4	9.27	7.3	6.0	4.3	5.87	75	71	56	67.3	10	10	8	W	WSW	SE	17	38	10	—	1.3
2	46.5	47.6	48.6	47.57	8.9	12.0	8.2	7.3	12.2	9.15	4.0	5.2	4.9	4.70	47	49	61	52.3	7	2	0	N	SW	NNE	0	1	2	—	1.8
3	48.5	46.7	46.0	47.07	9.4	11.4	10.2	6.3	15.0	10.23	5.1	5.7	6.2	5.67	57	47	67	57.0	2	0	7	N	SW	NNE	1	2	4	—	1.8
4	42.3	39.3	38.8	40.13	9.8	12.9	11.3	8.0	13.0	10.53	5.8	6.9	6.1	6.27	64	63	61	62.7	10	10	0	NE	NE	NE	6	6	8	—	2.2
5	41.6	43.3	45.3	43.40	12.4	13.9	11.5	9.5	14.5	11.97	6.3	6.0	8.5	6.93	59	51	85	65.0	3	9	2	NE	ENE	W	10	11	23	—	3.1
6	48.2	48.3	49.4	48.63	11.3	13.7	10.7	8.9	14.9	11.45	8.4	8.5	8.0	8.30	84	73	84	80.3	0	5	1	E	SW	SE	0	6	2	—	2.1
7	50.2	49.5	50.5	50.07	12.2	14.3	11.3	9.4	14.5	11.85	8.0	8.8	7.9	8.23	75	77	79	77.0	0	0	0	S	SW	SW	0	3	4	—	0.9
8	51.5	51.1	52.3	51.63	13.2	16.7	12.4	10.2	16.9	13.17	6.4	6.1	6.9	6.47	56	43	64	54.3	0	0	0	SE	SW	N	1	6	3	—	1.2
9	53.6	53.7	53.6	53.63	14.0	15.6	13.3	10.8	16.3	13.60	7.0	8.8	7.3	7.70	59	66	64	63.0	0	0	0	S	SW	W	0	6	0	—	2.3
10	53.9	53.2	53.0	53.37	14.9	15.9	12.1	11.4	16.3	13.68	6.9	8.6	8.9	8.13	55	64	85	68.0	0	0	0	N	SW	N	0	1	2	—	1.7
11	52.2	50.3	49.9	50.80	13.7	15.0	12.9	11.3	15.6	13.37	8.7	9.4	9.1	9.07	74	74	83	77.0	9	8	4	SW	SW	W	4	1	0	—	1.8
12	47.5	46.7	46.1	46.77	12.8	14.0	10.9	10.9	15.0	12.40	9.5	8.7	7.1	8.43	87	74	72	77.7	10	9	0	SW	SW	N	1	0	0	—	1.3
13	43.6	41.8	38.6	41.33	10.3	11.5	10.8	9.6	12.7	10.85	7.5	9.0	8.9	8.47	79	89	93	87.0	10	10	10	N	ENE	N	0	0	0	7.1	1.1
14	37.5	40.0	43.2	40.23	7.7	13.3	10.8	7.4	13.7	9.90	7.4	7.3	7.7	7.47	94	64	81	79.7	10	3	0	N	SW	SE	1	0	0	21.3	0.5
15	46.8	46.4	47.3	46.83	12.4	14.5	10.8	9.0	14.9	11.77	7.5	7.2	7.3	7.33	70	58	75	67.7	0	0	0	NE	SW	SW	0	6	0	—	1.2
16	48.3	47.1	46.6	47.33	11.7	14.1	10.3	8.8	14.8	11.40	8.4	7.5	7.6	7.83	83	63	81	75.7	1	0	0	E	SW	N	0	6	0	—	1.3
17	44.1	42.0	42.5	42.87	14.1	17.7	12.9	9.9	17.7	13.65	4.9	5.4	8.6	6.30	41	35	78	51.3	3	0	10	N	SW	SW	0	0	1	0.2	1.9
18	40.9	42.3	41.3	42.50	13.1	12.7	10.7	10.7	14.9	12.35	7.6	8.9	6.7	7.73	68	82	71	73.7	8	10	0	N	NE	N	0	0	0	6.6	2.0
19	46.3	45.8	47.1	46.40	11.8	15.1	11.4	10.1	15.4	12.18	7.5	7.6	6.2	7.10	73	59	61	64.3	10	4	8	NE	NE	NE	1	1	0	—	1.7
20	47.3	47.5	49.3	48.03	13.2	14.3	9.9	9.6	15.7	12.10	6.4	6.1	5.1	5.87	56	59	56	54.0	3	0	0	NE	SW	NE	1	4	1	—	2.6
21	49.1	47.7	48.5	48.43	11.9	15.3	10.8	8.4	15.3	11.60	4.8	4.3	7.3	5.47	46	33	75	51.3	0	0	1	NE	N	N	0	0	0	—	3.9
22	48.7	47.3	48.6	48.20	11.5	15.9	11.9	8.7	16.4	12.12	3.8	5.8	7.8	5.80	37	44	75	52.0	4	0	8	N	NW	NE	0	1	0	—	3.1
23	46.5	44.3	43.9	44.90	13.1	15.0	12.3	10.2	15.6	12.80	7.5	7.7	8.5	7.90	67	61	80	69.3	4	3	7	SW	SW	E	2	5	2	—	1.6
24	45.1	46.5	48.9	46.83	12.6	14.4	10.4	10.2	14.8	12.00	7.3	8.1	7.4	7.60	68	66	78	70.7	9	2	10	SW	SW	SW	2	8	8	1.7	1.7
25	49.0	49.1	48.8	48.97	16.3	17.3	15.8	9.0	18.5	14.90	7.2	6.0	6.1	6.43	53	41	46	46.7	0	8	3	NE	SE	N	1	6	2	0.6	2.0
26	48.5	47.6	47.3	47.80	14.3	17.7	15.5	13.2	19.0	15.50	7.5	7.4	8.2	7.70	62	49	62	57.7	10	6	3	NE	WSW	SE	4	7	11	0.4	3.9
27	46.2	45.7	46.9	46.27	15.0	13.5	12.0	11.1	17.0	13.77	7.7	10.1	9.4	9.07	61	88	91	80.0	8	10	10	SE	SE	SE	4	11	1	5.8	3.5
28	45.5	45.2	46.8	45.83	14.5	17.3	11.6	11.0	18.2	13.83	8.0	8.5	8.8	8.37	65	58	87	70.0	5	8	8	NNE	NW	NW	3	3	9	2.6	1.7
29	48.8	48.3	49.4	48.83	14.3	16.7	13.2	11.2	17.5	14.05	7.4	7.6	8.8	7.93	61	54	78	64.3	6	8	6	NNW	SW	S	2	9	0	—	2.0
30	46.6	42.3	38.6	42.50	13.3	13.1	10.7	10.6	13.7	12.07	9.5	8.4	7.3	8.40	85	75	76	78.7	10	10	10	NE	SSW	SW	6	12	19	—	1.6
31	33.6	33.7	36.0	34.43	9.0	9.2	7.1	5.0	11.7	8.20	5.0	5.1	5.2	5.10	58	58	69	61.7	8	3	7	WSW	WSW	WSW	22	14	0	13.8	2.5
Medi mens	46.23	45.68	46.38	46.10	12.33	14.35	11.32	9.50	15.23	12.10	6.98	7.32	7.35	7.21	65.3	60.7	73.3	66.5	5.2	4.5	3.9							somma 60.1	somma 61.3

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Aprile 1904

Latitudine. . 40 52' N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich.
Altitudine. . 149^{m} sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 + 9h	15h	21h	Medio diurno	Temperatura centigrada 9h	15h	21h	Min.	Mass.	Medio diurno	Umidità assoluta in mm. 9h	15h	21h	Medio diurno	Umidità relativa in cent. 9h	15h	21h	Medio diurno	Quantità delle nubi 9h	15h	21h	Vento Direzione 9h	15h	21h	Velocità oraria in chilom. 9h	15h	21h	Pioggia delle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
1	44.8	47.7	51.0	47.83	9.7	13.8	10.7	5.0	14.0	9.85	6.1	6.2	5.7	6.00	68	53	69	69.3	3	4	9	WNW	W	NE	4	2	0	—	1.5
2	53.3	52.4	53.1	52.93	12.4	14.9	12.1	8.6	15.3	12.10	7.1	8.4	8.1	7.87	66	67	78	70.3	0	6	4	NE	WSW	SW	1	8	1	—	1.9
3	55.4	54.2	56.5	55.37	12.3	14.5	10.1	8.9	15.2	11.62	4.4	4.2	4.1	4.23	41	35	45	40.3	3	0	0	E	NE	E	3	4	0	4.0	4.2
4	56.1	54.2	53.3	54.53	11.9	13.8	11.3	7.2	14.9	11.33	4.8	7.4	7.8	6.67	46	62	78	62.0	0	6	2	SE	WSW	SW	0	8	0	—	5.1
5	49.9	47.6	49.7	49.07	12.2	13.0	8.9	8.5	14.5	11.02	8.9	8.5	5.8	7.73	86	76	67	76.3	10	10	2	NE	N	NE	7	2	8	3.2	2.4
6	51.8	51.3	51.8	51.63	13.4	15.8	11.6	8.7	15.9	12.40	6.7	6.6	8.2	7.17	59	59	80	63.0	0	3	0	NE	NE	W	2	1	9	—	2.8
7	50.7	49.4	48.5	49.53	12.9	14.0	12.3	9.7	14.8	12.43	8.8	8.5	8.1	8.47	89	71	77	76.0	6	4	9	SE	SW	E	0	8	0	—	2.7
8	46.4	46.1	47.8	46.77	13.3	14.3	12.3	10.2	15.5	12.82	7.9	9.3	9.1	8.77	70	77	87	78.0	8	10	0	NE	WNW	WNW	1	4	0	—	2.2
9	50.8	51.4	52.7	51.63	14.7	17.3	13.4	10.8	17.9	14.20	4.8	7.0	8.5	6.77	39	48	75	54.0	0	0	0	NE	WSW	W	0	10	8	—	2.2
10	53.1	51.4	51.5	52.00	13.2	16.6	13.4	10.1	16.7	13.35	10.0	9.7	9.5	9.73	89	69	83	80.3	10	0	8	SE	SW	SW	0	4	1	—	2.2
11	51.3	50.1	50.7	50.70	13.4	16.3	13.3	12.4	17.1	14.05	9.7	8.9	8.6	9.06	86	64	76	75.3	10	10	0	N	WSW	W	0	4	0	—	1.6
12	50.8	50.5	51.1	50.80	16.5	18.8	14.0	11.4	19.0	15.23	9.2	9.4	9.4	9.34	62	58	79	66.3	3	1	0	E	SW	NW	0	5	0	—	1.7
13	52.5	52.6	53.0	52.70	17.6	20.6	16.0	12.0	20.7	16.57	9.9	8.7	8.8	9.13	66	48	64	59.3	0	0	0	ENE	W	NE	0	3	0	—	2.4
14	52.8	51.2	51.7	51.90	19.9	25.1	19.7	15.0	25.8	20.10	7.9	8.1	8.0	8.00	46	35	47	42.7	0	0	0	NE	ESE	N	1	0	0	—	4.1
15	49.9	48.4	48.1	48.80	21.6	25.5	19.6	17.4	25.7	21.68	10.4	7.7	7.4	8.50	55	32	44	43.7	0	0	0	E	SE	SSE	0	2	0	—	4.8
16	47.8	47.2	47.2	47.40	22.6	25.4	20.5	18.3	26.0	21.85	12.1	5.8	5.7	7.87	60	25	32	39.0	6	3	0	N	SE	S	1	1	0	—	6.2
17	47.1	44.1	44.9	45.37	20.0	23.5	18.5	16.2	24.8	19.87	8.3	6.0	7.6	7.30	47	28	48	41.0	10	9	4	N	E	N	0	0	0	—	6.4
18	43.6	40.3	39.2	41.03	18.6	24.0	20.8	15.5	24.7	19.90	8.8	9.7	8.9	9.13	55	44	49	49.3	10	2	10	SW	NE	NE	16	2	6	—	5.3
19	41.9	42.6	44.6	43.03	19.1	20.1	16.5	14.7	20.9	17.80	10.8	11.5	10.3	10.87	65	66	73	68.0	6	1	4	SW	NW	SE	0	1	0	—	5.2
20	46.3	46.3	46.7	46.43	17.2	19.0	14.9	15.3	20.0	16.85	11.5	9.6	10.3	10.47	79	58	82	73.0	6	0	0	SW	SW	W	1	2	0	—	2.4
21	43.6	41.1	41.7	42.13	17.4	19.5	15.0	14.3	20.5	16.80	9.3	8.6	8.9	8.93	63	51	70	61.3	10	10	0	N	NE	NE	0	3	2	—	3.2
22	41.4	40.8	41.4	41.20	13.3	14.8	13.5	12.2	15.4	13.60	10.7	10.3	10.6	10.53	95	83	93	90.3	10	9	10	E	SW	SW	0	6	6	16.6	3.8
23	41.7	41.7	42.2	41.87	13.3	13.8	13.0	12.4	16.0	13.68	10.5	10.3	9.6	10.13	93	88	87	89.3	9	9	3	SW	S	SW	1	0	0	21.2	0.9
24	43.8	43.7	45.0	44.17	16.2	15.0	13.3	10.9	18.1	14.62	11.1	10.5	10.1	10.57	81	83	89	84.3	5	10	0	N	NE	N	0	0	0	6.6	0.6
25	46.6	46.2	46.8	46.53	16.1	18.5	14.5	11.8	19.4	15.45	10.3	10.7	10.1	10.37	76	68	83	75.7	3	2	3	NW	SW	W	0	1	0	—	0.9
26	44.4	42.1	39.5	42.00	16.2	19.5	20.0	12.2	20.8	17.30	9.4	10.8	7.3	9.17	68	64	42	58.0	9	9	10	N	NE	E	0	0	1	—	1.7
27	37.4	36.5	38.6	37.50	17.9	21.6	16.9	15.9	22.2	18.22	9.3	9.5	11.5	10.10	61	59	81	61.0	10	3	10	NE	SSW	W	1	0	0	—	4.1
28	40.3	40.7	43.0	41.33	16.6	13.6	12.8	12.4	17.1	14.73	12.0	10.8	8.7	10.50	85	94	80	86.3	10	10	10	NW	WNW	NE	0	0	0	29.8	2.1
29	46.8	46.8	48.1	47.23	15.3	18.3	14.2	12.1	18.5	15.02	7.4	8.6	6.0	7.33	58	55	50	54.3	0	0	0	ENE	ENE	E	0	0	0	0.3	1.4
30	48.8	48.1	49.9	48.93	16.8	19.6	15.3	13.7	19.8	16.40	7.0	6.6	6.3	6.63	50	39	49	46.0	0	0	0	E	E	E	0	0	0	—	2.8
Medi mens	47.70	46.89	47.64	47.41	15.72	18.02	14.61	12.13	18.91	15.34	8.84	8.60	8.30	8.58	66.5	58.0	68.3	64.3	5.2	4.4	3.3							somma 81.7	somma 88.8

CATALOGO

DELLE PUBBLICAZIONI PERVENUTE ALL'ACCADEMIA

dal 21 Febbraio al 16 Aprile 1904

PUBBLICAZIONI ITALIANE

Catania — *Accademia Gioenia di scienze naturali*—Atti, serie IV, vol. XVI—1903.

Società degli spettroscopisti italiani—Memorie, vol. XXXIII, disp. 1ª-2ª—1904.

Firenze — *Rivista scientifico-industriale* — Anno XXXVI, n. 3-5 — 1904.

Biblioteca nazionale centrale — Bollettino delle pubblicazioni italiane, n. 38-39; Indice alfabetico delle opere, B-F — 1904.

R. Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento — Pubblicazioni; Ricerche pel ricambio materiale nella tifoide — 1903.

Genova — *Rivista ligure di scienze, lettere ed arti* — Anno XXVI, fasc. I — 1904.

Società ligustica di scienze naturali e geografiche — Atti, vol. XIV, n. 4; vol. XV, n. 1 — 1904.

R. Università — Atti, vol. XVII, IV Centenario Colombiano — 1902.

Iesi — *Giornale di agricoltura* — Anno LXV, n. 2-3 — 1904.

Livorno — *Periodico di matematica* — Supplemento, anno VII, fasc. IV — 1904.

Milano — *Reale Istituto lombardo di scienze e lettere* —Rendiconti, serie II, vol. XXXVII, fasc. III-VI — 1904.

Istituto botanico dell'Università di Pavia—Atti, 2ª serie, vol. VIII—1904.

Società italiana di scienze naturali e del Museo civico di storia naturale — Atti, vol. XLIII, fasc. 1 — 1904.

Modena — *Le stazioni sperimentali agrarie italiane* — Vol. XXXVI, fasc. X-XII; vol. XXXVII, fasc. I — 1904.

Napoli — *Collegio degli ingegneri e architetti*—Bollettino, anno XXII, n. 3-5—1904.

Società di naturalisti — Bollettino, serie I, vol. XVII — 1903.

Casa di salute Fleurent — Bollettino, anno XXI, fasc. I — 1904.

Museo zoologico — Annuario, vol. I, n. 1-20 — 1904.

Annali di nevrologia — Anno XXI, fasc. V-VI — 1904.

Palermo — *Circolo matematico* — Rendiconti, tomo XVIII, fasc. I-III — 1904.

Pavia — *Rivista di fisica, matematica e scienze naturali* — Anno 5, n. 50 e 51 — 1904.

Roma — *Società degli ingegneri e degli architetti italiani* — Bollettino, anno XII, n. 1-15 — 1904.

L'Elettricista — Anno XIII, s. II, vol. III, n. 5-7 — 1904.

Roma — *R. Accademia dei Lincei* — Rendiconti, vol. XIII, fasc. 3-6; Annuario 1904.

Giornale medico del r. Esercito — Anno LII, fasc. II-III — 1904.

Associazione elettrotecnica italiana — Atti, vol. VII, fasc. 1 — 1904.

Rivista di Artiglieria e Genio — Annata XXI, vol. I — 1904.

Siena — *R. Accademia dei Fisiocritici*—Atti, serie IV, vol. XV, n. 7-10—1904.

Torino — *La rivista tecnica delle scienze, delle arti applicate all' industria e dell' insegnamento industriale* — Anno IV, fasc. 2 — 1904.

Associazione « Mathesis » — Bollettino, anno VIII, n. 4 — 1904.

Società degli ingegneri e degli architetti — Atti, anno 1903, fasc. 6—1904.

R. Accademia delle scienze — Atti, vol. XXXIX, disp. 1-7 — 1904.

Venezia — *Osservatorio meteorologico del Seminario Patriarcale* — Bollettino mensile, Febbraio 1904.

Reale Istituto veneto di scienze, lettere ed arti — Atti, tomo LXIII, disp. 2ª-4ª; Memorie, vol. XXVII, n. 1 — 1904.

PUBBLICAZIONI STRANIERE

Berlin — *Botanisch. Verein der Provinz Brandenburg* — Verhandlungen, XLV Jahrg. — 1904.

K. Preussisch. Meteorologisch. Institut — Abhandlungen, Bd. II, n. 3-4; Veröffentlichungen, Ergebnisse der Wolkenbeobachtungen in Potsdam und an einigen Hülfstationen in Deutschland in den Jahren 1896 und 1897 — 1903.

Bonn — *Naturhistorisch. Verein* — Verhandlungen Jahrg. 60, Hälfte 2 — 1903.

Niederrheinisch. Gesellschaft für Natur- und Heilkunde — Sitzungsberichte, Hälfte 2 — 1903.

Boston — *American Academy of arts and sciences* —Proceedings, v. XXXIX, n. 1-9 — 1903.

Boulder — *University of Colorado* — Studies, vol. I, n. 4 — 1904.

Bruxelles — *Academie royale* — Bulletin de la Classe des sciences 1903, n. 6-10; Mémoires couronnés et autres mémoires, tome LXIII, fasc. 6-7; Mémoires couronnés et Mémoires des savants étrangers, tome LXI-LXII, fasc. 3 — 1903.

Société belge de Géologie — Bulletin, tome XVII, fasc. III-IV — 1903.

Bucuresci — *Institutul meteorologic* — Analele, Tomul XVI, anul 1900; Index des pubblications (1885-1903) — 1903.

Budapest — *K. Ung. Geologisch. Anstalt* — Erläuterungen, Karte — 1903.

Calcutta — *Geological Survey of India* — Memoirs, Palaeontologia Indica, ser. IX, vol. III, part. II, n. 1; Memoirs, vol. XXXIII, part. 3; vol. XXXIV, part. 3; vol. XXXV, part. 2; General report 1902-1903; Contents and index of vol. XXI-XXX, 1887 to 1897 — 1904.

Cape Town — *South African Philosophical Society* — Transactions, vol. XIV, part. I-V — 1904.

Chicago U. S. A.—*Field Columbian Museum*—Publications n. 73-74, 76—1904.

Buffalo Society of Natural Sciences — Bulletin, vol. VIII, n. 1-3 — 1904.

Cincinnati — *Lloyd Library* — Bulletin, n. 6 — 1903.

Mycological notes — N. 10-14 — 1904.

Dublin — *Royal Dublin Society* — Scientific proceedings, vol. X (n. s.) part. 1; Economic proceedings, vol. I, part. 4; Scientific Transactions, vol. VIII, part. II-V — 1903.

Royal Irish Academy — Vol. XXXII, section A, part. X — 1904.

Genève — *Société de physique et d'histoire naturelle*—Mémoires, vol. 34, fasc. 4 — 1904.

Granville (Ohio) — *Scientific laboratories of Denison University* — Bulletin, vol. XII, art. V-VII — 1903.

Haarlem — *Archives du Musée Teyler* — Vol. VIII, série II, part. IV — 1903.

Heidelberg — *Naturhistorisch-medizinisch. Verein* — Verhandlungen; Band VII, Heft 3-4 — 1904.

Kiew — *Universitetschia Isvestia* (Notizie universitarie) — Vol. XLIII, n. 12; vol. XLIV, n. 1 — 1904.

Kobenhavn — *Nyt Tidsskrift for Matematik* — A. Aarg. 15, n. 1; B. Aarg. 15, n. 1 — 1904.

Académie royale des sciences et des lettres—Bulletin 1903, n. 6; 1094, n.1.

La Haye — *Société Hollandaise des sciences à Harlem*—Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles, tome IX, 1 et 2 livr. — 1904.

Lancaster — *Academy of Sciences* — Annals, vol. XIV, part. III; vol. XV, part. I — 1903.

Leipzig — *Archiv der Mathematik und Physik* — Band 7, Heft 3 — 1904.

Fürstlich Jablonowskisch. Gesellschaft — Jahresbericht, März 1904.

Lisboa — *Commissao do serviço geologico* — Communicaçoes, tom. V, fasc. I — 1903.

London — *Royal Society*—Proceedings, vol. LXXIII, n. 489 et 491; Philosophical transactions, series A, vol. 203, n. 361-363; series B, n. 225-226, vol. 196, title, contents, index etc. 1904.

Royal astronomical Society — Montly notices, vol. LXIV, n. 3-4 — 1904.

Nature — Vol. 69, n. 1790-1797 — 1904.

Mathematical Society—Proceedings, series 2, vol. I, p. 5 — 1904.

The Linnean Society — Journal, Zoology, vol. XXIX, n. 189; Botany, vol. XXXVI, n. 253 — 1904.

The Mining Journal — Vol. LXXV, n. 3576 — 1904.

Lyon — *Académie des sciences, belles-lettres et arts* — Mémoires, tome VII — 1903.

Société d'agriculture sciences et industrie — Annales, tome IX-X, (1901-1902).

Madrid — *Real Academia de Ciencias exactas fisicas y naturales* — Anuario, 1904.

Manchester—*Geological and Mining Society*—Transactions, vol. XXVIII, part. X-XII — 1904.

Mexico — *Sociedad cientifica «Antonio Alzate»* — Memorias y revista, tomo XIX, n. 2-4 — 1902.

Instituto Geológico — Parergones, tomo I, n. 1 — 1903.

Secretaria de Fomento, Colonizacion e Industria — Anuario estadistico 1902; Importacion y exportación 1902 — 1903.

Observatorio meteorológico magnético central — Boletin mensual, Mes de Abril 1902.

Mexico — *Observatorio astronómico nacional de Tacubaya* — Informes a la Secretaria de Fomento, 1° de Enero de 1902 à 30 de Junio de 1903.

Montpellier — *Académie des sciences et lettres* — Mémoires de la section des sciences, tome III, n. 3 — 1903.

Moscou — *Société impériale des naturalistes* — Bulletin, n. 4 — 1903.

München — *K. B Akademie der Wissenschaften* — Sitzungsberichte der mathematisch-physikalisch-Klasse, Heft IV-V — 1903.

Paris — *Académie des sciences* — Comptes rendus ebdomadaires des séances, tome CXXXVIII, n. 7-14; Oevres complètes d'Augustin Cauchy, II série, tome V — 1903.

Journal de l'anatomie et de la physiologie normales et pathologiques de l'homme et des animaux — XL année, n. 2 — 1904.

Société d'encouragement pour l'industrie nationale — Compte rendu, n. 4-7; Bulletin, tome 106, n. 2-3; Supplement au n. 3. — 1904.

Société mathématique — Bulletin, tome XXXI, fasc. IV — 1904.

Société d'anthropologie — Bulletins et Mémoires, V série, tome IV, fasc. 1-3 — 1903.

Bibliothéque de l'École des hautes études — Bulletin des sciences mathématiques, tome XXVII, tables des matières et noms d'auteurs; tome XXVIII, Janvier, Février — 1904.

École polytechnique — Journal, II série, VIII Cahier — 1904.

Ecole normale supérieure — Annales scientifiques, tom. XXI, n. 2-3 — 1904.

Journal de mathématiques pures et appliquées — Tome X, fasc. 1 — 1904.

Archives de neurologie — Vol. XVII, n. 99-100 — 1904.

Société zoologique — Bulletin, tome XXIX, n. 2-3 — 1904.

Philadelphia — *American Philosophical Society* — Proceedings, vol. XLII, n. 173 — 1903.

Academy of natural sciences — Proceedings, vol. LV, part. II — 1903.

Wagner Free Institute of science — Transactions, vol. III, part. VI — 1903.

Rennes — *Société Scientifique et Médicale de l'Ouest* — Bulletin, tome XII, n. 2 — 1903.

S. Francisco — *Californian Academy of Science* — Proceedings, Botany, vol. II, n. 10; Zoology, vol. III, n. 5-6; Geology, vol. II, n. 1; Math.-Phys., vol. I, n. 8 — 1903.

St.-Pétersbourg — *Comité géologique* — Mémoires, vol. XV, n. IV; vol. XVII, n. 1-2; vol. XVIII, n. 3; vol. XIX, n. 1; vol. XX, n. 2; Bulletins, vol. XX, n. 7-10; vol. XX, n. 1-4 — 1902.

Sydney — *Australian Museum* — Annual report, n. 1; Records, vol. V, n. 2-3 — 1904.

Geological Survey of New South Wales — Memoirs, Paleontology, n. 11, Plates — 1903.

Tokio — *K. Japanisch. Universität* — Journal of the College of science, vol. XVIII, art. 5-6; vol. XIX, art. 2, 11-13 — 1904.

Toulouse — *Faculté des sciences de l'Université* — Annales, tome V, 1903.

Washington — *U. S. Geological Survey* — Monographs XLIV-XLV; Atlas monograf XLV; Annual Report 1900-1901, part. I-II; 1901-1902; Water-Supply and irrigation papers, n 65-79; Bulletin, n. 209-217 — 1903.

Washington — *Smithsonian Institution* — Annual report 1901 — 1902.
Smithsonian contributions to Knowledge — Vol. XXIX, n. 1413 — 1903.

Wien — *K. k. Geologisch. Reichsanstalt*—Verhandlungen, 1903, n. 16-18; 1904, 1, 3-4; Abhandlungen, Band XVII, Heft 6; Jahrbuch, Band LIII, Heft 2—1904.

Zaragoza — *Revista trimestral de mathemáticas* — Año IV, n. 13 — 1903.

OPERE PRIVATE

Briosi Giovanni, *Intorno alla ruggine bianca dei limoni (Citrus limonum Russo)* — Milano 1904.

Celoria Giovanni, *Sull'epistolario di Alessandro Volta esistente presso il r. Istituto Lombardo* — Milano 1904.

Pinto Luigi, *Elettricità e magnetismo* —Lezioni dettate nella R. Università nell'anno scolastico 1903-1904, parte II, Napoli 1904.

Torroja y Caballé Eduardo, *Teoria geometrica de las lineas alabeadas y de las superficies de sarrollables* — Madrid 1904.

Fascicolo 5° a 7° ANNO XLIII. Maggio a Luglio 1904.

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell'adunanza del dì 16 Aprile 1904.
Presiede il presidente **G. Paladino.**

Sono presenti i soci ordinari Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo (segretario), Delpino, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci, Villari ed il corrispondente de Lorenzo.

Il segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato, e presenta i libri giunti in cambio e in dono fra cui *Elettricità e magnetismo*, p. II, del socio Pinto.

Il socio Cesàro, anche a nome dei colleghi Fergola e Capelli, legge il rapporto sulla Nota del dott. B. Calò, presentata nella tornata precedente, proponendone l'inserzione nei Rendiconti. L'Accademia approva le conclusioni all' unanimità.

Il socio de Lorenzo, a nome anche dei colleghi Bassani e Scacchi, legge la relazione sulla Memoriaa del dott. C. Riva concludendo per l' inserzione negli Atti. Le conclusioni della Commissione sono approvate all' unanimità dall' Accademia.

Processo verbale dell'adunanza del dì 7 Maggio 1904.
Presiede il presidente **G. Paladino.**

Sono presenti i soci ordinari Bassani, Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo (segretario), Delpino, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto, Villari e i corrispondenti E. Semmola e G. de Lorenzo.

*

Il segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato, e presenta i libri giunti in cambio e in dono.

Il socio corrispondente de Lorenzo fa dono all'Accademia di due suoi libri, uno col titolo: *Geologia e Geografia fisica dell' Italia meridionale*, e l'altro: *India e Buddhismo antico*. Il presidente a nome dell' Accademia ringrazia il socio Autore.

Il socio del Pezzo presenta una Nota del dott. Gallucci, dal titolo: « *Costruzione di una nuova classe di configurazioni nel piano e nello spazio* ». Il presidente delega i soci Capelli, del Pezzo e Montesano a prenderla in esame e farne il rapporto nella prossima tornata.

Processo verbale dell' adunanza del dì 14 Maggio 1904.
Presiede il presidente **G. Paladino.**

Sono presenti i soci ordinari Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo (segretario), Delpino, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto, Villari.

Il segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato, e presenta i libri giunti in cambio e in dono.

Il socio del Pezzo, anche a nome dei colleghi Fergola e Montesano, legge il rapporto sulla Nota del dott. Gallucci presentata nell' ultima adunanza, le cui conclusioni favorevoli alla inserzione nei Rendiconti sono approvate all' unanimità dall'Accademia.

Processo verbale dell' adunanza del dì 11 Giugno 1904.
Presiede il presidente **G. Paladino.**

Sono presenti i soci ordinari Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo (segretario), Delpino, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci e il corrispondente Semmola.

Il segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato, e presenta i libri giunti in cambio e in dono.

Il socio Oglialoro propone di inviare al prof. Bassani le condoglianze per la perdita della madre e chiedere notizie della sua salute. L' accademia approva all' unanimità e prega il presidente di rendersi interprete dei suoi sentimenti, recandosi di persona dal prof. Bassani. Lo prega anche di visitare il prof. Villari e chiedere notizie della sua salute.

Il prof. Paladino presenta una Memoria del prof. Capobianco, col titolo: « *Dell' azione di alcuni estratti organici sul lavoro muscolare* » e designa a riferirne insieme con lui i soci Oglialoro e della Valle.

Processo verbale dell'adunanza del dì 18 Giugno 1904.
Presiede il presidente **G. Paladino.**

Sono presenti i soci ordinari Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo (segretario), Delpino, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci e il corrispondente Scacchi.

Il segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato, e presenta i libri giunti in cambio e in dono.

Indi legge una lettera della Società bibliografica italiana con sede a Milano, con la quale si richiedono i cataloghi delle pubblicazioni della R. Accademia per concorrere alla ricostruzione della raccolta bibliografica italiana e straniera della Biblioteca di Torino. L'Accademia delibera di spedire il Catalogo generale non appena sarà finito di pubblicare.

L'Accademia delibera di stampare nel Rendiconto l'avviso di concorso a due premi di lire cinquemila ciascuno di fondazione Pezzini-Cavalletto della Società d'*Incoraggiamento* in Padova.

Il presidente riferisce d'essersi recato dai soci Bassani e Villari per adempiere l'incarico ricevuto dall'Accademia nell'ultima adunanza. Può dare confortanti notizie della loro salute che migliora rapidamente, e porta all'Accademia i ringraziamenti del prof. Bassani per le condoglianze in occasione della perdita della madre. Indi comunica che appena ha ricevuto la notizia della morte del socio Nicolucci fece un telegramma di condoglianza alla famiglia, ed un'altro al *Sindaco* dell'*Isola Liri* per rappresentare l'Accademia ai funerali; indi lo stesso presidente commemora il socio defunto e toglie la seduta in segno di lutto.

Processo verbale dell'adunanza straordinaria del dì 25 Giugno 1904.
Presiede il presidente **G. Paladino.**

Sono presenti i soci ordinari Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo (segretario), Delpino, Fergola, Oglialoro, Paladino e Siacci.

Il segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato, e presenta i libri giunti in cambio e in dono.

Il socio Delpino presenta un opuscolo del prof. A. de Gasparis, col titolo: « *Il Sahara e le condizioni biologiche della flora* » che dona all'Accademia. Il presidente ringrazia.

Il segretario legge due lettere di condoglianza per la morte del socio G. Nicolucci, una dell'Istituto Superiore di Firenze e l'altra del R. Istituto Veneto ed una terza del Sindaco dell'Isola Liri di ringraziamento.

Il presidente, anche a nome dei colleghi Oglialoro e della Valle, legge il rapporto sulla Memoria del prof. Capobianco, concludendo favorevolmente alla pubblicazione negli Atti. L'Accademia approva all'unanimità.

Il socio Delpino presenta una Memoria del prof. A. de Gasparis, dal titolo: « *Considerazioni intorno al tessuto assimilatore di alcune specie del genere Portulaca.* Il presidente nomina la Commissione che deve esaminarla e riferire nelle persone dei soci Delpino, Bassani e Comes.

Si procede alla nomina di un socio corrispondente nazionale nella Sezione delle scienze Matematiche. In conformità alla proposta della Sezione stessa risulta eletto a voti unanimi il prof. Alfonso del Re.

Processo verbale dell'adunanza del dì 2 Luglio 1904.
Presiede il presidente **G. Paladino.**

Sono presenti i soci ordinari Bassani, Cesàro, della Valle, del Pezzo (segretario), Delpino, Fergola, Oglialoro, Paladino, Siacci e il socio ordinario non residente Gabriele Torelli e i corrispondenti Dino, Piutti e de Lorenzo.

Il segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato, e presenta i libri giunti in cambio e in dono.

Indi legge una lettera del R. Istituto Lombardo di condoglianza per la morte del socio G. Nicolucci.

Il socio Delpino, anche a nome dei colleghi Bassani e Comes, legge la relazione sulla Memoria del dottor A. De Gasparis, le cui conclusioni per l'inserzione negli Atti sono approvate all'unanimità.

Il socio corrispondente de Lorenzo presenta una Nota: « *L'attività vulcanica dei campi flegrei* » e l'Accademia ne approva all'unanimità la inserzione nel Rendiconto.

Il socio Piutti presenta una Nota del dott. Ezio Comanducci, dal titolo: « *Sopra una reazione dell'acido formico* » il presidente incarica i soci Oglialoro, Piutti e Scacchi di esaminarla e riferirne. A proposta del collega G. Torelli, l'Accademia delibera di inviare al Circolo Matematico di Palermo anche gli Atti della Reale Accademia a cominciare dall'ultima serie.

SOCIETÀ D'INCORAGGIAMENTO IN PADOVA

AVVISO DI CONCORSO

A DUE PREMI DI LIRE CINQUEMILA CIASCUNO DI FONDAZIONE PEZZINI-CAVALLETTO

È aperto il concorso:

a) a premio di lire **cinquemila** per una memoria inedita sul riproposto tema:

Considerare con uno studio completo teorico pratico quali sieno allo stato attuale i risultati dell' impiego dell'energia elettrica alla trazione ferroviaria e congeneri nei diversi paesi, indicando dal punto di vista tecnico ed economico il modo migliore per giungere ad utilizzare a questo scopo le forze idrauliche inoperose esistenti in Italia.

b) ad altro premio di lire **cinquemila** per una memoria inedita sul nuovo tema:

Scoprire un nuovo e pratico mezzo mercè il quale si possa formulare con sicurezza la diagnosi precoce di pellagra, anche in colui che non presenta ancora le note stimmate cliniche della malattia.

Al concorso non possono partecipare che italiani.

Esso rimane aperto a tutto 30 Giugno 1906.

RELAZIONE *sulla Nota del dott.* G. Gallucci.

(Adunanza del dì 14 Maggio 1904)

La Nota del dott. Gallucci ha per argomento lo studio della configurazione costituita dagli $\binom{n}{2}$ punti di incontro degli spigoli omologhi di due ennagoni gobbi prospettivi e dagli $\binom{n}{2}$ punti di cui ognuno è la sezione delle rette che uniscono i punti non omologhi di due coppie di vertici corrispondenti dei due ennagoni.

I risultati ottenuti costituiscono un buon contributo alla teoria delle configurazioni spaziali, onde i sottoscritti propongono che la Nota del dott. Gallucci sia inserita nei *Rendiconti*.

E. FERGOLA
P. DEL PEZZO
D. MONTESANO, *relatore*.

COSTRUZIONE DI UNA NUOVA CLASSE DI CONFIGURAZIONI NEL PIANO E NELLO SPAZIO; *Nota del dott.* **Generoso Gallucci.**

(Adunanza del dì 7 Maggio 1904)

L'insieme delle conoscenze che attualmente si hanno sulle configurazioni sono ben lungi dal costituire una teoria generale; la difficoltà grandissima dei problemi che in questa si presentano, spiegano il perchè della grande lentezza con cui progredisce questo campo di studii. Per ora l'unico problema generale di cui si sia data la risoluzione è quello di determinare tutte le possibili configurazioni piane μ_3 *); in quanto al resto, non si hanno che degli studii più o meno profondi su configurazioni speciali o su classi di configurazioni speciali. Di queste le più notevoli sono: 1° le configurazioni poliedrali **; 2° le configurazioni di Jung ***); 3° le configurazioai di Caporali ****); 4° le configurazioni di Martinetti *****).

Stando così le cose, non sarà del tutto privo di interesse lo studio dl una nuova classe di configurazioni, essenzialmente distinta dalle precedenti. Si tratta delle configurazioni che si ottengono da due n^{goni} prospettivi quando si considerano i punti d'incontro delle coppie di spigoli corrispondenti (configurazione di omologia) ed i punti d'incontro delle rette che congiungono in croce due coppie di punti corrispondenti, (e che chiamerò *punti di Veronese* dell'omologia ******). Queste configurazioni, per una loro proprietà fondamentale si potrebbero denominare *iperarmoniche.*

§ 1.

Teorema sui tetraedri prospettivi.

1) Siano $A_1^{(1)} A_2^{(1)} A_3^{(1)} A_4^{(1)}$, $A_1^{(2)} A_2^{(2)} A_3^{(2)} A_4^{(2)}$ due tetraedri prospettivi. I punti $A_{ij}^{(1)} \equiv A_i^{(1)} A_j^{(1)} . A_i^{(1)} A_j^{(1)}$ d'incontro delle coppie di spigoli corrispondenti sono vertici di un quadrilatero completo i cui lati sono le rette

*) Martinelli, *Sulle configurazioni piane* μ_3 Annali di Mat., 2ª serie, vol. 15, 1886.

**) Cayley, *Sur quelques théorèmes de la géometrie de position.* Giorn. di Crelle, vol. 31 e 34. Cfr. pure De Vries, *Ueber polyedrale configurationen.* Math. Ann., vol. 34.

***) Jung, *Sull'equilibrio dei poligoni articolati, in connessione col problema delle configurazioni.* Annali di Mat., 2ª serie, vol. 12, 1883. Cfr. pure Kantor, *Ueber eine Gattung von Configurationen in der Ebene und im Raume.* Ac. di Vienna, 1879.

****) Caporali, *Memorie di Geometria.* 1889.

*****) Martinetti, *Sopra alcune configurazioni piane.*

******) Cfr. A., *I triangoli omologici nello studio del pentaedro.* Rend. Acc. Reale di Napoli, 1899.

$a^{(1)}_{ijk} = A^{(1)}_{ij} A^{(1)}_{jk} A^{(1)}_{ki}$ d'incontro delle facce corrispondenti (estensione del teorema sui triangoli omologici). Consideriamo inoltre i punti di Veronese dell'omologia, cioè i punti $A^{(2)}_{ij} \equiv A^{(1)}_{i} A^{(2)}_{j} . A^{(2)}_{i} A^{(1)}_{j}$; questi determinano quattro triangoli $A^{(2)}_{ij} A^{(2)}_{jk} A^{(2)}_{ki}$, che sono i triangoli di Veronese delle 4 coppie di facce corrispondenti dei tetraedri e perciò i loro piani $\alpha^{(1)}_{ijk}$ passano rispettivamente per le rette $a^{(1)}_{ijk}$. Una proprietà notevole dell'esagono gobbo che ha per vertici i 6 punti $A^{(2)}_{ij}$ è che: *le 3 diagonali passano per uno stesso punto.* Infatti il triangolo di Veronese $A^{(2)}_{12} A^{(2)}_{23} A^{(2)}_{31}$ e quello formato dagli altri 3 punti $A_{14} A_{24} A_{34}$ hanno le coppie di lati concorrenti nei punti $A^{(1)}_{12} A^{(1)}_{23} A^{(1)}_{31}$ della retta $a^{(1)}_{123}$ e perciò sono omologici; risulta così che le tre rette $A^{(2)}_{12} A^{(3)}_{34}$, $A^{(2)}_{23} A^{(2)}_{14}$, $A^{(2)}_{31} A^{(2)}_{24}$, cioè le 3 diagonali dell'esagono passano per un punto A_{1234}.

2) Da ciò che precede si deduce che i 6 punti $A^{(2)}_{ij}$ si possono considerare come i vertici di un ottaedro semplice, con 3 piani diagonali; le 8 facce sono: i 4 triangoli di Veronese $A^{(2)}_{ij} A^{(2)}_{ik} A^{(2)}_{ki}$ ed i 4 triangoli $A^{(2)}_{il} A^{(2)}_{jl} A^{(2)}_{kl}$; i piani diametrali sono le facce del triedro delle tre rette $A^{(2)}_{12} A^{(2)}_{34}$, $A^{(2)}_{23} A^{(2)}_{14}$, $A^{(2)}_{31} A^{(3)}_{24}$.

3) I due tetraedri: $A^{(1)}_{12} A^{(1)}_{34} A^{(2)}_{12} A^{(2)}_{34}$, $A^{(1)}_{13} A^{(1)}_{24} A^{(2)}_{13} A^{(2)}_{24}$ sono omologici in 4 modi, con i 4 centri di omologia in $A^{(1)}_{23}$, $A^{(1)}_{14}$, $A^{(2)}_{23}$, $A^{(2)}_{14}$, quindi i 12 punti $A^{(m)}_{ij} \begin{pmatrix} m = 1, 2 \\ i, j = 1, 2, 3, 4 \end{pmatrix}$ formano una configurazione armonica. La terna dei tetraedri coniugati è formata dal tetraedro di Veronese, dal tetraedro che ha per facce le altre 4 facce dell'ottaedro considerato nel numero prec. e dal tetraedro che ha per facce i tre piani diagonali ed il piano d'omologia.

4) Le 3 rette $a^{(2)}_{123} \equiv A^{(2)}_{12} A^{(2)}_{23} A^{(1)}_{13}$, $a^{(2)}_{134} \equiv A^{(2)}_{13} A^{(2)}_{34} A^{(1)}_{14}$, $a^{(2)}_{142} \equiv A^{(2)}_{14} A^{(2)}_{42} A^{(1)}_{12}$ si appoggiano alle tre rette: $a^{(2)}_{132} \equiv A^{(2)}_{13} A^{(2)}_{32} A^{(1)}_{12}$, $a^{(2)}_{143} \equiv A^{(2)}_{14} A^{(2)}_{43} A^{(1)}_{13}$, $a^{(2)}_{124} \equiv A^{(2)}_{12} A^{(2)}_{24} A^{(1)}_{14}$ nei 6 punti $A^{(2)}_{ij}$, quindi appartengono ai due sistemi rigati di una stessa quadrica $Q_{1,234}$. Analogamente si troveranno altre tre quadriche $Q_{2,135}$, $Q_{3,124}$, $Q_{4,123}$.

5) Rimanendo insieme i risultati precedenti abbiamo che: *Se due tetraedri sono omologici, i 6 punti di Veronese dell'omologia sono i vertici di un ottaedro semplice le cui diagonali passano per un punto; i 12 spigoli di quest'ottaedro stanno a 6 a 6 su 4 quadriche. Gli stessi 6 punti insieme ai punti d'incontro degli spigoli corrispondenti dei te-*

traedri formano una configurazione armonica; la configurazione coniugata ha per piani le 8 facce dell'ottaedro, i suoi 3 piani diagonali ed il piano d'omologia.

§ 2.

Proprietà dei pentagoni prospettivi.

6) Nella figura di due pentagoni prospettivi $A_1^{(1)} A_2^{(1)} A_3^{(1)} A_4^{(1)} A_5^{(1)}$, $A_1^{(2)} A_2^{(2)} A_3^{(2)} A_4^{(2)} A_5^{(2)}$ si possono considerare 5 coppie di tetraedri prospettivi, quindi il decagono dei punti di Veronese $A_{ij}^{(2)} (i, j = 1, 2, 3, 4, 5)$ si può studiare tenendo presenti i risultati già ottenuti. Si dovranno avere 5 terne di diagonali passanti rispettivamente per 5 punti A_{ijkl}. I 10 punti $A_{ij}^{(2)}$ ed i 5 punti A_{ijkl} formano una notevole configurazione; essi stanno a 3 a 3 su 15 rette le quali a 3 a 3 passano per i 15 punti. Considerando poi le 5 terne di *piani diagonali* si hanno 15 piani i quali a 3 a 3 passano per le 15 rette e queste a 3 a 3 giacciono nei 15 piani. In tal modo si ottiene la configurazione di 15 rette di una superficie cubica, già studiata dal Cremona *). Se i due pentagoni sono piani si ottiene una costruzione semplicissima della configurazione 15_3 di rette e punti, studiata dal Martinetti da un altro punto di vista **).

7) Le 30 rette $a_{ijk}^{(2)}$ stanno a 6 a 6 su 20 quadriche le quali a 4 a 4 passano per le 30 rette (N.° 4).

8) Con i 20 punti $A_{ij}^{(m)} \begin{pmatrix} m = 1, 2 \\ i, j = 1, 2, 3, 4, 5 \end{pmatrix}$ si possono formare 5 terne di tetraedri desmici (5 configurazioni armoniche); le terne coniugate hanno per facce i 15 piani della Cfr. 15_3 di rette e piani, ed i 5 piani di omologia delle 5 coppie di tetraedri che si possono formare con i due pentagoni (N.° 3).

§ 3.

Configurazione iperarmonica generale.

9) Siano $A_1^{(1)} A_2^{(1)} \ldots A_n^{(1)}$, $A_1^{(2)} A_2^{(2)} \ldots A_n^{(2)}$ due n^{goni} prospettivi, $A_{ij}^{(1)}$ gli $\binom{n}{2}$ punti d'incontro delle coppie di lati corrispondenti ***), $A_{ij}^{(2)}$ gli $\binom{n}{2}$ punti di Veronese dell'omologia. Chiameremo configurazione *iper-*

---

*) Cremona, *Teoremi stereometrici dai quali si deducono le proprietà dell'esagrammo di Pascal*. Lincei, Atti, 3ª serie, vol. I, 1887.

**) Martinetti, *Sopra alcune configurazioni piane.* Annali di Mat., 2ª serie, vol. 14.

***) I punti $A_{ij}^{(1)}$ formano una C_{n4} di Caporali poichè stanno a 3 a 3 su $\binom{n}{3}$ rette le quali a 4 a 4 stanno su $\binom{n}{4}$ piani.

armonica ed indicheremo con ω_n la configurazione degli $n(n-1)$ punti $A_{ij}^{(m)}\begin{pmatrix} m=1,2 \\ i,j=1,2,\ldots,n \end{pmatrix}$.

10) Con i punti $A_{ij}^{(m)}$ si possono formare le seguenti rette:

1.° $a_{ikl}^{(1)} \equiv A_{ik}^{(1)} A_{kl}^{(1)} A_{il}^{(1)}$ in numero di $\binom{n}{3}$ $(a_{ikl}^{(1)} = a_{ilk}^{(1)} = a_{lki}^{(1)})$;

2.° $a_{ikl}^{(2)} \equiv A_{ik}^{(2)} A_{kl}^{(2)} A_{il}^{(1)}$ in numero di $3\binom{n}{3}$ (le 3 rette $a_{ikl}^{(2)}, a_{ilk}^{(2)}$, $a_{kil}^{(2)}$ sono distinte);

ed i seguenti piani:

1.° $\alpha_{ijk}^{(1)} \equiv A_{ik}^{(2)} A_{kl}^{(2)} A_{il}^{(2)} \equiv a_{ikl}^{(1)} a_{ikl}^{(2)} a_{ilk}^{(2)} a_{kil}^{(2)}$ in numero di $\binom{n}{3}$ (piani dei triangoli di Veronese);

2.° $\alpha_{iklm}^{(1)} \equiv a_{ikl}^{(1)} a_{ikm}^{(1)} a_{ilm}^{(1)} a_{klm}^{(1)}$ in numero di $\binom{n}{4}$ (piani d'omologia);

3.° $\alpha_{iklm}^{(2)} \equiv a_{ikl}^{(2)} a_{ilm}^{(2)} a_{ikm}^{(2)} a_{klm}^{(2)}$ in numero di $(n-3)\binom{n}{3}$ perchè ad ogni piano $\alpha_{klm}^{(1)}$ si possono far corrispondere $n-3$ piani $\alpha_{iklm}^{(2)}$;

4.° $\alpha_{iklm}^{(3)} \equiv a_{ikm}^{(2)} a_{ilm}^{(2)} a_{kil}^{(2)} a_{kml}^{(2)}$ in numero di $3\binom{n}{4}$ (sono i *piani diagonali*).

Così si hanno $n(n-1)$ punti, $4\binom{n}{3}$ rette ed $\binom{n}{3}+\binom{n}{4}+(n-3)\binom{n}{3}+3\binom{n}{4}=(2n-5)\binom{n}{3}$ piani.

11) Dallo studio della distribuzione di questi punti, piani e rette risulta quanto segue:

a) Per ogni retta passano $2n-5$ piani e su ogni piano vi sono 4 rette, cioè la ω_n si può considerare come una Cfr. $\left\{\left[(2n-5)\binom{n}{3}\right]_{2n-5} \left[4\binom{n}{3}\right]_4\right\}$ di rette e piani.

b) Per ogni punto passano $2(n-2)$ rette e su ogni retta stanno 3 punti. (Cfr. $[n(n-1)]_3 \left[4\binom{n}{3}\right]_{2(n-3)}$ di punti e rette).

c) Gli $n(n-1)$ punti stanno a 6 a 6 nei $(2n-5)\binom{n}{3}$ piani i quali passano ad $(n-2)(2n-5)$ ad $(n-2)(2n-5)$ per i punti. (Cfr. $[n(n-1)]_6 \left[(2n-5)\binom{n}{3}\right]_{(n-2)(2n-5)}$).

Per $n=5,6,7,\ldots$ si hanno notevoli configurazioni.

12) Le configurazioni ω_n si possono studiare in modo completo partendo dalle due seguenti proprietà fondamentali:

Teorema I. *Gli* n(n — 1) *punti della configurazione iperarmonica*

formano $\binom{n}{4}$ *configurazioni armoniche; le configurazioni coniugate sono costituite dai* $(2n-5)\binom{n}{3}$ *piani della configurazione stessa.*

Ciò risulta immediatamente dai n.i 3 ed 8.

Teorema II. *La configurazione iperarmonica* ω_n *si può intendere formata da due* $(n-1)^{goni}$ *prospettivi e dalla corrispondente* ω_{n-1}.

Infatti considerando i due $(n-1)^{goni}$ $A^{(1)}_{12}A^{(1)}_{13}\ldots A^{(1)}_{1n}$, $A^{(2)}_{12}A^{(2)}_{13}\ldots A^{(2)}_{1n}$ si osserva che le coppie di lati corrispondenti si incontrano in punti che stanno a 3 a 3 in $\binom{n-1}{3}$ linee rette le quali a 4 a 4 stanno in $\binom{n-1}{4}$ piani e perciò sono prospettivi (Teorema reciproco del teorema sui tetraedri omologici generalizzato). Inoltre si vede che i punti restanti della configurazione formano la ω_{n-1} corrispondente ai due $(n-1)^{goni}$ prospettivi.

Tra le configurazioni notevoli che si possono ricavare dalle ω_n vi sono le due seguenti:

1.ª Le $3\binom{n}{3}$ rette a^2_{ijk} stanno a 6 a 6 su $4\binom{n}{4}$ quadriche le quali a $2(n-3)$ a $2(n-3)$ passano per le rette (Cfr. $\left[3\binom{n}{3}\right]_6\left[4\binom{n}{4}\right]_{2(n-3)}$ di rette e quadriche;

2.ª Le $3\binom{n}{4}$ *rette diagonali* stanno a 15 a 15 su $\binom{n}{5}$ superficie cubiche le quali ad $n-4$ ad $n-1$ passano per le rette (Cfr. $3\binom{n}{4}_{15}$ $\binom{n}{5}_{n-4}$ di rette e cubiche.

Rapporto *sulla Memoria del Prof.* F. Capobianco, *dal titolo: « Dell'azione di alcuni estratti organici sul lavoro muscolare. Ricerche sperimenti ».*

(Adunanza del dì 25 Giugno 1904)

L'Autore, dopo avere antecedentemente studiato l'azione degli estratti organici sui movimenti del cuore di rana, ha esteso le sue indagini al lavoro dei muscoli in generale cominciando dal gastrocnemio del *Bufo vulgaris.*

Gli estratti saggiati sono stato l'estratto tiroideo di Merk, la tireoidina (Notkin), l'estratto pituitario, il surrenale, il timico, il lienale, il testicolare, l'ovarico, il renale, il prostatico, l'estratto infine cerebrale.

Risulta dai suoi esperimenti che gli estratti organici, ad eccezione del testicolare, influenzano tutti il lavoro muscolare, e tale influenza o

è specifica sul muscolo o è l'espressione di un attossicamento generale dell'organismo, donde la necessità di distinguere in due categorie i detti estratti.

Il lavoro è ben condotto, è accompagnato da molte e belle grafie, ed a causa dell'importanza dei risultati la commissione è d'avviso che sia degno, chiarissimi socii, dei vostri suffragii, e vi propone perciò che venga pubblicato negli Atti della nostra Accademia.

A. Oglialoro
A. della Valle
G. Paladino, *relatore.*

Dell'azione di alcuni estratti organici sul lavoro muscolare; *Ricerche sperimentali pel Dott.* **Francesco Capobianco.**

(Adunanza del dì 11 Giugno 1904) — (Sunto dell'Autore)

Ho sperimentato l'azione di estratti d'organi sul lavoro muscolare nel *Bufo vulgaris.*

Ho raccolto tracciati ergografici del gastrocnemio, il cui tendine veniva attaccato alla leva di un miografo di Pflüger, sopportante un peso di 15 o 20 grammi, a seconda dei casi.

Le stimolazioni ritmiche furono di apertura di una corrente indotta della slitta Du Bois-Reymond con distanza tra le bobine pari a 9. Regolava la loro successione, ad intervalli di secondi, il movimento di un orologio a contatto, inserito nel circuito della pila Grenet. Sul cilindro girante un cronografo Jacquet registrava i minuti secondi.

La stimolazione fu direttamente applicata sul muscolo o avviata pel nervo, secondo le diverse serie di esperienze.

Con questo dispositivo ho raccolto gran numero di grafie muscolari in condizioni differenti di ore e di stagione, nonchè di peso degli animali, che non avevano subito alcuna influenza di estratti. Facevo lavorare il muscolo a periodi di 5′ con intervalli di riposo di $^1/_2$ ora tra i diversi ergogrammi, avendo acquistata la convinzione che tal tempo di riposo è bastevole a reintegrare la funzione del muscolo; in altri casi ho lasciato che le successive contrazioni continuassero sino al completo esaurimento del muscolo. Ho con prove molteplici cercato di stabilire e fissare alcuni caratteri generali del lavoro muscolare nel *Bufo,* che potessero servirmi come dati utilizzabili per le successive comparazioni sulla influenza dei varii estratti.

I quali mi furono tutti forniti dalla casa Merck di Darmstadt e furono precisamente: la tireoidina Notkin, l'estratto della glandola

tiroide, della pituitaria, l'estratto surrenale, il timico, lo splenico, il testicolare, l'ovarico, il renale, il prostatico, ed, infine, anche l'estratto secco di cervello.

Questi estratti iniettavo disciolti o sospesi in soluzione isotonica di cloruro sodico nella proporzione di 1:20 e nella dose di 2-5 cmc. secondo i casi.

L'iniezione veniva praticata nel sacco linfatico dorsale, dopo aver raccolto una grafia normale, nel caso di lavoro alternato con riposi, ovvero quando la linea di fatica era entrata nel suo periodo costante, se trattavasi di lavoro continuato sino all'esaurimento.

Dopo alcune osservazioni con estratti isolati ho poi tentato di mescolare in vitro, in proporzione variabile, estratti, che mi si erano palesati antagonisti per vederne gli effetti. Altre volte, ma sempre sistematicamente, alla iniezione di un estratto accompagnavo o facevo succedere con intervallo di tempo la iniezione dell'estratto antagonista.

Parmi bene aggiungere che, nel raccogliere la grafia normale, ho in ogni caso posto attenzione a che essa rispondesse in massima a quella grafia, che mi ero avvezzo a considerare come vera espressione di condizioni normali, poichè, come per tante altre funzioni, anche per questa del lavoro muscolare possono pure agire cause, che sfuggono all'apprezzamento, ed indurre modificazioni.

Senza, pertanto, dilungarmi oltre nella descrizione dei singoli risultati del mio lavoro, seguito in modo comparativo e sistematico, quale sinora non mi risulta sia stato praticato con il metodo ed i criteri da me osservati, poichè esso vedrà la luce per intero e corredato dei relativi tracciati negli Atti di questa R.ª Accademia, mi limito a riferire le conclusioni di ordine generale, alle quali sono pervenuto:

1°) Gli estratti organici da me adoperati fanno tutti sentire la loro influenza sul modo di comportarsi del lavoro muscolare nel *Bufo vulgaris*;

2°) Tale influenza o si rivela caratteristicamente sul muscolo ovvero è la espressione di un attossicamento dell'organismo; di qui una duplice categoria di estratti quanto alla loro azione;

3°) Appartengono decisamente a quelli che agiscono sui muscoli la tiroidina, l'estratto pituitario, il surrenale, il timico e, subordinatamente, lo estratto della glandola tiroide; appartengono alla serie dei tossici generali l'estratto ovarico, il renale, il prostatico, lo splenico;

4°) La tireoidina Notkin eccita la funzione muscolare, aumentando l'energia delle contrazioni in modo più efficace quando esso è affaticato; sul muscolo fresco agisce aumentandone la eccitabilità ma a danno di un rendimento utile; la sua azione è più pronunziata anche in dose minima, quando sia preceduta altra iniezione; ha azione duratura; non riesce tossica;

5°) A differenza della tireoidina, l'estratto della glandola tiroide produce indebolimento e facile stanchezza degli apparecchi neuromuscolari in gioco nella contrazione;

6°) L'estratto pituitario, eccita anch'esso le contrazioni muscolari; la sua azione è caratteristica per la comparsa di peculiari periodi, più o meno frequenti, quali non s'incontrano con altri estratti;

7°) L'estratto surrenale imprime al lavoro muscolare, che ne viene indebolito, note caratteristiche di grafia ed esso appare un veleno della funzione muscolare, alterando il potere contrattile e la tonicità;

8°) L'estratto testicolare, pur dando alcuni effetti, rivela in generale azione poco apprezzabile;

9°) I rimanenti estratti sperimentati palesano azione tossica generale, che naturalmente riflettesi sulla funzione muscolare fiaccandola in modo notevole, sebbene diverso debba esserne il meccanismo;

10°) È possibile solo fino ad un certo punto attenuare gli effetti di questo o quell'estratto mescolandolo *in vitro* o introducendolo nel sangue insieme o successivamente ad altri estratti antagonistici;

11°) Il meccanismo di questo antagonismo ed il modo di profittarne ha bisogno di ulteriori ricerche.

Istituto Fisiologico della R.ª Scuola Veterinaria.
Napoli, Giugno 1901.

GIUSTINIANO NICOLUCCI

ANNUNZIO NECROLOGICO DEL PROF. GIOVANNI PALADINO

(Adunanza del dì 18 Giugno 1904)

Chiarissimi Socii,

La morte del nostro illustre Collega Prof. Nicolucci doppiamente ci affligge, per la perdita che la scienza antropologica ha fatto e per la fine inopinata e crudele colla quale si è chiusa la sua esistenza.

Benchè fosse per compiere il diciassettesimo lustro, benchè quindi ottantacinquenne, tutto faceva presagire una prolungata vecchiezza ed una fine placida ed ancora lontana.

Ebbe i natali nell'industriosa Isola del Liri da genitori modesti e non senza agiatezza. Compiti i suoi studii classici nel Collegio Tulliano

di Arpino, si recò in Napoli per studiare Medicina, e quì ne conseguì la Laurea nel 1843.

Seguendo i studii medici fu attratto nell' orbita di quel grande Naturalista che fu Stefano Delle Chiaje, e si appassionò per le scienze biologiche e ben presto cominciò a dare segni del suo amore con un lavoro dal titolo: *Struttura e funzioni dei nervi cerebrali dell'uomo* pubblicato nel Rendiconto di questa Accademia dell' anno 1842.

Ne seguirono subito altri pubblicati del pari nel Rendiconto di questo sodalizio, e così continuò con molto ardore a pubblicare lavori nei diversi campi delle scienze naturali accoppiandovi l' insegnamento privato della fisiologia in sussidio del corso per la laurea in medicina.

Le tristi vicende politiche del 1848 lo travolsero, e ad evitare i fulmini della tirannia trionfante emigrò, cercando fuori il già Regno delle Due Sicilie calma alle sue apprensioni e relativa tranquillità per i prediletti studii.

Dopo 3 anni potè ritornare in Patria e rivedere i suoi, e dandosi all' esercizio della medicina non si intiepidì nel culto della scienza e nell' ardore della produzione scientifica.

Forse in cospetto di tutto il quadro sociale che gli metteva ogni giorno sott' occhio l' esercizio professionale, in osservazione di tutti i gradi in cui si svolge la vita con tante antitesi tra gli individui, le famiglie, le gradazioni sociali si determinò allo studio diretto dell' uomo nella sua genesi, nella sua evoluzione, nella sua costituzione e nelle sue manifestazioni; si orientò in altri termini per gli studii antropologici, che non lasciò più mai, e nei quali divenne insigne e pei quali ebbe numerose dimostrazioni di stima in Patria e fuori, come l' attestano le nomine di socio delle principali accademie italiane e di non pochi sodalizii delle differenti Nazioni del mondo civile.

Egli studiò l'Antropologia in tutta la sua estensione, cioè tanto l'Antropologia preistorica quanto la storica, e quindi si occupò tanto di quei popoli dei quali s' induce la vita dai rozzi manufatti in pietra, in ossa, in corno, quanto di quei per i quali i ricordi storici cominciano ad apparire sotto forma di simboli grafici, o di scrittura sulla pietra e sull' argilla, ma con predilezione il Nicolucci si distinse nel raccogliere i materiali e nell' illustrare l' antropologia preistorica dell' Italia in generale ed in modo particolare dell' Italia meridionale.

E difatti il Nicolucci ha pubblicato non meno di 66 memorie al riguardo. Di queste ben 36 sono inserite nelle nostre pubblicazioni accademiche, e fra esse vanno segnalate: *L'Età della pietra nelle province meridionali, l'antichità dell'uomo nell'Italia centrale, i primi uomini, l'antropologia dell'Italia nell'Evo antico e nel moderno.*

Quest' ultimi lavori lo portarono a considerare le fattezze delle varie razze tra loro, e di quì la comparazione dei relativi cranii, la loro capacità, e la massa cerebrale contenutavi.

In questi studii non trascurò le varie attinenze dell'antropologia colla geologia, colla linguistica e colla sociologia, ed in particolare modo coll'archeologia preistorica, e pure evitando di affrontare direttamente il grave problema della derivazione dell'uomo non rifuggì dall'accettarne alcune conseguenze sociologiche, che intese nella loro misura avvieranno ad un assetto sociale più razionale, più equilibrato e più umano.

Questo rievoca in noi il grande e bell'animo dell'estinto, e questo ci deve fare più sempre rimpiangere l'anticipata perdita che col Nicolucci hanno fatto l'Accademia, l'Università, i colleghi, gli amici.

Relazione *sulla Memoria del dott.* A. de Gasparis.

(Adunanza del dì 2 Luglio 1904)

La *Portulaca oleracea* presenta un fenomeno singolarissimo. I filamenti anastomosanti dei suoi fasci e cordoncini fibroso-vascolari degli organi fogliari sono involti completamente da un astuccio di cellule speciali contenenti una quantità di corpuscoli d'un verde intenso. Questi e per le maggiori dimensioni e pell'intensità della colorazione e per il diverso loro diportarsi verso la luce sono diversissimi dai corpuscoli di clorofilla, che del resto si possono osservare nell'adiacente parenchima.

Corre il pensiero che qui possa essere il caso di alghe simbiotiche analoghe per esempio alle zooclorelle. Ma però essi mancano di alcuni caratteri, quale per esempio la presenza di formazioni nucleari.

Sopra questo fenomeno il Dott. Aurelio De Gasparis, anche per prendere data, ha scritto uno studio preliminare intitolato: *Considerazioni intorno al tessuto assimilatore di alcune specie del genere Portulaca.*

I sottoscritti ravvisano questo scritto meritevole di essere pubblicato negli Atti dell'Accademia.

F. Bassani
O. Comes
F. Delpino, *relatore.*

Considerazioni intorno al tessuto assimilatore di alcune specie del genere *Portulaca*; *Memoria del dott.* **Aurelio de Gasparis.**

(Adunanza del dì 25 Giugno 1904) — (Sunto dell'Autore)

Le diverse specie di *Portulaca* (*P. oleracea*, *Gillesii* etc.) richiamano l'attenzione per la speciale localizzazione del tessuto assimilatore il quale è specialmente rappresentato da cellule con corpuscoli di forma speciale ed intensamente colorati, che formano una zona in-

torno ai fasci e li seguono in tutto il loro sviluppo. I corpuscoli della *P. oleracea* sono affatto caratteristici per la forma e la resistenza. Le osservazioni compiute intorno al tessuto clorofilliano di queste piante mostrano che i cloroplastidii non si orizzontano alla luce ma bensì a necessità dipendenti da altre cause.

Relazione *sulla Nota del dott.* E. Comanducci: « *Sopra una nuova reazione dell' acido formico* ».

(Adunanza del dì 9 Luglio 1904)

L'autore descrive in questa Nota una nuova reazione, non molto sensibile ma caratteristica per l'acido formico, la quale serve a identificarlo nella formalina, alcool metilico, glicerina, acido acetico, ecc.

Proponiamo che la Nota sia inserita nei Rendiconti dell'Accademia.

A. Oglialoro
E. Scacchi
A. Piutti, *relatore.*

Sopra una nuova reazione dell'acido formico; *Nota del dottor* **Ezio Comanducci.**

(Adunanza del dì 2 Luglio 1904)

Per identificare l'acido formico si conoscono varie reazioni, ma nessuna di esse è speciale a questo acido, nè molto sensibile. Difatti l'imbrunimento col nitrato di argento ammoniacale, la decolorazione della soluzione all'1‰ del permanganato potassico, lo sviluppo di ossido di carbonio con acido solforico concentrato, la riduzione del sublimato corrosivo e la colorazione rossa con il cloruro ferrico, sono reazioni comuni ed altre sostanze.

Io ho trovato che l'acido formico anche in soluzione acquosa al 0.5-1% con soluzione acquosa concentrata di bisolfito sodico a freddo dà una lieve colorazione gialla che all'ebollizione anche per pochi secondi si accentua in modo da assumere una colorazione giallo-ranciata, la quale scompare coll'azione ulteriore del calore o lasciando il saggio a sè stesso.

Questa reazione non la dànno nè i formiati, nè le aldeidi formica, acetica, allilica; gli alcali metilico, etilico e glicerina; nè gli acidi acetico, propionico, butirrico, valerianico, lattico, ossalico, succinico, malico, tartarico, citrico, benzoico, salicilico, ftalico.

Gli acidi bibasici in soluzione concentrata anche con un eccesso di bisolfito dànno, dopo raffreddamento, il sale monosostituito.

Questa reazione essendo caratteristica ed abbastanza sensibile per l'acido formico può servire per la ricerca qualitativa di quest'acido ed

inoltre ho provato che può essere utilizzata per la identificazione dell'acido formico come impurezza nella *formalina*, nell'*alcole metilico*, nella *glicerina* e nell'*acido acetico*, fino a scoprirne 1.5 — 1%.

Il miglior modo per eseguire questa reazione è: diluire cc. 2.5 dei corpi in cui si vuol cercare l'acido formico con eguale volume di acqua, aggiungere 15 gocce di soluzione concentrato di bisolfito sodico (5 gr. in 5 cc. di acqua distillata), agitare e scaldare leggermente; se c'è acido formico comparirà una colorazione rosso-giallastra.

Riservandomi ulteriore studio di questa reazione intanto ringrazio lo studente Pisani Francesco dell'aiuto che mi ha dato in queste ricerche.

Napoli, 2 Luglio 1904 — Istituto Chimico Farm. e Tossic.

L'ATTIVITÀ VULCANICA NEI CAMPI FLEGREI; *Nota del socio corrispondente* **G. De Lorenzo.**

(Adunanza del dì 2 Luglio 1904)

INTRODUZIONE

Il paesaggio, che s'offre alla vista di chi per la cosidetta Bocca Grande entra nel golfo di Napoli, si compone di tre parti, molto diverse di aspetto l'una dall'altra: a destra grandi rupi calcaree, che con forme massicce e con tinte bianche e rosee sorgono nell'isola di Capri dai flutti spumanti del mare e si protendono poi, passando per Sorrento ed Amalfi, verso il nubifero Appennino; a sinistra un vasto ondeggiare di fulve prominenze tufacee, che prima s'innalzano superbe nell'isola d'Ischia e poi, sormontando il mare con Vivara e Procida, si attenuano e si espandono nelle dolci colline, su cui si stende la sirena Partenope; nel fondo la forma bella e solenne del Vesuvio fumante.

Queste tre parti, come varie d'aspetto, così sono anche diverse per origine e costituzione geologica: l'isola di Capri e la penisola di Sorrento sono costituite da una gigantesca pila di strati dolomitici e calcarei del Trias superiore (Hauptdolomit) e del Cretaceo (Urgoniano-Turoniano), a cui qua e là è sovrapposto qualche sottil lembo di Flysch eo-miocenico; il Vesuvio è un tipico vulcano a recinto, quasi interamente formato da materiali leucotefritici, frammentarii e lavici; e le terre comprese tra Napoli ed Ischia sono una vasta e complessa congregazione di estinti crateri, che hanno eruttato molto materiale frammentario, e poco lavico, di natura generalmente trachiandesitica, ad eccezione del cratere di Vivara, da cui è sgorgato anche del magma basaltico.

Sono proprio tali terre, e specialmente quelle comprese tra Napoli, Cuma e Miseno, che furono chiamate Campi Flegrei dai primi coloni greci, i quali qua appunto videro le grandiose lotte tra le oscure

forze vulcaniche, ipogee, e le più serene forze atmosferiche: da essi mitificate nelle battaglie tra i giganti e gli dei, con la finale vittoria di questi.

E nei Campi Flegrei facendo, nel marzo del 1903, delle escursioni in compagnia di sir Achibald Geikie, questi mi incitò a scrivere una breve istoria della regione da noi percorsa, esponendo i risultati da me in essa con le mie ricerche ottenute. Ciò mi accingo ora a fare: non senza conscienza però delle sviste e delle lacune, che possono occorrere nell'esame d'una regione eruttiva così complicata, in cui ogni nuova escursione offre allo studioso nuovi problemi e annoda nuovi misteri.

Non è possibile però descrivere l'attività vulcanica dei Campi Flegrei senza prima accennare brevemente, come e quando i Campi Flegrei stessi si son venuti a formare nella grande conca eruttiva del golfo di Napoli.

ORIGINE DEL GOLFO DI NAPOLI

L' ossatura fondamentale del golfo di Napoli è data dalle medesime rocce, che costituiscono la colonna vertebrale dell'Appennino: cioè da dolomiti del Trias superiore, da calcari cretacei e da arenarie e marne del Flysch eo-miocenico, insieme ammassate in pile di strati di circa 1000 m. di spessore, dislocate e rotte dal sollevamento orogenico post-eocenico dell'Appennino [1]). Per tale sollevameale infatti, mentre i molli terreni del Flysch si avviluppavano in numerose e strette pieghe e lasciavano dei lembi impigliati e pizzicati nelle spaccature, o attaccate alle pareti delle fratture delle sottostanti masse mesozoiche, queste, non potendo per la loro rigida compagine corrugarsi in piege strette, si curvavano appena in larghe cupole ed ampii bacini, che a lor volta si frangevano sotto le forze prementi, mentre le loro parti spezzate scivolavano lungo fratture scorrenti, a staffa o a gradinata.

Uno di tali grandi bacini fratturati è appunto la vasta conca calcarea, che dall' isola di Capri e dalla penisola di Sorrento, girando pei monti di Nola, Caserta e Capua e protendendosi col Monte Massico di nuovo nel mare, include come nella cavea di un gigantesco teatro tutta la Campania Felice. Gli strati calcarei a Capri e Sorrento inclinano verso N. W., a Caserta inclinano a W. e nel Monte Massico a S. W., formando così una conca sinclinale, il cui asse maggiore, diretto da N.W. a S.E., è lungo circa 70 chilometri. Tutto l' orlo di questa grande conca è inter-

---

[1]) Per queste e le seguenti notizie vedi: G. De Lorenzo, *Studî di geologia nell'Appennino meridionale* (Atti R. Acc. Scienze di Napoli, serie 2ª, volume VIII, 1896). — Id., *Geologia e Geografia Fisica dell'Italia meridionale*. Bari, Laterza, 1904.

rotto da grandi fratture longitudinali, dirette nel senso dell'Appennino, da N. W. a S. E., e da fratture transversali, perpendicolari alle prime, dirette S. W.-N. E.

Ma l'attuale configurazione di questi monti appenninici non è più tale, quale fu con grandi linee abbozzata dal sollevamento post-eocenico; il quale verso la fine del Miocene portò le nostre montagne a un livello forse anche superiore all' attuale, esponendole così a un lungo lavoro di denudazione, per cui dalle sommità dei blocchi calcarei sollevati e spezzati a poco a poco sparì quasi ogni traccia dei molli sedimenti eocenici e miocenici, mentre negli ampii e profondi bacini tali sedimenti venivano meglio protetti, e conservati anche, da depositi posteriori. Infatti, dopo tale massimo sollevamento sopravvenne per queste contrade, durante il Pliocene, un nuovo abbassamento, per cui ritornò novellamente sulle montagne il mare, del quale si trovano le grandi terrazze pleistoceniche incise nell'Aspromonte fino a 1300 metri sul mare attuale e nel resto dell' Appennino fino a 1000 e più metri. Ma col finire del Pliocene e il principiar del Pleistocene si ripristinò il sollevamento, che tuttora dura e che fu ed è accompagnato dai fenomeni sismici e dall' attività eruttiva dell'Appennino meridionale. A tali vicende andò anche soggetta l'ossatura fondamentale del golfo di Napoli.

Restringendoci in questo alla parte che è più prossima alle formazioni vulcaniche, cioè alla penisola di Sorrento e all' isola di Capri, noi troviamo qui, come innanzi si è detto, dolomiti e calcari del Trias e della Creta. Il mantello terziario è stato quasi del tutto portato via dalla lunga denudazione post-eocenica: solo qualche lembo di Flysch eo-miocenico è scampato sulle alture tra Amalfi e Castellammare di Stabia, e qualche altro, più considerevole, è rimasto ammassato nelle bassure di Sorrento, di Massa e di Capri, sulle zolle di depressione. Dei depositi del Pliocene superiore e del Pleistocene marino non havvi più su questi monti alcuna traccia: ma i blocchi rigettati dall'antico cratere del Vesuvio [1]) e i pozzi artesiani scavati a Napoli, a Palazzo Reale e a Piazza Vittoria, dimostrano che tali depositi, con conchiglie quasi tutte identiche a quelle che ancor vivono nel golfo, si trovano nel fondo della conca al disotto dei materiali vulcanici, a poco più di 200 metri al disotto dell'attuale livello marino. Quindi le eruzioni vulcaniche napolitane hanno cominciato ad aver luogo tra il finire del Pliocene ed il principiar del Pleistocene, sul fondo di una grande conca sinclinale, analoga a quelle del resto dell'Appennino, ma colma in parte del mare.

Dal mare sporge ora di questa conca l'orlo meridionale, rappresentato appunto dall' isola di Capri e dalle penisola di Sorrento. Ma, come

---

[1]) H. T. Johnston-Lavis, *The ejected Blocks of Monte Somma* (Trans. of Edinburgh Geol. Soc., vol. VI, 1893).

le singole alture e depressioni della penisola e dell' isola sono dovute in primo luogo alle fratture transverse e longitudinali, che hanno spezzato la massa calcarea in tante zolle (ulteriormente poi cesellate dagli agenti atmosferici), così Capri stessa e la penisola di Sorrento fanno in realtà parte d' un' unica grande massa calcarea, limitata dalla curva di 1000 metri di profondità sottomarina: così che tutto questo grande blocco calcareo raggiunge in realtà l'altezza di circa 2400 metri, di cui solamente 1400 si sollevano fuor delle onde.

A questa grande massa ne succede verso N. W. una seconda, che dalla quota di 1000 m. sale fino a quella di 200 m. sotto il mare (vedi tav. I, e fig. 1 e 2 della tav. II), e che è divisa dalla prima mediante un'insenatura, diretta da S. W. a N. E., che con molta probabilità corrisponde a una valle di frattura transversa, analoga a tutte le altre del restante Appenino. L'andamento delle curve di livello sottomarino, più precipite a sud e più dolce a nord, può far arguire, che anche in questa seconda massa sottomarina, così come nella penisola di Sorrento, gli strati pendano da S. E. a N. W. e siano troncati da una grande frattura a S. E. In questa seconda massa naturalmente si sono meglio conservati, perchè più protetti, i sedimenti marini terziari e quaternari, di cui infatti i blocchi rigettati dal Monte Somma ci forniscono numerosi esempii.

Così che in conclusione il fondo del golfo di Napoli, così come si è formato per il corrugamento orogenico post-eocenico e per il sollevamento post-pliocenico, è principalmente costituito da due grandi masse calcareo-dolomitiche, intensamente fratturate e dislocate, i cui strati inclinano in massa verso i focolari eruttivi. Questa sinclinalità degli strati verso i centri vulcanici, che esiste anche al Vulture [1]) e in altri punti, è propizia alle manifestazioni eruttive, forse perchè porta più nel profondo i materiali dislocati, che sono quindi più suscettibili di una forte reazione termica e conseguente produzione di magma. Ciò è in certo modo anche provato dal fatto, che nel limitrofo golfo di Salerno, in cui le fratture sono maggiori e più numerose che in quello di Napoli, ma in cui l' andamento delle masse di strati è anticlinale, non vi è alcuna traccia di manifestazioni eruttive. Qualunque sia l'origine del magma profondo, certo si è, che al disopra delle masse sedimentarie, dislocate e piegate a conca, si manifestarono nel golfo di Napoli le eruzioni sottomarine pleistoceniche: prima quelle di Ischia e di altre bocche crateriche, che costituirono tutta la grande piana campana, con materiali sanidinici, che si trovano ammassati anche a Sorrento e Capri e lungo tutta la cerchia dell' Appennino; poi con manifestazioni più limitate, che si esplicavano con la produzione di materiale

---

[1]) G. De Lorenzo, *Studio geologico del Monte Vulture* (Atti R. Acc. Scienze di Napoli, serie 2ª, vol. X, 1900).

trachiandesitico nei Campi Flegrei e leucotefritico nel Vesuvio. Mentre però nel Vesuvio le eruzioni vomitarono promiscuamente materiali frammentarii e lavici, per un camino unico e costante, nei Campi Flegrei invece vi fu una lunga serie di eruzioni ed esplosioni, per camini e per bocche diverse, di cui è appunto scopo di questo scritto il determinare un certo ordine di successione, nello spazio e nel tempo.

ERUZIONI DEI CAMPI FLEGREI

Nei materiali eruttati dai Campi Flegrei, tenendo conto del loro aspetto e della natura litologica, nonchè della loro successione stratigrafica, si può fare una triplice divisione principale, in cui restano subordinatamente incluse molte fasi eruttive secondarie. In tale triplice divisione la parte media, e meglio distinguibile, è rappresentata dal noto e caratteristico *tufo giallo* di Posillipo, che forma l'ossatura di tutta la regione flegrea; la parte inferiore è costituita da tutti i diversi materiali, che sono sottoposti al tufo giallo e che sono solamente in piccola parte visibili; la parte superiore infine è formata da tutti i varii depositi posteriori alla formazione del tufo giallo. Si può così dividere tutta la serie delle formazioni vulcaniche dei Campi Flegrei in tre periodi eruttivi principali.

Naturalmente tale serie in nessun punto si trova ordinata e completa; giacchè col variare dei focolari eruttivi e delle posteriori denudazioni variano anche, per qualità e quantità, i singoli rappresentanti dei diversi periodi. Dove però se ne ha uno *specimen* quasi completo è nel pozzo artesiano del giardino della Reggia di Napoli, eseguito nel 1847, il quale dall'altezza di 21 m. sul mare discende fino a 217 m. sotto il livello marino: traversando così per lo spessore di 238 m. tutte le formazioni esistenti in quel punto. Tali formazioni, prescindendo da minori dettagli, sono dall'alto al basso rappresentate nel modo seguente:

A — Humus, materiale di trasporto, pozzolane e lapilli grigi	m.	19.40
B — Tufo giallo e verdiccio compatto	»	80.60
C — Pozzolane, sabbie, tufi sabbiosi, pomici, brecce e conglomerati vulcanici, misti ad argille e marne, con elementi anche vulcanici, di natura trachitica	»	97,50
D — Tufo grigio pipernoide, simile a a quello di Sorrento e Caserta	»	26.80
E — Sabbie argillose pleistoceniche con conchiglie marine simili a quelle che vivono ora nel golfo	»	13.70
	m.	238.00

Di tali formazioni quelle comprese sotto la lettera E rappresentano probabilmente la piattaforma sedimentaria, su cui riposano tutti i prodotti eruttivi della Campania. I varii e complessi materiali delle lettere D e C costituiscono il primo periodo eruttivo, anteriore al tufo giallo. Questo, della lettera B, rappresenta il secondo periodo; mentre i prodotti eruttivi, *in situ*, della lettera A, appartengono al terzo periodo. Ora è necessario vedere, come i materiali appartenenti ai tre diversi periodi sono visibilmente rappresentati nei Campi Flegrei.

Primo Periodo

I materiali del primo periodo possono distinguersi in due grandi categorie, che corrispondono a due diverse fasi eruttive: una più antica, rappresentata dal noto piperno e dai tufi grigi pipernoidi della Campania; l'altra costituita da letti alternantisi di pomici, lapilli, sabbie, brecce e altri conglomerati vulcanici. È bene tener separata l'una dall'altra.

Fase del piperno e del tufo pipernoide

Tutto l'ampio piano della Campania e tutte le vallate del circostante Appennino calcareo, da quelle di Capri e di Sorrento fino alle più remote di Salerno, Avellino, Caserta e Capua, sono ripiene, con spessore maggiore o minore, da un tufo trachitico grigio, a piccole scorie nere, con un aspetto simile a quello del noto piperno e perciò appunto chiamato *tufo pipernoide*. Questo tufo pipernoide nella sua attuale giacitura rappresenta il prodotto di ammassamento e di consolidazione, non solo dei materiali detritici eruttivi, trasportati da correnti aeree, e forse anche marine, lungi dai focolari originarii e deposti nel sito in cui ora si trovano, ma anche di quelli, che da correnti acquee furono, contemporaneamente e posteriormente, lavate dalle cime dei monti e ammassati nelle valli. I materiali detritici componenti tali tufi (che dai forti venti furon portati anche a più di 50 chilometri di distanza dai loro luoghi d'origine) dovevano esser molto ricchi di acidi di fluoro, cloro e solfo, in modo che, con l'aiuto delle acque percolanti, agirono sui calcari, a cui si appoggiarono, e sui blocchi calcarei, che in essi vennero a trovarsi inglobati, metamorfosandoli potentemente e dando origine ai ben noti blocchi fluoriferi, studiati da Scacchi. I materiali stessi, come dimostrano i pozzi e le sezioni naturali, si appoggiano quasi direttamente sulle rocce sedimentarie del bacino campano e rappresentano quindi i primi prodotti eruttivi di questa parte della Campania, provenienti da vulcani e da crateri, che poi sono stati completamente obliterati da posteriori vicende geologiche, ma che dovevano essere maggiormente concentrati nell'area dei Campi Flegrei.

In quest'area, stante le molteplici distruzioni e sovrapposizioni, operate dai vulcani posteriori, non è facile trovare l'equivalente dei tufi pipernoidi: pure una grande massa s'è riscontrata, come innanzi s'è detto, nel pozzo artesiano del giardino della Reggia di Napoli, e delle minori tracce si trovano nella depressione tra la collina del Vomero e quella di Posillipo, nonchè al Monte di Cuma, subito sopra la grande massa di trachite cupolare, che fa da base alla storica acropoli e che è forse contemporanea del piperno, qui appresso descritto.

Invece dei tufi pipernoidi si trova nei Campi Flegrei allo scoperto, come loro rappresentante, il celebre *piperno*, che costituisce le fondamenta della collina dei Camaldoli e che, interrotto qua e là da posteriori depositi di tufo giallo e di pozzolane grige, si prosegue dallo sperone dei Camaldoli per circa due chilometri verso est nella conca di Soccavo e per un altro chilometro a nord, nella conca di Pianura, diviso in due letti o correnti, intramezzate da un banco di breccia.

Lunga è stata la discussione, se si debba ritenere tale piperno come un tufo metamorfosato o come una lava; nè ora le opinioni dei geologi sono concordi. Le condizioni geologiche però e l'esame petrografico menano piuttosto alla conclusione, che si tratti di lava trachitica a Schlieren, in cui le fiamme scure sono prevalentemente composte di elementi colorati (augite, egirina, magnetite), e la massa chiara è di natura feldispatica (anortose), con struttura sferulitica e piccoli microliti di egirina ed augite: senza però che sia possibile segnare un limite netto tra Schlieren scure e massa chiara.

La presenza del piperno alla base dei Camaldoli fa supporre, che questo punto, il quale si trova quasi al centro dei Campi Flegrei, sia stato anche uno dei focolari principali, da cui fu eruttato il tufo pipernoide della Campania. Ciò è comprovato anche dal fatto, che in questo medesimo punto ebbero luogo posteriormenta grandi eruzioni esplosive (testimoniate dai soprastanti banchi di brecce), nonchè vistose eruzioni di tufo giallo: in guisa che la ricchezza del materiale quivi accumulatosi, finì con l'erigerè l'attuale collina dei Camaldoli, la quale, malgrado le successive demolizioni e degradazioni, resta sempre la più vistosa delle alture dei Campi Flegrei.

Fase dei conglomerati e delle brecce

Al disopra del piperno e dei tufi pipernoidi si trova una successione di strati di vario genere, in cui sempre però predomina la natura conglomeratica e in cui sono tracce visibili di movimento d'acqua marina e di depositi marini, in modo da poterne inferire, che essi, al pari forse del piperno e dei tufi pipernoidi, sono prodotti di eruzioni sottomarine.

Questi strati sono rappresentati da ceneri, sabbie, lapilli e pomici

trachitiche, spesso miste ad argille e marne conchiglifere, e sono intramezzati e sormontati da depositi di conglomerati e brecce grosse, che sono più o meno potenti, secondo che si trovano più o meno vicini ai loro focolari eruttivi. Queste brecce, che da Johnston-Lavis hanno ricevuto il nome di *brecce museo*, sono diffatti costituite da blocchi più o meno grandi strappati alle rocce sottostanti e quindi di natura diversissima. Abbondano tra essi i blocchi di ossidiane, pomici e trachiti scoriacee; ma nemmeno mancano i frammenti di rocce leucitiche e anche di rocce calcaree metamorfosate. Nel complesso esse rassomigliano alle brecce dell' isola di Procida e di Vivara [1], alle quali sono probabilmente contemporanee.

Difatti noi troviamo questi depositi di tufi sabbiosi e argillosi, di conglomerati e di brecce, a volte intercalati a banchi di scorie nere e rossastre, prevalentemente sviluppati nella parte dei Campi Flegrei che è più prossima alle Isole: cioè lungo tutta la base occidentale del Monte di Procida e nei fianchi nord-ovest del Monte di Cuma. Altro deposito notevolissimo è quello che si trova sotto i Camaldoli, dove forma delle pittoresche rupi rossastre a picco, che si scorgon fin da lontano e che si veggono chiaramente sostenute dal piperno e sormontate dal tufo giallo. Anche notevole è l' ammasso di tali strati forato per l' altezza di circa 100 m. dal pozzo artesiano della Reggia di Napoli. Tracce se ne sono riscontrate anche sotto la collina del Vomero, nei lavori di perforazione della Funicolare da Montesanto al Vomero.

Naturalmente i consimili depositi, sovrapposti al tufo pipernoide, si trovano a volte anche nelle valli di Capri, di Sorrento e di altri punti della Campania; ma qui noi ci occupiamo solo di quelli che si trovano presso ai loro luoghi di origine, nei Campi Flegrei: dove però, come si vede, solo in pochi punti sono allo scoperto, a causa delle sovraincombenti masse eruttive del secondo e del terzo periodo.

Secondo Periodo

Al disopra delle brecce e dei conglomerati dei Camaldoli, del Monte di Cuma e del Monte di Procida si ammassa e si espande la formazione più estesa e più caratteristica dei Campi Flegrei: il *tufo giallo*.

---

[1]) Vedi, a tal proposito, nella British Assoc. for the Advancement of Science, il Report, for the year 1890, of the Committee appointed for the investigation of the Volcanic Phenomena of Vesuvius and its neighbourhood, drawn up by Dr. H. J. Johnston-Lavis. — Anche W. Deecke, *Der sog. campanische Tuff* (Neues Jahrb. für Miner., 1891). — Anche G. De Lorenzo e C. Riva, *Il cratere di Vivara nelle Isole Flegree* (Atti R. Acc. Sc. di Napoli, serie 2ª, vol. X, 1900).

Questo tufo, di un bel colore giallo di crema o giallo di paglia, risulta costituito da un fitto aggregato, solidificatosi, di ceneri, lapilli e piccole pomici di natura trachitica. In tale pasta uniforme si vedono sparsi rari frammenti di cristalli feldspatici e pirossenici e, molto più freguenti, frammenti di altre rocce tufacee e laviche. Tra questi frammenti primeggiano quelli di un tufo verdognolo, molto simile al tufo dell'Epomeo, il quale si è anche riscontrato *in situ*, al disotto del tufo giallo, nel pozzo artesiano del Palazzo Reale. Si vedono anche abbondantemente sparse nel tufo giallo delle scorie trachitiche nere, che sono generalmente piccole e rare alle periferie dei vulcani e crescono di grandezza e di numero a misura che si trovano più prossime ai focolari vulcanici, da cui furono eruttate.

Il tufo giallo, al pari di ogni simile deposito eruttivo, è sempre stratificato in strati molto distinti e sottili, i quali segnano sempre lo andamento tettonico di ogni costruzione vulcanica, di cui fanno parte; e aiutano così spesso a ricostruire più d'un edificio eruttivo, distrutto a rovinato da cataclismi posteriori. Gli strati, uniformemente gialli, a volte contengono anche intercalate delle masse grige, più chiare, e qualche volta anche alla superficie si coprono, per alterazione, di una patina grigia. In generale però si posson scorgere fin da lungi le pittoresche masse di tufo giallo, che, spezzate da *joints* o fratture verticali, danno luogo ad alte e lisce rupi a picco, come si vedono, p. es., sotto i Camaldoli o al Capo di Posillipo.

Le eruzioni di ceneri, lapilli e pomici, per cui si poterono accumulare queste masse di tufo giallo, dello spessore medio d'un centinaio di metri, furono generalmente di natura esplosiva: ma forse non mancarono nemmeno delle eruzioni laviche, quantunque rare, di cui i prodotti sarebbero rappresentati dalle masse trachitiche, incontrate dai tunnels della ferrovia cumana e della grande cloaca, che passano sotto la collina del Vomero. Tali eruzioni, al pari delle precedenti del primo periodo (tufo pipernoide e piperno), dovettero inoltre essere sottomarine, come è indicato dal grado elevato ed uniforme di compattezza, raggiunto dal tufo, e come è provato dai gusci di ostriche, pettini ed altre conchiglie marine, non rimaneggiate, che qua e là si trovano nel tufo inglobate.

Data la generale uniformità del tufo giallo, non è possibile stabilire un ordine di successione pei singoli centri eruttivi, che produssero i materiali, di cui il tufo stesso è formato, e che geologicamente posseno quindi ritenersi come contemporanee manifestazioni di un'unica grandiosa fase eruttiva, che si svolse su tutta la superficie dei Campi Flegrei.

Certo, dei vulcani costituiti di tufo giallo alcuni sono meglio conservati di altri, che sono a volte appena riconoscibili: ma tale grado maggiore o minore di conservazione più che a diversa età è dovuto ai

diversi accidenti, a cui i vulcani stessi, dopo la loro formazione, andarono soggetti; essendosi alcuni di essi più presto e più in alto sollevati dal mare, e quindi più a lungo e più fortemente esposti agli agenti atmosferici, ed alcuni essendo stati dilaniati e sventrati o mascherati da posteriori eruzioni, da cui invece altri loro compagni furon salvi.

Per tali ragioni, nell'enumerare rapidamente i diversi vulcani costituiti dal tufo giallo, il meglio di tutto è di seguire l' ordine topografico.

Vulcani di tufo giallo

Le ceneri, le pomici e i lapilli, che costituiscono il tufo giallo, nell' essere eruttati dai singoli focolari, sparsi per l'area flegrea, si accumularono intorno alle rispettive bocche di eruzione, secondo le leggi di proiezione e di gravità, e formarono così altrettanti coni, piuttosto larghi e depressi, forniti di ampli e profondi crateri. In tali coni i materiali, essendo di natura uniforme, si accumularono in strati, di cui la parte maggiore seguì l' esterno pendio del cono, mentre altra piccola parte si ammassò lungo le interne pendici crateriche: seguendo così regolarmente la legge di formazione dei vulcani detritici, di cui è noto esempio il Monte Nuovo.

Dopo la loro formazione questi coni di tufo giallo, insieme alla sottostante piattaforma, si sollevarono dalle onde del mare e caddero così successivamente in preda alla distruzione degli agenti atmosferici, che dove più dove meno li attaccarono. Oltre di ciò, nell'area dei Campi Flegrei si aprirono nuove bocche d'eruzioni (quelle che descriveremo parlando del terzo periodo), le quali con le loro esplosioni squarciarono e dilaniarono quei coni di tufo giallo, che si trovarono sul loro cammino, e con i loro materiali eruttivi ne coprirono e mascherarono anche grande parte. Così che ora dei vulcani di tufo giallo non rimangono che le reliquie e le vestigia, le quali pur nondimeno ancora costituiscono il fattore più importante e conspicuo nel paesaggio dei Campi Flegrei.

I più meridionali, forse, di questi vulcani di tufo giallo, ancor giacenti sott'acqua, sono probabilmente rappresentati dalle due Secche, così dette di Mezzogiorno e di Penta Palummo, le quali (rispettivamente a 2 e a 4 km. di distanza dal Capo Miseno) sorgono da un centinaio di metri fino a 50 e a 30 m. sotto il livello del mare e con la loro forma conica palesano la loro origine eruttiva. Ma, senza fermaci su esse, passiamo ai vulcani bene appariscenti, che sporgono fuori dalle onde.

Primo tra essi (v. tav. III) ci appare l'isolotto di Nisida, che s'alza per 109 metri dall'acqua, ma che affonda ancora le sue radici per circa altri 100 metri sotto il livello del mare. Il cratere, in cui entrano le acque del mare da una stretta breccia aperta a S. W., è profondo 115 m. largo all'orlo superiore 400 m e all' inferiore 150 m.: dimensioni quasi

eguali a quelle del cratere di Monte Nuovo, con cui la simiglianza di forma è grandissima. Il tipico tufo giallo, di cui è costituito, è chiaramente stratificato, con pendenza quaquaversale lungo le falde esterne del cono e il pendio interno del cratere. Tale tufo è gremito di grandi scorie nere, come avvien quasi sempre presso i focolari eruttivi, ed è sormontato da un sottil velo di pozzolane e tufi grigi, provenienti dalle eruzioni dei posteriori vulcani del terzo periodo. Il vulcano di Nisida, essendo il più piccolo e il meglio conservato di quelli di tufo giallo, può servir come tipo ed esempio per lo studio di tutti gli altri.

Congiunta virtualmente a Nisida da piccoli scogli di tufo giallo si innalza di là dal mare, con pareti a picco di circa 150 metri d'altezza, la bella collina di Posillipo, che protende verso Napoli il suo lungo dorso pittoresco. Questa collina, come è stato accennato altrove [1]), rappresenta gli avanzi laterali di due vulcani contigui, di cui i crateri si aprivano sul piano di Bagnoli e di Fuorigrotta e di cui i fianchi occidentali furono distrutti da posteriori eruzioni, probabilmente di Agnano, mentre le falde orientali rimasero a formare la collina di Posillipo, in cui gli strati di tufo giallo pendono appunto all' esterno, verso sud-est. La cresta della collina, al pari della parte superiore di ogni altra collina flegrea, è coronata da tufi grigi teneri e da pozzolane, la cui sovrapposizione al tufo giallo, ora discordante e ora concordante, si può benissimo osservare nei grandi tagli e nelle cave, che si trovano a Piedigrotta e anche all'estrema punta di Posillipo, a Coroglio.

Separate da Posillipo mediante una leggiera sinclinale s' innalzano a nord-est le colline del Vomero, di Capodimonte e di Poggioreale, anch' esse fondamentalmente costituite da tufo giallo, ma di cui non è agevole discernere le forme originarie, ora mascherate da posteriori eruzioni e distruzioni. Forse i loro crateri corrispondevano press'a poco alle attuali insenature della Marinella e della Riviera di Chiaja ed eran separati l' uno dall' altro mediante la cresta, che ancor oggi, in parte demolita, si protende dal Vomero per il promontorio di Echia, o Pizzofalcone, fino alle secche e allo scoglio di Castel dell'Ovo, anch' essi di tufo giallo. Nel tufo giallo del Vomero i tunnels della Ferrovia Cumana e del Collettore Pluviale delle colline incontrarono una grande massa di trachite: testimonianza forse delle probabili eruzioni laviche di questo periodo, o forse anche del periodo immediatamente anteriore.

La limitrofa grande collina dei Camaldoli, che raggiunge i 458 m., il punto massimo d' altezza toccato dai Campi Flegrei, mostra chiaramente essere nella sua massa costituita da tufo giallo, il quale si rivela da per tutto al disotto dei tufi grigi sciolti e delle pozzolane, do-

---

[1]) G. De Lorenzo e C. Riva, *Il cratere di Astroni nei Campi Flegrei* (Atti R. Acc. Scienze di Napoli, serie 2ª, vol. XI, 1902).

vunque queste siano state tagliate ed erose dalle *cupe* e dai canali, che scendono lungo le settentrionali pendici. I centri eruttivi di questo tufo giallo debbono evidentemente riportarsi alle due conche di Soccavo e di Pianura, che ancor serbano chiaro l'aspetto craterico.

Invece non è così facile rintracciare i canali o le bocche di origine dei varii affioramenti di tufo giallo, che si trovano intorno al Piano di Quarto, fino al suo estremo limite settentrionale (dove questo è tagliato dalla Via Campana), o di quelli, che sorgono qua e là lungo la spiaggia da Bagnoli a Pozzuoli: le posteriori alterazioni del suolo hanno fatto sparire ogni traccia dei loro originari crateri.

In compenso, tra la spiaggia e il Piano di Quarto sorge fino a 330 m. sul mare il vulcano del Gauro, il più vistoso dei Campi Flegrei e uno dei meglio conservati di tufo giallo (v. tav. III). Il cono è intatto a nord, è squarciato a est e ad ovest da due posteriori esplosioni ed è logorato a sud dalle piogge, dai venti e dalle acque del mare, che vi battettero contro durante la sua emersione. Quando si sale sulle pendici del grande cono, giunti al sommo si vede spalancarsi al disotto un ampio cratere (per cui Giovenale chiamò il monte *Gaurus inanis*), largo più di 1500, profondo più di 200 metri, che per grandezza e maestà gareggia col posteriore, limitrofo cratere di Astroni.

Di nuovo d'incerta origine sono gli affioramenti di tufo giallo, che si trovano lunga la parte occidentale dei Campi Flegrei: all'Arco Felice, all'Averno e Lucrino, a Bacoli etc. fino al Monte di Cuma presso il cosidetto Tempio di Apollo, e al Monte di Procida, del quale coprono le spalle orientali.

Ben chiara invece è la forma craterica del Porto di Miseno e di Capo Miseno, entrambi costituiti da tufo giallo, a cui si sovrappongono pozzolane e scorie di posteriori eruzioni. Il cratere di Porto Miseno è quasi del tutto colmo dal mare, da cui emerge solo in parte l'orlo superiore. Il Capo Miseno, già da tempo celebre per la sua interna struttura, messa a nudo nel fianco orientale e più ancora nel fianco sud-ovest, che spacca per mezzo il cono e il cratere, emerge per 168 metri dal mare e per altri 100 m. affonda le sue radici sott'acqua: venendo così a rassomigliare moltissimo, per dimensioni e per forma, al cratere di Nisida, che rappresenta l'altro avamposto meridionale dei Campi Flegrei.

La forma di Miseno e Nisida del resto è eguale a quella del Gauro e degli altri vulcani di tufo giallo, così come ne è eguale la tettonica e la costituzione petrografica. Il che corrisponde in certo modo alla loro origine, che ebbe probabilmente luogo sotto le acque del mare e quasi contemporaneamente su tutta l'area flegrea.

Varietà molto più grande, quantunque anche non grandissima, si riscontra nei vulcani posteriori, che si formarono in punti e in tempi diversi e quasi tutti all'aria aperta.

Terzo Periodo

Alle eruzioni di tufo giallo, che avevano plasmato quasi tutta l'ossatura del Campi Flegrei, dovè seguire immediatamente una elevazione di tutta la regione e poi un periodo piuttosto lungo di denudazione; perchè i materiali posteriori non solo si trovano depositati da per tutto, ora concordantemente ed ora discordantemente, sulla superficie già denudata ed erosa del tufo giallo, ma mostrano anche tutti quanti di provenire da eruzioni generalmente subaeree.

Non esiste infatti più in questi materiali posteriori quell' uniformità di costituzione, che caratterizza il tufo giallo; e quantunque anche in essi si tratti di materiale prevalentemente frammentario, di natura trachiandesitica, pure questo mostra qualche diversità macroscopica e microscopica secondo le diverse bocche eruttive da cui è provenuto.

Inoltre queste bocche eruttive non sono più contemporanee e sparse uniformemente sopro una vasta area, com'eran quelle del tufo giallo, ma mostrano un chiaro ordine di successione nel tempo e nello spazio, e una progressiva limitazione e un graduale impiccolimento, che sembran quasi preludere a una estinzione definitiva, o quasi, di tutta l'area vulcanica dei Campi Flegrei.

Nel succedersi delle varie bocche eruttive spesso è avvenuto, come è regola generale di tutti i vulcani, che a una grande bocca originaria hanno fatto seguito una o due o più altre, progressivamente più piccole, con un leggero spostamento dell' asse eruttivo. Questo spostamento a volte s'è mantenuto nell'ambito della cinta craterica originaria, e allora s' è avuto un sistema concentrico, o quasi, di crateri a recinto: come, p. es., Agnano-Astroni-Crateri interni di Astroni. Altre volte lo spostamento è stato eccentrico; e allora ne è risultato un sistema di coni parassiti addossati: come, p. es., Astroni-Crateri di Campana o Astroni-Cigliano. In altri casi infine lo spostamento dell' asse eruttivo è stato così grande, da non lasciare più alcun contatto tra il nuovo e l'antico vulcano, in modo da dar luogo a dei sistemi del tutto diversi: come, p. es., Astroni e Monte Nuovo. Noi andremo enumerando questi diversi sistemi vulcanici del terzo periodo, a cominciare dai più antichi venendo ai più recenti: per quanto è possibile stabilire un ordine di successione tra bocche eruttive lontane e spesso indipendenti.

Intorno a ognuna di tali bocche il materiale, generalmente frammentario, si è accumulato con ordine eguale a quello, che s' è già descritto pei vulcani di tufo giallo: formando cioè degli anelli craterici, in cui gli strati pendono centrifugamente all' esterno e in parte anche centripetamente verso l' interno. Questi materiali però hanno una tinta generale grigiastra e sono più incoerenti di quelli che costituiscono il

tufo giallo, in modo che è facile distinguerli da questi. Viceversa non è facile distinguere gli uni dagli altri i materiali dei diversi vulcani del terzo periodo; in modo che in quei punti, lontani dalle bocche d'eruzione, in cui i materiali stessi sono stati diffusi e depositati uniformemente dai venti e dalla forza delle esplosioni, non si può parlare che di ceneri, lapilli, pomici e tufi, che provengono promiscuamente dai vulcani centrali. Solo in qualche caso, come, p. es., in uno straterello di ceneri violacee manganesifere, che si trova depositato sull'alto della collina dei Camaldoli e in qualche altro punto dei Campi Flegrei, si può dire, che esso provenga dalle eruzioni di Astroni; perchè nelle pareti del cratere di questo si trova in maggiore quantità uno strato dèl medesimo materiale. E questa è anche la prova, che tali materiali grigi incoerenti, i quali coprono quasi da per tutto le colline di tufo giallo (e perciò appunto sono dai cavapietre chiamati *mappamonte*), non sono dei prodotti di disfacimento o di dilavamento, ma provengono, in generale, direttamente dai vulcani centrali, di tufo grigio, dei Campi Flegrei.

Non sempre però le bocche eruttive del terzo periodo eruttarono tale quantità di materiale, da costituire dei veri coni craterici, sul tipo di Agnano, Astroni, Cigliano, Monte Nuovo etc.; a volte le esplosioni si limitarono a squarciare l'anteriore compagine formata dal tufo giallo, producendo in essa dei crateri d'esplosione, ai cui margini si accumulò il poco materiale d'esplosione. Tale è appunto il caso delle cavità circolari, o semicircolari, che si trovano quà e là sparse pei Campi Flegrei: a cominciare dal gigantesco Piano di Quarto, del diametro massimo di 4 km., passando pel piano di Torre Poerio (a nord di Astroni e a est dei Crateri di Campana), o pel piano di Teano (a nord-ovest del Gauro) e per altri ancora, fino al cratere dell'Averno, che è il più tipico di tali crateri d'esplosione; il quale inoltre, eccezionalmente quasi nei Campi Flegrei, tra il materiale autogeno eruttato ha fornito anche dalle scorie e dai blocchi di leucotefrite, che ora formano un piccolo banco tra gli strati del materiale frammentario della sua sponda settentrionale.

Naturalmente, nello spostarsi successivo dell'asse eruttivo i crateri di accumulazione si sono a volte alternati con quelli d'esplosione, in modo che, volendo stabilire delle serie cronologiche nei vulcani centrali dei Campi Flegrei, bisogna tener conto degli uni e dei altri. Tali serie, come dianzi ho detto, si possono stabilire solo con un certo grado si sicurezza relativo. Una di esse, p. es., sarebbe data dai crateri contemporanei di Posillipo, di Soccavo o di Pianura, a cui tengono successivamente e concentricamente dietro: il cratere di Agnano, quello di Astroni e il cono interno di questo. Un'altra serie, anche concentrica, sarebbe rappresentata dal cratere di Pianura, dal cratere di esplosione di Torre Poerio, da quello di accumulazione di Astroni e dai suoi coni interni. Una terza serie, in parte eccentrica e in parte concentrica, è data

dal Gauro, dal cratere di esplosione di Teano, da quello di Averno e dal Monte Nuovo. Delle serie eccentriche invece sono date dal cratere di Astroni con i vulcani di Cigliano e di Campana, che s'addossano sulle sue spalle; e similmente dal vulcano del Gauro con quello di Concola e di Fondo Riccio, che crebbe parassiticamente sui suoi fianchi occidentali.

Tutte queste serie concordemente mostrano, che l'attività eruttiva non solo è andata sempre più diminuendo, ma si è in generale ristretta verso il centro dell'area vulcanica o, meglio, si è prevalentemente diretta verso il sud, verso il mare, dalle cui acque forse riceve l'elemento cinetico, il vapore.

Ma, lasciando queste considerazioni teoriche, è bene accennare brevissimamente i principali di questi ultimi vulcani dei Campi Flegrei.

Vulcani di tufo grigio

Il maggiore e più antico dei vulcani centrali dei Campi Flegrei è quello di Agnano, con un ampio e svasato cratere di circa 2 chilometri di larghezza, quasi completo a oriente, distrutto e mascherato ad occidente da posteriori esplosioni ed eruzioni: come quelle, che han dato origine ai successivi vulcani di Astroni e della Solfatara. Il materiale di Agnano, al pari di quello dei posteriori vulcani, è prevalentemente dato da banchi di pomici, di ceneri, di lapilli e di tufi teneri grigi, in cui nel lato orientale e nel meridionale (Monte Spina) si trovano anche intercalati dei banchi di scorie. A questo vulcano probabilmente spetta anche la grande massa di lava trachiandesitica della Caprara, che, spezzata e ricoperta poi dalle posteriori eruzioni di Astroni, si trova ora incastonata nel fianco orientale di quest'altro vulcano.

Dagli interni fianchi orientali di Agnano sgorga grande copia di acque termo-minerali, che ora, canalizzate, sboccano con un emissario artificiale a mare, ma che fino a mezzo secolo addietro si adunavano a formare in fondo al cratere un lago largo e poco profondo, in cui si depositavano i detriti, che le acque di pioggia portavano giù dalle sponde. Per queste acque termominerali e per le stufe e le esalazioni gassose, che le accompagnano, i Romani avevano quivi eretto delle grandi terme, che potrebbero con successo rinnovarsi.

A occidente di Agnano seguono i due vulcani di Astroni e della Solfatara, dei quali non si può per ora dire con sicurezza quale sia il più antico. La Solfatara ha i suoi materiali completamente alterati dalle abbondanti esalazioni gassose; e siccome questi materiali alterati si vedono sottostare a quelli di Astroni, se ne può arguire, che le prime eruzioni della Solfatara sono forse anteriori a quelle di Astroni. Mentre però il grande cratere di Astroni fu quasi di getto e rapidamente compiuto con un grandioso e breve atto eruttivo, a cui tennero dietro solo po-

chi sbuffi di ceneri e sorie e uno scarso sbocco di lava nella parte centrale ; quello della Solfatara invece rimase lungamente attivo, fornì dei piccoli sbocchi di lava nel cratere stesso e diede luogo anche alle grandi correnti trachitiche, che nella sua parte meridionale arrivano fino al mare, formando il Monte Olibano. Nel Medio Evo la Solfatara aveva ancora nel cratere della lava incandescente visibile, e oggigiorno essa è ancora il focolare più caldo dei Campi Flegrei. A tale persistenza è dovuta l' intensa alterazione, che i gas soliti delle fumarole hanno esercitato sui materiali del vulcano e che costituiscono anche un caso unico nei Campi Flegrei. La persistenza stessa di tale attività, eruttiva prima e solfatarica poi, lascia supporre, che al disotto della Solfatara esista un bacino magmatico locale, maggiore di quelli dei limitrofi focolari: il che è anche provato dalla quantità di lava fornita dalla Solfatara, relativamente maggiore di quella degli altri vulcani dei Campi Flegrei, che sono invece quasi puramente formati da materiali frammentari. Ora, in generale, i vulcani di tipo detritico, o tufaceo, rappresentano il risultalo di rapidi e violenti atti esplosivi, e quindi hanno vita molto più breve di quella dei vulcani di tipo prevalentemente lavico, o misto.

Sulle pendici esterne, rivolte a nord-ovest, del grande cratere di Astroni, si trovano due piccoli vulcani avventizii o parassiti: Cigliano e Campana. Il primo è un cono semplice, con un cratere denudato a sud dai venti e dalle piogge, a causa della grande friabilità dei materiali (ceneri e piccole pomici), di cui il cono stesso è interamente costituito. Il vulcano di Campana invece è un vulcano a recinto, costituito da tre cerchie quasi concentriche, nella più interna delle quali si trova un piccolo, bellissimo cratere, spaccato a oriente da una stretta e profonda frattura, detta la Senga. Queste tre cerchie dei crateri di Campana sono costituite da poche ceneri e lapilli e da moltissime scorie e bombe, rosse e nere, di natura trachiandesitica, che si fanno sempre più frequenti verso l'interno, finchè il cratere ultimo, detto Fossa Lupara, si può dire quasi interamente formato da blocchi di lava, al cui rassetto o raffreddamento è probabilmente dovuta la singolare spaccatura detta la Senga.

Quasi sullo stesso tipo di Cigliano invece, vale a dire quasi interamente formato da ceneri e pomici, con qualche rara scoria aggiunta, è un piccolissimo, appena percettibile vulcanetto, chiamato di S. Teresa, che si trova nel piano dei Bagnoli, a sud-est delle esterne pendici di Agnano (v. tav. III). Anche qui, come a Cigliano, i venti piovosi di libeccio hanno demolito e distrutto la parte meridionale del cratere, di cui non rimane in piedi che la parte settentrionale, curva come falce di luna. Piccole collinette tufacee, come questa di S. Teresa, si trovano anche in altri punti dei Campi Flegrei (p. es. la collinetta dei Crisci, tra Cigliano e Campana); ma per la loro avanzata denudazione non è

possibile stabilire, se esse siano dovute a singoli atti eruttivi, o rappresentino avanzi di denudazioni di crateri limitrofi.

Invece sul medesimo tipo dei crateri di Campana, ossia prevalentemente costituite da scorie e bombe, rosse e nere, miste a frammenti di tufo giallo arrossato, sono delle produzioni eruttive, qua e là sparse pei Campi Flegrei, sempre sovrapposte al tufo giallo e sottoposte, o miste, ai banchi di ceneri, di lapilli e di tufi grigi. Queste produzioni si trovano principalmente ammassate sulle pendici occidentali e settentrionali del vulcano del Gauro, a formare là la cosidetta Concola e il vulcanetto di Fondo Riccio; esse formano anche la grossa fascia di scorie rosse e nere, che si trova alla Montagna Spaccata, là dove l' antica Via Campana passa con profonda trincea nel Piano di Quarto; e si trovano inoltre anche a nord-est della città di Napoli, alle falde orientali della collina di Capodimente, vicino a S. Maria del Pianto e ai Ponti Rossi. Mentre, come dianzi dicevo, queste produzioni rassomigliano moltissimo, litologicamente, a quelle dei crateri di Campana, viceversa debbono essere più antiche di queste, com' è provato dalla loro quasi costante sottoposizione al tufo grigio e dalla loro tettonica. Alla Concola e al Fondo Riccio si vede conservata ancora la forma del loro cratere; di cui viceversa non si scorge più traccia nelle masse scoriacee di S. Maria del Pianto e dei Ponti Rossi. Le scorie della Montagna Spaccata debbono essere contemporanee, o di poco posteriori, alle esplosioni, che crearono il grande bacino, che si trova a oriente del Gauro: anteriore questo forse anche al cratere di Astroni.

Ma non è facile rintracciare e fissare i rapporti stratigrafici e cronologici precisi di questi vulcani scoriacei; come dei vulcani di tufo, che si stendono a occidente del Gauro e del Monte Nuovo, in linea diritta da nord a sud, dal Monte Ruscello fino a Bacoli.

Su questa linea infatti si trova prima, a nord, la prominenza del M. Ruscello, seguita verso sud da una cerchia craterica, detta di Monte Grillo, la quale abbraccia a guisa di recinto il posteriore cratere esplosivo di Averno, che a sua volta include il Monte Nuovo: l'ultimo vulcano di questa serie e di tutti i Campi Flegrei. A sud di Baia si trova poi ancora un altro piccolo cratere di tufo grigio, detto Fondi di Baia.

Naturalmente il più importante di tutta questa serie di crateri è il cratere-lago di Averno, non solo per la sua ampiezza e profondità, ma anche perchè esso, eccezionalmente nei Campi Flegrei, ha eruttato, oltre le consuete ceneri e i lapilli, le pomici e le scorie e i blocchi del tufo giallo sottostante, anche delle piccole scorie di leucotefrite, con belli cristalli di leucite, che ora formano un piccolo banco nella parte superiore del fianco settentrionale del cratere.

Il cratere di Averno è colmo, per circa 40 m. d'altezza, dall'acqua dolce, che forse un dì, circolando sotterra, alimentava le sorgenti ter-

mominerali di Tripergole e che quivi, nel settembre del 1538, provocò l'esplosione del Monte Nuovo: il quale con l'eruzione di ceneri, lapilli, pomici e in ultimo di scorie trachifonolitiche, chiuse, per ora, la storia dell'azione vulcanica dei Campi Flegrei.

La quale storia si può, con qualche esitazione ed incertezza, ricapitolare nel quadro seguente:

Eruzioni subaeree	Terzo Periodo	Esplosioni ed eruzioni di ceneri, lapilli, pomici, sciolte o consolidate in tufi.			Eruzioni di scorie e lave.
		Monte Nuovo		Eruzioni e fumarole della Solfatara	Scorie di Monte Nuovo
		Fondi di Baja Averno Monte Grillo Monte Ruscello	Crateri interni di Astroni e vulcanetti di Cigliano, Campana, S. Teresa, Crisci, etc.		Leucotefrite dell'Averno
					Lave recenti della Solfatara (M. Olibano) — Lave dei crateri interni di Astroni — Scorie dei crateri di Campana.
			Formazione della cerchia esterna di Astroni.		Lave antiche della Solfatara.
		Eruzioni detritiche di Agnano.			Scorie di Monte Spina e massa trachitica della Caprara.
		Esplosioni di Fuorigrotta, Soccavo, Pianura, Quarto, Teano, etc.			Eruzioni scoriacee di S. Maria del Pianto, e dei Ponti Rossi, della Montagna Spaccata, di Fondo Riccio e Concola.
Eruzioni sottomarine	Secondo Periodo	Tufo giallo di Nisida, Posillipo, Vomero, Capodimonte, Camaldoli, Gauro, Pozzuoli, Quarto, Monte di Cuma, Monte di Procida, Miseno, etc.			Masse trachitiche di Montesanto e del Vomero?
	Primo Periodo	Brecce e conglomerati dei Camaldoli, di Cuma, del Monte di Procida, di Montesanto, etc.			Lave scoriacee di Cuma, del Monte di Procida, etc.
		Tufi pipernoidi della Campania.			Piperno — Trachite di Cuma.

CONCLUSIONE

Concludendo: noi abbiamo visto, che nel golfo di Napoli, verso il finire del Pliocene e il principiare del Pleistocene, mentre si sollevava la catena appenninica, sotto le acque del mare e sopra un'area di dislocazione locale, avvenivano delle manifestazioni eruttive, che formarono la base delle contrade vulcaniche, che ora cingono la città di Napoli.

Nella parte di dette contrade, che è rappresentata dai Campi Flegrei, è ora visibile una serie successiva di formazioni eruttive, di cui le inferiori rivelano palesi segni di un'origine sottomarina, mentre le superiori mostrano di essersi formate subaereamente. Inoltre le prime fanno fede di fenomeni più estesi e più grandiosi; mentre le seconde corrispondono a manifestazioni eruttive, che vanno successivamente limitandosi di intensità e di estensione.

Le più profonde di tali formazioni dei Campi Flegrei sono le lave e i tufi pipernoidi, che corrispondono ai tufi grigi, i quali costituiscono tutta la piattaforma della Campania. Seguono a questi delle serie di brecce, di conglomerati e dei banchi di scorie; e il tutto di questa prima serie sottomarina è ricoperto dalle grandi masse di tufo giallo, che formano l'ossatura di tutte le colline comprese tra Napoli e Cuma.

All'eruzione del tufo giallo seguì un sollevamento e una denudazione; dopo di che ebbe principio all'aria aperta una serie di eruzioni, largitrice massimamente di ceneri, lapilli e pomici (disciolti o aggregati a costituire dei tufi grigi) e fornitrice anche di alcune lave di natura trachiandesitica.

Le eruzioni di questa seconda serie subaerea si svolsero in un'area più limitata ed interna, e più spostata verso il sud e il mare, di quelle della precedente. E non solo ciò, ma anche i singoli vulcani di questa serie andarono successivamente (sebben saltuariamente) diminuendo di intensità e d'estensione: a cominciare dalle grandi eruzioni del vasto cratere d'Agnano a finire al parossismo del recentissimo Monte Nuovo.

In tal guisa, i fuochi vulcanici, che prima, verso il principio del Pleistocene, ardevano intensamente su tutta l'area dei Campi Flegrei, ora si sono ristretti a pochi punti della sua costa meridionale; e l'energia eruttiva si è accentrata un po' più a sud, nel Vesuvio. L'azione vulcanica, che accompagna sempre i movimenti orogenici, ha seguito anche in questo caso il sollevamento dell'Appennino; che, cominciato prima a nord, s'è poi prolungato ed attardato verso sud. E così il fuoco sotterraneo, che prima animò i vulcani della Maremma Toscana e dell'Agro Romano, passando per le Isole e i Campi Flegrei e il Vesuvio, si è ora spinto più a sud, verso le Eolie ardenti e l'Etna nevosa, la colonna del cielo.

(Il lavoro originale, completo, con tre tavole a colori, è pubblicato nel *Quarterly Journal of the Geological Society of London*, 13 Aprile 1904)

Napoli, Museo Geologico, Giugno 1904.

RAPPORTO *sulla Nota: « Contributo alla conoscenza dei pigmenti melanici » della dott.* M. Bakunin *e del dott.* G. Dragotti.

(Adunanza del dì 9 Luglio 1904)

In questa nota gli autori si occupano dei pigmenti isolati dai noduli melanotici. Estraggono e giungono ad isolare due pigmenti di proprietà fisiche simili, ma di composizione chimica assolutamente diversa.

Determinano per ambedue la composizione centesimale, stabilendo le formule più probabili in base ai sali di argento e al contenuto in zolfo.

Delle due melanine l'una ha caratteri più acidi dell'altra, ambedue però sono atte a dare sali.

L'avvalersi del differente comportamento colla piperidina dei due corpi è un utile ed ingegnoso ritrovato per la separazione di queste sostanze, sulle quali i solventi neutri ed acidi hanno un'azione quasi nulla.

Per l'importanza dell'argomento e l'accuratezza del lavoro la vostra commissione ne propone la pubblicazione nei Rendiconti di questa Accademia.

G. PALADINO
A. PIUTTI
A. OGLIALORO, *relatore.*

CONTRIBUTO ALLA CONOSCENZA DEI PIGMENTI MELANICI; *Nota della dott.* **M. Bakunin** *e del dott.* **G. Dragotti.**

(Adunanza del dì 9 Luglio 1904)

Numerose ricerche sono state eseguite sulle sostanze comprese sotto il nome generale di melanina sia di formazioni patologiche come quelle isolate da tumori di uomini e di cavalli, in persone affette da malaria, da morbo di Addison etc., sia di formazioni fisiologiche come quelle della coroidea, della cute dei negri, dei peli e del nero del mantello delle seppie. Ma per quanto vi sia grande uniformità nei caratteri chimici e fisici delle sostanze isolate, le formole, alle quali si giunge in seguito ad analisi di tali corpi, sono tutte differenti. E tale differenza si riscontra non solo nei pigmenti melanici di diversa formazione, ma anche in quelli di formazione apparentemente identica.

Di questi pigmenti fin dal 1847 (Virchow's Arch. 1847, pag. 433) si occupò il Virchow, che riporta le analisi fatte da Schmidt e da Melsens sul pigmento nero dei pulmoni, la percentuale di C del quale oscillerebbe fra 66 e 96 ed uguale discordanza si avrebbe nelle determinazioni di N, di H e di O.

Nello stesso anno (Virchow's Arch. 1847, pag, 477) Heintz avendo analizzato il pigmento meccanicamente isolato da un tumore e lavato con potassa bollente, alcool, etere, acido cloridrico ed acqua trova

C = 53,75 , H = 3,93 , N = 7,38. Ceneri libere di ferro = 1,37.

Più ricco in N ed H e più povero in C si mostra il pigmento ricavato da Dressler da un tumore melanotico a mezzo della putrefazione e lavato con acidi, alcali, acqua ed alcool.

C = 51,7 H = 5,07 N = 13,24

La fimatorusina che il Berdez e il Nenki (Arch. für Pharm. und Pathol., 1886, 20, 346) isolano dal fegato e dalla milza di un individuo affetto da melanosi lavando il pigmento con alcool, etere, sciogliendolo in potassa, precipitando con acido cloridrico e seccando a stufa a 110°, è solubile in alcali, carbonati alcalini, ammoniaca. Secondo i calcoli degli autori il paziente doveva per lo meno avere 500 gr. di fimatorusina. Le analisi danno in media

C = 53,50 H = 3,90 N = 10,55 S = 10,7

e lo Schmiederberg presceglie per essa la formola

$$C_{24}H_{20}N_4S_2O_7$$

Anche il Mörner (Zeitschr. f. phisiol. Chemie 1887, 11,66) dai reni e dal fegato di un uomo morto per sarcoma melanotico, nonchè dalle urine estrae il pigmento melanico purificandolo dopo varii altri trattamenti con soluzione di soda e precipitazione con acido acetico. Il prodotto è ricco in cenere contenendone da 2,02 a 9,38 % ed in esse si trova ferro. Per i caratteri chimici si avvicina alla fimatorusina, se ne allontana per la composizione. Infatti l'analisi dà

per il pigmento del tumore

C = 55,72 H = 6,0 N = 12,30 S = 7,97 Fe = 0,072

per il pigmento isolato dall'urina con barite

C = 55,76 H = 5.95 N = 12,27 S = 9,01 Fe = 0 20

per il pigmento isolato dall'urina con acetato di piombo

C = 58,07 H = 8,03 N = 11,08 S = 4,75 Fe = 0,20

Per il primo dei pigmenti lo Schmiederberg assegna la formola

$$C_{36}H_{43}N_7S_2O_7 + 1\,{}^1/_2\,H_2O.$$

Il Nenki ed il Sieber (Arch. f. Pharm. und Pathol., 24, 17) non ànno potuto isolare sostanza simile alla fimatorusina da un melanosar-

coma del fegato, metastasi di un tumore dell'occhio, ma invece un pigmento simile a quello della coroidea. Gli stessi autori notarono pure che la sostanza colorante, che si trova negli individui affetti dal morbo di Addison, mostra una diversa composizione.

Brandl e Pfeiffer (Zeitschr. f. Biologie, 1889, XXVI, 348) dai noduli molli del fegato isolano il pigmento melanico sia meccanicamente, si estraendolo con trattamenti chimici differenti (potassa a caldo e a freddo e precipitazione con acido cloridrico, ebollizione prolungata con acidi, digestione in succo gastrico). Le analisi delle varie porzioni così ottenute, nonchè dei residui di tali trattamenti sono abbastanza concordanti, il ferro è sempre da loro ritrovato in una quantità oscillante da 0,42 a 0,62 %, il C e l'N abbastanza costanti tra 53,58 e 53,97 l'uno e 9.9 a 10,58 l'altro, l'H tra 4 e 5, ed infine lo zolfo da un massimo di 3,6 scende ad un minimo di 1,93. Da queste ricerche gli autori concludono che l'acido cloridrico non ha la capacità di eliminare il ferro, come da altri è stato ammesso, e che la diminuzione di S non è da attribuirsi ad un'eliminazione d'impurità dovuta ad albumina, la quale è assai più povera in S, nè vi si riscontra un rapporto che potrebbe spiegarsi colla maggiore solubilità dell'albumina nella potassa.

Gli autori propendono perciò a credere che la sostanza subisca in tali trattamenti delle decomposizioni, che non appaiono dai caratteri fisici ma dal contenuto in zolfo.

Neumann (Virchow's Arch., 1889, 116) in un fegato melanotico non ebbe la reazione microscopica del ferro.

Moritz Wallach (Virchow's Arch. 1890, 119) è per la presenza del ferro nei melanosarcomi.

John Abel (Virchow's Arch., 1890, 120) non crede di doversi dare il nome di melanina a sostanze più o meno brune, che danno le reazioni del ferro, e che sono o albuminati o altri composti di ferro nè crede giusto che per tracce di ferro riscontrate in melanine, esso debba considerarsi come un costituente delle stesse, mentre non ne rappresenta che un'impurità.

Dei pigmenti melanotici, come pure della costituzione di tutti i corpi albuminoidei si occupa in una sua memoria lo Schmiederberg (Arch. f. Pharm. und Pathol., 1897, 39, pag. 1) allo scopo di stabilire il rapporto tra le albumine e la melanina.

Dalla siero-albumina di sangue di cavallo e dal peptone di Witte per azione degli acidi produce ed isola dei pigmenti neri che chiama acidi melanoidinici, per i quali deduce formole differenti di quelle che assegna alla melanina isolata da un sarcoma digerito in succo gastrico debitamente lavato con potassa, acido cloridrico, acqua, alcool ed etere. La composizione centesimale

C = 54,93 H = 5,11 N = 9,28 S = 2,13 Fe = 2,7

lo induce ad assegnarle la formola

$$C_{68}H_{72}N_{10}SO_{26} + \frac{1}{2} H_2O$$

Un altro pigmento precipitato con acido cloridrico dalla soluzione sodica di questa stessa porzione prima ancora di essere purificata fu dopo convenienti lavaggi analizzata; essa dà una percentuale di

$$C = 53,80 \qquad H = 4,72 \qquad N = 9,02$$

che risponderebbe alla formola

$$C_{68}H_{64}N_{10}SO_{26} + 2\frac{1}{2} H_2O.$$

Differente è la composizione del sale di rame, che prepara dai residui varii dei preparati precedenti, sciogliendo in potassa, acidificando con acido acetico, che non precipita queste melanine, e precipitando con acetato di rame e ripetendo più volte questo trattamento a scopo di purificazione.

I dati analitici sono

$$C = 42,43 \qquad H = 3,87 \qquad Cu = 12,28 \qquad N = 7,28 \qquad S = 1,66$$

che risponderebbero alla formola

$$3(C_{68}H_{48}Cu_4N_{10}SO_{26} + 13H_2O) + (C_{68}H_{50}Cu_3N_{10}SO_{26} + 13H_2O)$$

Differente ancora è il preparato di sale di rame ottenuto da altri residui, i cui dati analitici

$$C = 41,71 \qquad H = 4,03 \qquad Cu = 14,68 \qquad N = 8,02$$

risponderebbero alla formola

$$\left(C_{68}H_{57}Cu_4N_{11}SO_{26} + 10H_2O\right) + \left(C_{68}H_{55}Cu_3N_{11}SO_{26} + 10\frac{1}{2} H_2O\right)$$

Ed in ultimo accenna ad un'altra melanina più ricca in N isolata a mezzo del sale di rame da altri residui e che risponderebbe alla formola

$$C_{68}H_{67}N_{13}SO_{26} + 3\frac{1}{2} H_2O$$

Anche tumori di cavalli furono presi in esame da Berdez e Nenki (l. c.), che isolano tanto i granuli di ippomelanina quanto l'acido ippomelanico il primo lavato solo con potassa il secondo disciolto in potassa e precipitato con acido cloridrico.

Le percentuali sono:

I	C = 55,61	H = 3,82	N = 10,87	S = 2,81
II	C = 53,60	H = 3,88	N = 10,48	S = 2,84

Secondo lo Schmiederberg dovrebbesi assegnare ad essi le due formole

$$\text{I} \qquad C_{52}H_{39}N_9SO_{18} + \frac{1}{2} H_2O$$

$$\text{II} \qquad C_{52}H_{39}N_9SO_{18} + 3H_2O$$

Da un sarcoma melanotico di una milza di cavallo colla putrefazione il Miura (Virchow's Arch., 1887, 107, 250) ha ricavato un pigmento che trattato con succo gastrico, liscivia, alcool ed etere per debitamente lavarlo, ed in tali condizioni esaminato dà una composizione non discordante molto da quella di Berdez e Nenki

C = 54,50 H = 5,06 N = 10,75 S = 2,72

Scherer (Ann. der Chemie und Pharm., 1841,40,63) dalla coroidea degli occhi di bue servendosi di mezzi meccanici, di lavaggio con acqua, alcool ed etere isolava un corpo piceo friabile contenente 9,8 % di cenere.

C = 56,88 H = 5.95 N = 13.76 O = 23,41

Per lo Schvarzenbach (Viertel., Bd. 11, pag. 37) il contenuto di sostanze inorganiche nel nero degli occhi di capra è di 7,94, per la massima parte costituite di ferro.

Questo corpo secondo il Gmelin (Handbuch der Organ. Chemie, Bd. 8), che per isolarlo opera nel medesimo modo solo filtra attraverso pannolino per allontanare i resti delle membrane, si scioglie lentamente in potassa con sviluppo di ammoniaca.

Sieber (Arch. f. Pharm. und. Pathol., 1886, 20, 362) isola il pigmento meccanicamente tanto dall' iride e dalla coroidea dell'occhio di bue quanto dagli occhi di porco curando di bollirlo due ore con acido cloridrico al 10 % e lavando con alcool ed etere.

Questo pigmento del solito aspetto piceo è insolubile nei solventi, poco solubile negli alcali e negli acidi minerali, esso è libero di zolfo e di ferro e contiene,

C = 60 8 H = 4 75 N = 10,81 Ceneri = 2,15

Il pigmento degli occhi di porco dà una percentuale di C un po' inferiore.

Dai capelli isola un pigmento facilmente solubile in alcali libero di cenere e ferro ma con zolfo, rispondente alla seguente composizione

C = 57,6 H = 4,2 N = 11,6 S = 2,1 O = 24,5

Hirschfeld (Zeitschr. f. Physiol. Chemie, 1889, 407) dalla coroidea dei buoi isola in modo simile al Sieber il pigmento, lo scioglie poi in potassa e riottiene il pigmento acidificando con a. cloridrico e lavando con alcool ed etere. Col disseccamento in stufa la solubilità di questa sostanza negli alcali scema.

Rosow (Arch. für Ophtalmologie, 9, III, pag. 63) tratta il pigmento con acido acetico e secca il residuo sotto la campana pneumatica, la percentuale di questo prodotto è

C = 54,29 H = 5,35 N = 10,18 O = 30 Ceneri = 0,59

Rosow e Scherer hanno trovato ferro mentre Sieber ed Hirschfeld non lo hanno trovato; lo zolfo fu trovato da Rosow, Scherer ed Hirschfeld.

Landolt (Zeitschr. fur Phisiol. Chemie, 1895, 28) si serve di mezzi meccanici per isolare il pigmento, ne facilita il deposito in acqua con solfato ammonico, lava con alcool, etere, cloroformio, solfuro di carbonio, acido acetico etc.

La composizione del pigmeuto usando metodi di isolamento differenti mostra essere

C = 54,56 H = 5,34 N = 12,70 Ceneri 1,90

Il contenuto in ferro è solo di 0,01 %.

Secondo l' autore manca uno stroma nei granuli di pigmento. Per azione degli alcali e degli acidi il contenuto in C scema e sale l' N; così si spiega la differente composizione del pigmento di Rosow, di una porzione dal Landolt trattata con cloridrato di pepsina e di una altra dallo stesso Landolt e dal Sieber trattata con acido cloridrico.

L'autore si occupa dei prodotti di decomposizione di questo corpo, argomento che per ora non è trattato in questo lavoro.

Il pigmento della cute dei negri e dei peli fu studiato da Abel e Davis (Journal of experimental Medic., 1896, 1, 361).

Essi l' isolano trattando l' epidermide o i peli con potassa fredda, lavando il deposito con alcool e acido cloridrico e sciogliendo poi in potassa e precipitando con acido acetico.

La composizione centesimale del pigmento della cute è

C = 54,2 H = 3,67 N = 14,09 S = 3,55

quella del pigmento dei peli è

C = 52,70 H = 3,26 N = 10,24 S = 3,60

Nenki e Sieber (Arch. f. experiment. Pharm. und Pathol., 24,17) hanno pure studiato il pigmento che si trova nel mantello delle seppie. Essi con ripetute soluzioni in potassa e precipitazioni con acido cloridrico isolarono e purificarono una sostanza nera brillante cui diedero il nome di acido sepico e che all'analisi dà

C = 56,36 H = 3,65 N = 12,44 S = 27,03

Krukenberg (Centralblatt f. d. med. Wissenschaften, 1883, 44, 785) studiò il pigmento nero del guscio dei gasteropodi, egli ritiene che esso derivi dalla successiva trasformazione di altri pigmenti di vario colore.

Da tutto quanto è stato riportato appare assai evidente la grande discordanza nella composizione centesimale di tutti questi pigmenti.

È assai probabile che tutte queste melanine differentemente localizzate abbiano differente costituzione chimica, ma è anche più probabile che ciascuna di esse sia realmente una mescolanza di sostanze melanogene e quindi la diversità dei metodi di estrazione applicata ed il grado differente di purità raggiunta sieno le principali cause della discordanza nei risultati avuti.

Per recare un contributo alla soluzione di un così difficile problema, la quale permetterebbe forse di giungere a determinare le sostanze madri dalle quali si originano tali corpi, s'intraprende lo studio delle sostanze isolate non solo da tumori melanotici ma anche da tumori di differente natura per poi, se sarà il caso, estendere le ricerche ai pigmenti che fisiologicamente si ritrovano nell'organismo.

Il materiale che è stato oggetto di queste ricerche fu raccolto dal compianto Prof. Armanni nella sezione necroscopica di un individuo morto nella 7.ª sala dell'Ospedale degl' Incurabili. Questo individuo presentò in vita un sarcoma melanotico primario del ginocchio destro, ragione per cui gli fu amputato l'arto. Dopo qualche mese dall'operazione si notò riproduzione del tumore con numerose metastasi per tutto il corpo. Alla sezione necroscopica infatti furono trovati numerosi noduli d'ogni grandezza, carichi di pigmento, che infiltravano la pelle, il peritoneo, le glandule mesenteriche, la milza, il fegato, i reni, le sierose pleurali, i pulmoni, le glandole del mediastino etc.

Questi noduli si presentano come grappoli di un color nero intenso, durissimi fino al punto da non poter essere rotti con la pressione

delle dita. I mezzi meccanici si mostrarono tutti inadatti ad isolare la sostanza nera, dai tessuti che la racchiudevano, inadatti tutti i solventi come benzina, alcool, cloroformio, acetone, eteri, xilolo, solfuro di carbonio che tutti a caldo come a freddo non determinano alcuna alterazione della massa; nè migliore risultato si ebbe con l'acido acetico e cloridrico concentrati, l'acido nitrico e solforico non furono usati per le troppo profonde modificazioni, che avrebbero potuto provocare.

I carbonati alcalini e la barite salvo lievi abbrunimenti sono anch'essi senza azione dissolvente neppure sui tessuti, sicchè dovette ricorrersi alla soda.

Questa già ad una concentrazione minima al 2 % attacca le membrane e si colora in bruno. Non si è potuto osservare durante tale reazione alcuno svolgimento di sostanza gassosa, nè, come da altri è stato detto, la presenza di vapori ammoniacali.

A freddo si ebbe una soluzione colorata in bruno non molto intensamente dalla quale l'acido cloridrico separa la sostanza polverosa bruniccia.

Continuando a trattare la massa con soda della medesima concentrazione ma a lieve calore l' abbrunimento del liquido è assai più intenso, le ultime soluzioni che si hanno o prolungando il riscaldamento per parecchie ore con soluzioni diluite o usando soluzioni di soda concentrate al 5 % sono assai più brune.

Resta indisciolto del residuo bruno in quantità scarsa. Avendo ricercato in esso il ferro lo si trovò in quantità minime così da non indurre a conchiudere che lo stesso si fosse eliminato dalla melanina in questi trattamenti, nè successivamente nelle acque madri cloridriche derivanti dalle decomposizisne delle soluzioni sodiche con acido cloridrico, si ritrovò altro che tracce di ferro dovute ai reattivi impiegati.

I liquidi sono difficilmente filtrabili, nè è consigliabile l'uso della pompa perchè la carta diventa impermeabile, in generale le filtrazioni procedettero assai lungamente e durarono parecchi giorni.

L'addizione di acido cloridrico nei varii liquidi determina la separazione di una polvere di un bruno tabaccoso senza splendore nelle prime soluzioni, di un nero intensissimo piceo nelle ultime che contengono le parti meno facilmente solubili in soda.

Questi precipitati furono sottoposti a lavaggio per parecchi giorni, finchè i liquidi non davano alcuna reazione di cloruri, lavaggio che fu ripetuto sulla sostanza disseccata e triturata; il disseccamento fu fatto a stufa ad acqua.

Si isolarono così gr. 35 della melanina matta e gr. 14 della melanina brillante.

Calcinate entrambe le porzioni danno un residuo tenuissimo.

I da gr. 0,5877 di melanina matta gr. 0,0007 di cenere.

II da gr. 0,2935 della stessa porzione gr. 0,0005 di cenere.

III da gr. 0,3057 della stessa porzione gr. 0,0005 di cenere e per cento

I	II	III
0,11	0,12	0,16

da gr. 0,2347 di melanina brillante gr. 0,0006 di cenere e per cento 0,25.

Queste ceneri si mostrano costituite da tracce di fosfati e solfati, tracce di calcio, di silice e di ferro, questo in quantità anche minore degli altri elementi ed evidentemente questo tenue contenuto in cenere è dovuto ad impurità e pare che non abbia da fare con la costituzione del corpo.

Per quanto riguarda il comportamento con i solventi e gli acidi ecco quanto si è osservato per la melanina bruna matta: gli alcooli etilico, metilico, amilico si colorano appena e per evaporazione lasciano un residuo bruno scarsissimo; la glicerina si colora un po' più intensamente e riscaldando si avverte un odore di corno bruciato; la benzina, lo xilolo, il toluene, l'etere solforico ed acetico, il solfuro di carbonio non si colorano affatto; l'acido acetico e tartarico si colorano leggermente.

La soluzione alcoolica di anilina assume anche dopo lunga ebollizione un colore gialletto pari a quello che si ha col solo alcool.

La soluzione alcoolica di fenilidrazina dopo ebollizione assume una tinta rosso-bruna, ma la massima parte della melanina resta immodificata.

La soluzione alcoolica di piperidina dopo ebollizione si colora intensamente in bruno, ma una porzione del corpo malgrado l'ebollizione prolungata e l'eccesso di piperidina non mostra sciogliersi.

L' ammoniaca e la potassa entrambe in acqua sciolgono gradatamente a caldo tutta la sostanza.

Per la *porzione nera brillante* l' insolubilità rispetto ai solventi neutri ed acidi è ancora più accentuata dando tenuissime quelle colorazioni ricordate precedentemente; la solubilità di essa diminuisce anche nelle basi, nella soluzione alcoolica di anilina e fenilidrazina non si scioglie quasi; nella soluzione alcoolica di piperidina anche dopo lunga ebollizione non si ha che un leggerissimo abbrunimento del liquido ed il corpo resta apparentemente immodificato.

Nell'ammoniaca e nella potassa finisce per sciogliersi completamente mostrando solo una difficoltà di combinazione maggiore che nella porzione precedente.

Le combustioni delle varie porzioni di melanina e dei loro derivati sono state penosissime, data la difficoltà che presentano nel bruciare per la quale ogni combustione se non lungamente protratta dava

risultati in difetto per il carbone; questo spiega anche alcune discordanze.

Le analisi delle due porzioni hanno dati i seguenti risultati.

Melanina bruna matta.

I da gr. 0,2759 di sostanza gr. 0,1608 di H_2O e gr. 0,5676 di CO_2

II da gr. 0,2065 della stessa porzione gr. 0,1260 di H_2O e gr. 0,4353 di CO_2

III da gr. 0,2052 della stessa porzione gr. 0,1264 di H_2O e gr. 0.4281 di CO_2 [1])

IV da gr. 0,2385 della stessa porzione gr. 0,1469 di H_2O e gr. 0,5010 di CO_2

V da gr. 0,3910 $\sqrt{\frac{769,5}{18}}$ cc. 32,2 $= \sqrt{\frac{760}{0^0}}$ cc. 29,98 di N

VI da gr. 0,2563 $\sqrt{\frac{756,7}{17}}$ cc. 21 $= \sqrt{\frac{760}{0^0}}$ cc. 19,30 di N

VII da gr. 0,203 della stessa stessa porzione gr. 0,0538 di $Ba\,SO_4$

e per cento

	I	II	III	IV	V	VI	VII
C	56,10	57,48	56 92	57,61	—	—	—
H	6,43	6,78	6,82	6,83	—	—	—
N	—	—	—	—	9,63	9,49	—
S	—	—	—	—	—	—	3,64

Melanina brillante.

I da gr. 0,1886 di sostanza gr. 0,1148 di H_2O e gr. 0,3769 di CO_2 da cui tolto 0,0134 di $SO_2 = 0,3635\ CO_2$

II da gr. 0,2149 della stessa porzione gr. 0,1288 di H_2O e gr. 0,4293 di CO_2 da cui tolto 0,0153 di $SO_2 = 0,4140\ CO_2$

III da gr. 0,2535 della stessa porzione $\sqrt{\frac{764,1}{16}}$ cc. 21,7 $= \sqrt{\frac{760}{0^0}}$ cc. 20,24 di N

IV da gr. 0,2538 della stessa porzione $\sqrt{\frac{763,4}{17}}$ cc. 22,2 $= \sqrt{\frac{760}{0^0}}$ cc. 20,57 di N

V da gr. 0,1565 della stessa porzione gr. 0,0411 di $BaSO_4$

VI da gr. 0,1048 della stessa porzione gr. 0,0264 di $BaSO_4$

---

[1]) Tali porzioni parendo evidentemente mescolanze si trascurò tener conto dello S nelle combustioni. Per le altre sostanze si preferì all' intervento di altri corpi, che determinano sempre perdite in CO_2, sottrarre semplicemente dalla CO_2 trovata l'SO_2 calcolata per la sostanza stessa.

è per cento

	I	II	III	IV	V	VI
C	52,50	52,54	—	—	—	—
H	6,73	6,65	—	—	—	—
N	—	—	10,06	10,19	—	—
S	—	—	—	—	3,60	3,62

Dai caratteri chimici e dai risultati analitici delle due porzioni pare che la prima porzione non sia che una mescolanza di sostanze diverse, mentre la seconda con ogni probabilità sia un'unica sostanza; perciò ci siamo proposti di determinare la composizione di quest'ultima, e di isolare nella mescolanza i componenti della stessa.

Calcolando le quantità degli elementi che sono aggregati ad un atomo di zolfo la formola più semplice che può darsi alla melanina brillante è

$$C_{39}H_{38}N_6SO_{15}$$

per la quale si calcola

$$C = 53,06 \qquad H = 6\,57 \qquad N = 9,52 \qquad S = 3,62$$

la percentuale ricavata dalla media delle analisi è

$$C = 52,52 \qquad H = 6,64 \qquad N = 10.12 \qquad S = 3,50$$

I caratteri acidi di questo corpo permettono la preparazione dei suoi sali.

I sali sodici e potassici sono troppo solubili per isolarli, nè è possibile limitare l'addizione della base, mancando una indicazione della avvenuta neutralizzazione della sostanza. Invece è assai agevole la preparazione del sale di argento.

Azione dell'Ammoniaca acquosa

La melanina bollita con soluzione ammoniacale acquosa si trasforma gradatamente in un composto solubile in acqua, che colora intensamente il liquido in bruno anche se si scaccia l'eccesso di ammoniaca.

Questo liquido evaporato a bagno maria o spontaneamente lascia una massa friabile di uno splendore piceo, nerissima. Tale massa conserva intera la sua solubilità in acqua, ma se acidificata lascia precipitare una sostanza che pare essere la melanina primitiva immodificata.

Se le soluzioni di questo corpo alquanto concentrate si addizionano ad alcool ed etere così da dare una mescolanza miscibile si separa in fiocchi un corpo simile a quello ora ricordato, che si deposita per eva-

porazione, il quale come quello conserva la capacità di sciogliersi con gran facilità nell'acqua.

Decantando il liquido madre etereo alcoolico acquoso e lavando con altro etere il deposito lo si può con gran facilità raccogliere in fondo ad una capsula senza l'inconveniente di usare carta da filtro alla quale si attacca.

Questo corpo avrebbe dovuto essere il sale ammonico e rispondere analogamente al sale di argento alla formola

$$C_{39}N_6H_{56}SO_{15}$$

per la quale si calcola

$$C = 51,09 \qquad H = 6,99 \qquad N = 12,22$$

Le analisi di questo corpo hanno dato

I da gr. 0,1197 di sostanza gr. 0,0664 di H_2O e gr. 0,2342 di CO_2 da cui tolto 0,0081 di $SO_2 = 0,2243$

II da gr. 0,0898 di altra porzione gr. 0,0485 H_2O e gr. 0,1711 di CO_2 da cui tolto 0,0006 di $SO_2 = 0,1705$

III da gr. 0,1555 di altra porzione $\sqrt{\frac{763,1}{32}}$ cc. 14,6 $= \sqrt{\frac{760}{0^0}}$ cc. 12,52 di N

e per cento

	I	II	III
C	51,18	50,7	—
H	6,16	6	—
N	—	—	10,2

risultati, che si avvicinerebbero alla percentuale di un idrato della formola

$$C_{39}N_6O_{15}SH_{56}(OH)_2$$

pel quale si calcola

$$C = 51,19 \qquad H = 6,34 \qquad N = 9,19$$

Ma prima di pronunziarsi su tale corpo conviene ripreparare ed analizzarlo nuovamente.

Sale di Argento

La soluzione acquosa del composto ottenuto con ammoniaca precipita con grande facilità per addizione di nitrato d'argento.

Si separa un precipitato bruno fioccoso, che diventa perfettamente nero se viene seccato.

Data la facilità con la quale le soluzioni alcaline o dei corpi solu-

bili, ottenuti con gli alcali o con altre basi, precipitano con acido, occorre che il nitrato di argento sia perfettamente neutro. Le acque madri restano dopo l'aggiunta di nitrato d'argento perfettamente limpide ed incolori. Il composto che si separa viene raccolto su filtro e lavato abbondantemente sino a cessazione della reazione dello argento; le acque di lavaggio passano lievemente giallette.

Il composto staccato dalla carta e seccato in capsula a 100° in stufa ad acqua fu analizzato:

I da gr. 0,1776 di sostanza gr. 0,0813 di H_2O e gr. 0,2784 di CO_2

II da gr. 0,1510 della stessa porzione gr. 0,0677 di H_2O e gr. 0,2434 di CO_2 da cui tolto 0,0087 di $SO_2 = 0,2347$

III da gr. 0,1528 della stessa porzione $\sqrt{\frac{764,8}{21}}$ cc. $9,8 = \sqrt{\frac{760}{0^0}}$ cc. 8,93 di N

IV da gr. 0,1911 della stessa porzione gr. 0,0376 di argento

V da gr. 0,2272 della stessa porzione gr. 0,0458 di argento

VI da gr. 0,1630 della stessa porzione gr. 0,0461 di $Ba\ SO_4$ [1])

VII da gr. 0,0430 della stessa porzione gr. 0,0095 di $Ba\ SO_4$

e per cento

	I	II	III	IV	V	VI	VII
C	42,7	42,38	—	—	—	—	—
H	5,08	4,96	—	—	—	—	—
N	—	—	7,37	—	—	—	—
S	—	—	—	—	—	3,8	3,03
Ag	—	—	—	19,67	20,1	—	—

Dalle riportate analisi si potrebbe per il sale di argento ricavare la seguente formola

$$C_{39}H_{36}N_6SO_{13}Ag_2$$

per la quale si calcola

$C = 42,70$ $H = 5,10$ $N = 7,66$ $Ag = 19,79$ $S = 2,91$

Di questa stessa melanina sono in corso di preparazione i composti con il ferro e con il rame, quest'ultimo interessante anche per le formole speciali alle quali lo Schmiederberg dovette ricorrere per spiegare il rapporto con le sostanze madri.

---

[1]) Il solfato di Ba si presentava annerito certo per la presenza di sali di Ag.

Trattamento della melanina bruna matta con la piperidina

Tra le proprietà che caratterizzano questa sostanza vi è quella di comportarsi non in modo uniforme con la piperidina.

Infatti bollita in una soluzione alcoolica di questa base una parte si trasforma in una sostanza solubile in acqua, mentre un' altra porzione non subisce modificazioni.

Presi una diecina di grammi di questa melanina matta si lasciò bollire per parecchie ore in apparecchio a ricadere con alcool e piperidina, decantando tratto tratto il liquido e rinnovando la soluzione alcoolica. Mentre al principio l' alcool si colora intensamente in bruno sciogliendo quantità notevoli di sostanza, nei trattamenti successivi la colorazione dell'alcool diventa sempre meno intensa fino ad essere trascurabile e questo malgrado la presenza di una non lieve quantità di sostanza nera, che umida ha un aspetto di granuli rigonfii mucillaginosi, aspetto che lascia poi nel seccarsi apparendo friabile nera e brillante.

Prima pareva trattarsi di due composti differenti colla piperidina l' uno solubile in alcool ed in acqua, l' altro insolubile; ma in seguito, le analisi ed il paragone delle proprietà della parte insolubile con la melanina nera brillante precedentemente analizzata, isolata con gli ultimi trattamenti con potassa, come è stato già detto, ci indussero a ritenerla proprio per quella melanina brillante, alla quale è stata pel momento assegnata la formola

$$C_{39}H_{58}N_6SO_{15}$$

che si combina affatto o pochissimo alla piperidina.

La porzione di questa mescolanza di melanine, che bollita con alcool e piperidina entra in soluzione, può essere precipitata dalla soluzione per addizione di etere.

Si separano così dei fiocchi bruno-tabacco, che vennero raccolti, lavati abbondantemente con etere fino a scomparsa della reazione della piperidina ed indi posti ad asciugare nel vuoto.

Si osserva che la sostanza tende ad assumere lo stato quasi gommoso, per la qual cosa è consigliabile staccare dalla carta il precipitato e triturarlo in mortaio in presenza di etere. Quando si asciuga si ricovre di una patina lucida di un nero differente dal bruno tabaccoso della massa, forse tale fatto è dovuto ad un'alterazione del composto in presenza dell'aria o solo ad un differente stato fisico che il rapido evaporarsi dell'etere alla superficie determina.

Il composto è solubilissimo in acqua, in ammoniaca, in alcool etilico, metilico, in glicerina, insolubile in etere, in cloroformio, in benzina, in etere di petrolio, in xilolo, in toluene, in solfuro di carbonio, in

etere acetico, quest' ultimo si colora pochissimo. L'acido acetico si colora in giallo-bruno. l'acido cloridrico concentrato in giallo.

Le analisi hanno dato:

I da gr. 0,1123 di sostanza gr. 0,075 di H_2O e gr. 0,2331 di CO_2

II da gr. 0,1458 di un' altra porzione gr. 0,1040 di H_2O e gr. 0,2892 di CO_2

III da gr. 0,1580 di un' altra porzione gr. 0,108 di H_2O e gr. 0,3260 di CO_2

IV da gr. 0,1685 di un' altra porzione gr. 0,1203 di H_2O e gr. 0,3312 di CO_2

V da gr. 0,1336 di un' altra porzione $\sqrt{\frac{759,7}{17}}$ cc. 14,4 $= \sqrt{\frac{760}{0^0}}$ cc. 13,28 di N

VI da gr. 0,167 di un'altra porzione $\sqrt{\frac{760}{18}}$ cc. 18,8 $= \sqrt{\frac{760}{0^0}}$ cc. 17,27 di N

e per cento

	I	II	III	IV	V	VI
C	56,54	54,04	56,27	53,53	—	—
H	7,39	7,88	7,58	7,93	—	—
N	—	—	—	—	12,48	12,98

Le combustioni discordanti farebbero suppore che questo corpo o brucia assai male o è alterato come appare dall'aspetto.

La soluzione acquosa di questo composto precipita con acido cloridrico una sostanza fioccosa che raccolta su filtro e lavata fino a cessazione della reazione dei cloruri mostra i seguenti caratteri.

Se seccata assume un colore nero e uno splendore piceo un po' minore però della melanina

$$C_{39}H_{58}N_6SO_{13}$$

è insolubile nei solventi ordinarii alcool, benzina, toluene, xilolo, etere di petrolio, etere acetico, lievemente solubile in acido acetico. L' acido cloridrico concentrato caldo lo scioglie completamente ma riprecipita per diluizione, è solubilissimo in ammoniaca ed in soda.

L' analisi dà:

I da gr. 0,1876 di sostanza gr. 0,1198 di H_2O e gr. 0,4178 di CO_2 da cui tolto 0,0098 di $SO_2 = 0,4080$ CO_2

II da gr, 0,1770 della stessa porzione meno ben bruciata gr. 0,1173 di H_2O e gr. 0,3847 di CO_2 da cui tolto 0,0092 di $SO_2 = 0,3755$ CO_2

III da gr. 0,1976 della stessa porzione $\sqrt{\frac{766,5}{28}}$ cc. 13,4 $= \sqrt{\frac{760}{0^0}}$ cc. 11,8 di N

IV da gr. 0,1792 della stessa porzione $\sqrt{\frac{765}{28}}$ cc. 11,7 $= \sqrt{\frac{760}{0^0}}$ cc. 10,28 di N

V da gr. 0,1966 gr. 0381 di $BaSO_4$

e per cento

	I	II	III	IV	V
C	59,31	57,85	—	—	—
H	7,15	7,38	—	—	—
N	—	—	7,5	7,20	—
S	—	—			2,62

Risultati che si avvicinerebbero alla percentuale del composto

$$C_{60}H_{89}N_6SO_{18}$$

per il quale si calcola

C = 59,3 H = 7,33 N = 6,92 S = 2,63

Si tratta dunque di un' altra melanina assai più ricca in carbone e con caratteri acidi più accentuati.

Nella soluzione ammoniacale sia per evaporazione sia per precipitazione con etere ed alcool si può avere una sostanza nera splendente, assai simile al composto avutosi in simil modo dall' altra melanina e non ancora analizzata, il cui studio è in corso.

Sale di Argento

La soluzione acquosa di questo corpo venne addizionata con nitrato di argento, si separa un precipitato fioccoso che raccolto e lavato fino a cessazione della reazione dell'argento, fu seccato alla stufa.

A differenza dell'altra melanina il sale di argento pare assai alterabile, si osservò infatti anche prima che si seccasse completamente in stufa alla superficie del sale un deposito di argento metallico. Toltolo alla meglio con una spatola si procedette all' analisi della massa

I da gr. 0,1304 di sostanza gr. 0,0604 di H_2O e gr. 0,2042 di CO_2 da cui tolto 0,0047 di SO_2 = 0,1995 di CO_2

II da gr. 0,1774 di altra porzione $\sqrt{\frac{762,5}{32}}$ cc. 9 $= \sqrt{\frac{760}{0^0}}$ cc. 7,70 di N

III da gr. 0,1171 di altra porzione gr. 0,0345 di argento

risultati che risponderebbero alla percentuale

C = 41,72 H = 5,07 N = 5,4 Ag = 29,46

e la formola

$$C_{60}H_{84}N_6SO_{18}Ag_5$$

per la quale si calcola

C = 41,2 H = 4.80 N = 4,80 Ag = 30,9

La decomposizione alla quale si è accennato spiega la diminuzione in argento e l'eccesso in C ed in N, visto che come si è detto lo strato ridotto in Ag fu tolto.

Porzione rimasta indisciolta nel trattamento con la piperidina

Da 10 grammi di mescolanza si isolarono gr. 6 di melanina atta a combinarsi con piperidina e gr. 4 di corpo insolubile.

Questo raccolto, lavato abbondantemente prima con alcool poi con acqua appare umido come una sostanza mucillaginosa, per poi assumere se disseccato l'aspetto di polvere picea.

Si comporta con i solventi, con gli alcali, cogli acidi come la melanina brillante.

Per combustione di differenti porzioni si ebbe:

I da gr. 0,2557 di sostanza gr. 0,1412 di H_2O e gr. 0,5198 di CO_2 da cui tolto 0,0202 di SO_2 = 0.4996 di CO_2

II da gr. 0,188 di altra porzione gr. 0,0930 di H_2O e gr. 0,3676 di CO_2 da cui tolto 0,0148 di SO_2 = 0,3528 di CO_2

III da gr. 0,2116 di altra porzione $\sqrt{\frac{761,3}{18}}$ cc. 21 = $\sqrt{\frac{760}{0^0}}$ cc. 19,33 di N

IV da gr. 0,2020 di altra porzione gr. 0,0596 di $BaSO_4$

e per cento

	I	II	III	IV
C	52,2	51,20	—	—
H	6,10	5,48	—	—
N	—	—	10,59	—
S	—	—	—	3,96

Evidentemente la sostanza deve essere insufficientemente purificata.

Infatti sciolta in soda e precipitata con acido cloridrico lavandola quanto era necessario si ebbe da una porzione seccata in stufa.

Da gr. 0,2684 di sostanza gr. 0,1501 di H_2O e gr. 0,5419 di CO_2 da cui tolto 0,0212 di SO_2 = 0,5207 di CO_2

e per cento

C = 52,53 H = 6,37.

Da quest' analisi si argomenta che il residuo insolubile in piperidina convenientemente purificato non è altro che la melanina brillante.

CONCLUSIONE

Il pigmento si isola dai noduli melanotici con soluzione di soda, che lo trasforma in composto solubile probabilmente in sale sodico. L'acido cloridrico ne riprecipita il pigmento la cui solubilità in soda è lievemente aumentata, ma non pare sostanziamente differire dal pigmento primitivo, perchè salvo una porzione più solubile il resto richiede lo scaldamento per sciogliersi e d'altro lato lo stato di estrema divisione giustifica l'aumento di solubilità, anche senza alcuna modificazione della sostanza primitiva.

Il pigmento isolato non è che una mescolanza di due sostanze diverse, almeno per quanto fin'ora è stato determinato, non è però escluso che ulteriori trattamenti permettano rintracciarne altre come scindere quelle solo con probabilità identificate, ciò spiegherebbe talune discordanze tra i valori calcolati e quelli trovati, e potrebbe condurre a modificare le formole prescelte.

Le due porzioni di pigmento sono per caratteri fisici assai simili, presentandosi ambedue in polvere nera con splendore piceo più notevole in quella meno ricca di carbone.

Chimicamente ne differiscono per la facilità maggiore di una di esse a trasformarsi in corpi solubili se trattati con alcali.

Questa capacità è quasi eslusiva di uno dei pigmenti se il trattamento è fatto con soluzione alcoolica di piperidina.

I tal caso dalla soluzione precipitata con acido cloridrico si ottiene un pigmento che potrebbe con sufficiente approssimazione rispondere alla formola

$$C_{60}H_{89}SN_6O_{18}$$

pigmento che entra facilmente in soluzione sia con gli alcali, sia coll'ammoniaca che con l'acido cloridrico concentrato, e che con l'argento forma un composto insolubile facilmente alterabile, i cui dati analitici si avvicinano molto alla forma

$$C_{60}H_{84}SN_6O_{18}Ag_5$$

Il composto che questa melanina dà quando è bollita con la piperidina, sembra assai alterabile, nè per ora venne definito, come pure in via di studio è il prodotto che si ottiene bollendola con ammoniaca, il composto ramico ed altri.

La parte che resta indisciolta dopo l'ebollizione con piperidina per

le proprietà fisiche ed i caratteri chimici si mostra identica al pigmento melanico che si isola nell' estrazione primitiva dei noduli con potassa e propriamente non dai primi trattamenti ma dagli ultimi, che contengono infatti le sostanze più difficilmente solubili in soda.

Le analisi di questa porzione conducono alla formola

$$C_{39}H_{58}N_6SO_{15}$$

e agl' identici risultati conduce l' analisi del prodotto non combinatosi con la piperidina, convenientemente purificato con soda ed acido cloridrico.

La formola

$$C_{39}H_{58}N_6SO_{15}$$

è confermata dal sale di argento, i cui risultati analitici concordano con quelli richiesti dalla formola

$$C_{39}H_{56}N_6SO_{15}Ag_2$$

e così si rileva anche in questo composto la basicità minore cosicchè per distinguerle potrebbe la prima chiamarsi melanina pluribasica, la seconda bibasica.

Il composto che dalla stessa porzione

$$C_{39}H_{58}N_6SO_{15}$$

si ha per ebollizione con ammoniaca acquosa non ancora è stato definito, perchè i risultati analitici si avvicinano di più ad un biidrato della melanina, che a quelli richiesti dal sale ammonico bisostituito.

Lo studio di questi prodotti, come anche di altri prodotti di decomposizione e di combinazione di queste melanine sono in corso, come anche son in corso ricerche sui pigmenti melanici di un fegato melanotico e di tumori melanotici di un cavallo gentilmente concessi dal prof Schrön.

Il ferro ritrovato in tracce non sembra essere un elemento costituente della melanina, poichè nei residui insolubili, nelle acque cloridriche non si ebbero tali reazioni da poter ammettere che esso fosse preesistente a tali trattamenti.

La quistione dell'origine dei pigmenti melanici per ora fu messa da canto, per riprenderla dopo un più profondo studio dei pigmenti dei tumori sia chimico, sia istologico.

Istituto Chimico della R. Università di Napoli.
Luglio 1904.

Riassunto delle osservazioni meteorologiche fatte nella R. Specola di Capodimonte nell'anno 1903; *Nota del dottor* **Eugenio Guerrieri,** *2° Assistente nel R. Osservatorio di Capodimonte.*

(Adunanza del dì 9 Luglio 1904)

La presente Nota riepiloga i risultati numerici dedotti dalle osservazioni meteorologiche eseguite, durante l'anno 1903, nella R. Specola di Capodimonte; osservazioni le quali sono state già inserite, lungo lo scorso anno, nei Resoconti della R. Accademia di Scienze fisiche e matematiche. E propriamente si sono calcolati: 1°) i medj decadici e mensili ed il medio annuo della pressione barometrica (ridotta a 0°), della temperatura dell'aria, dell'umidità sia assoluta che relativa e della quantità di nubi; 2°) i totali decadici e mensili e il totale annuo della pioggia raccolta e dell'acqua evaporata; 3°) la frequenza dei singoli venti, nonchè la frequenza della nebulosità, classificando i giorni in base al vario aspetto del cielo.

L'orario delle osservazioni è quello prescritto dalla Direzione della Meteorologia Italiana per gli studj di climatologia, cioè 9^h, 15^h, 21^h di tempo vero locale. Esse furono fatte per l'intero anno dai Signori Vincenzo Tedeschi e Vittorio Nobile di cui l'ultimo eseguì le osservazioni a 9^h ed a 21^h, ed il primo quella a 15^h; il Sig. V. Tedeschi calcolò anche le medie diurne e mensili relative ai bollettini meteorici mensili.

Nella compilazione delle tavole XIV e XV mi sono giovato dei valori medj normali, mensili ed annui, calcolati dal Prof. Vittorio Alberti per l'intero periodo 1866-1900 e registrati nel suo pregevole lavoro « Sul Clima di Napoli » (Atti del R. Istituto d'Incoraggiamento, serie V, vol. III, n. 4). Dalle tavole esistenti in tale libro ho ricavato anche alcuni valori di medj annui, di massimi e di minimi del periodo 1866-1900 per paragonarli a quelli corrispondenti all'anno 1903.

Ecco intanto un cenno sommario degli

Strumenti adoperati

1°) *Per la pressione barometrica*: barometro tipo *Fortin* (Deleuil Paris. N° 2336). Diametro del pozzetto: cm. 4,5; diametro interno del tubo cm. 1,1. Correzione complessiva per l'errore di indice e capillarità: + mm. 0.22 (dal confronto eseguito, in questa Specola nel febbraio 1887, col barometro normale della Direzione della M. I.).

2°) *Per la temperatura*: nelle osservazioni dirette, un termometro *Negretti e Zambra* (London, N.° 14030); diametro del bulbo sferico: cm. 0,9); per la temperatura massima, un termografo di *Negretti e Zam-*

bra (London, N.° 40814; diametro del bulbo sferico: cm. 1.2); per la temperatura minima, un termografo ad alcool di *Casella* (London, N.° 19572; diametro del bulbo sferico: cm. 1,5). In tutti questi termometri, campionati nell'osservatorio di Fisica Terrestre di Kew (Inghilterra), la correzione per l'ineguaglianza di calibro del tubo non oltrepassa 0°.1; e d'ordinario quindi la si trascura. Si tien conto, invece, della correzione relativa allo spostamento dello zero, determinandolo al principio di quasi ogni anno; e le esperienze eseguite col ghiaccio fondante, il 19 gennaio 1900, diedero questi risultati:

Termometro di *Negretti e Zambra*	N.°	44030	correz.	—0°.50
Termografo a massimo di *Negretti e Zambra*	»	40814	»	—0.45
Termografo a minimo di *Casella*	»	19572	»	+0.05

Le osservazioni meteorologiche dell'anno 1903 sono state registrate colle suddette correzioni; però nel gennaio del 1904 si è ripetuta la correzione dello spostamento dello zero, ed i risultati sono rimasti pressochè inalterati, come risulta da quanto segue:

Termometro di *Negretti e Zambra*	N.°	44030	correz	—0°.45
Termografo a massimo di *Negretti e Zambra*	»	40814	»	—0.45
Termografo a minimo di *Casella*	»	19572	»	+0.05

3°) *Per l'umidità*; psicrometro *August*, munito del ventilatore *Cantoni*. Dei due termometri onde consta lo strumento uno è lo stesso impiegato per l'osservazione diretta della temperatura; l'altro (*Negretti e Zambra*, London, N.° 44029) è identico al suo compagno, e il bulbo ne è coperto da un pezzo di mussola che si mantiene sempre umido. Delle correzioni inerenti a questo secondo termometro, l'una, dovuta all'ineguaglianza del tubo, si è anche sempre omessa; l'altra, relativa allo spostarsi dello zero, nelle suddette esperienze del gennaio 1900 si rinvenne eguale a —0.°45, ed in quelle del gennaio 1904 ha mantenuto inalterato il suddetto valore.

4°) *Per la pioggia*: pluviometro settuplatore, di cui il tubo di vetro è graduato in modo che ogni parte corrisponda a mezzo millimetro d'acqua contenuta nel vaso. La vasca in cui si raccoglie la pioggia, che poi scende nel pluviometro, è di piombo, a base quadrata, (m. 0.60 di lato) ed è impiantata sul terrazzo sovrastante al gabinetto meteorico.

5°) *Per l'evaporazione*: atmidometro fornito dalla Direzione della M. I. La sua vite micrometrica permette di misurare in mm. l'altezza di acqua evaporata da 9^h a 9^h.

6°) *Per il vento*: anemografo dei fratelli *Brassart* di Roma. Sino alla fine del 1900, pluviometro, termografo e atmidometro si trovavano allogati nel vano di una finestra meteorica descritta nei riassunti degli scorsi

anni: da quell'epoca, su proposta del prof. Contarino, essa fu trasformata in balcone meteorico e gli strumenti furono sospesi fuori del nuovo vano, proteggendoli contro le irradiazioni esterne mercè uno schermaglio tipo Stephenson. Contro le irradiazioni interne servono di difesa le imposte a vetri che, al pari delle persiane, restano sempre chiuse. Ecco intanto qualche dato metrico: *a)* Il balcone è alto m. 3, largo m. 1.68, aggetta per m. 0.63 e il suo tettuccio è munito di tre tubi di ventilazione. *b)* Delle persiane esterne, la serie superiore del tettuccio scende fino al livello della ringhiera, l'inferiore dalla ringhiera giunge fino a m. 0.09 dal piano del balcone, sporgendo più in fuori della prima serie per m. 0,11. *c)* La gabbia interna ha i lembi inferiori anche a livello della ringhiera, la sua faccia superiore dista per m. 0,90 dal tettuccio e tra le sue facce laterali e quelle delle persiane v'ha un intervallo di m. 0,14.

Prima intanto di venire all'esposizione delle tavole ed a riassumerne i risultati che se ne sono ottenuti è opportuno notare quanto segue:

a) Si trae partito dalle tavole meteoriche del P. Denza per ridurre a 0° le osservazioni barometriche; e delle Psychrometer-Tafeln del dottor Jelinek (Wien, 1876), per il computo delle due umidità, assoluta e relativa, trascurando sempre la correzione dipendente dalla pressione atmosferica.

b) Quanto alle medie che si riferiscono alla pressione, all'umidità, alla nebulosità, le si deducono dalle osservazioni a 9^h, 15^h, 21^h; come media temperatura diurna si prende la media delle osservazioni a 9^h e a 21^h, della temperatura massima e della minima.

c) Tutti i valori compresi nella tavola I sono diminuiti di 700 mm.

d) Nelle tavole I, II, IV, V, VI, quando nella colonna *data* invece di un numero se ne trovano due, separati da virgola, ciò significa che il massimo od il minimo è avvenuto nei giorni del mese indicati dai numeri stessi.

e) Per brevità con M ed N indichiamo rispettivamente le denominazioni « Valore medio relativo all'anno 1903 », e « Valore medio normale desunto dal periodo 1866-1900 ». Serva questa avvertenza per le tavole XIV e XV.

Tavole

La tavola I riassume i valori medii decadici, mensili ed annui della pressione atmosferica, ed ancora i massimi ed i minimi, per decadi, mensili ed annui.

Le tavole II, III e IV contengono quanto concerne la temperatura dell'aria; la II i valori medj decadici, mensili ed annui, nonchè i mas-

simi ed i minimi per decadi ed anno; la III i medj decadici, mensili ed annui dei massimi e dei minimi diurni, con l'escursione decadica, mensile ed annua di detti medj; la IV le massime e le minime escursioni diurne per decadi, l'escursione della temperatura nei singoli mesi e nell'anno.

Le tavole V e VI rilevano rispettivamente la tensione del vapore e l'umidità relativa con i loro valori medj decadici, mensili ed annui, ed inoltre i massimi ed i minimi per decade, mese ed anno.

Le tavole I-VI, inoltre, pongono bene in luce, mercè caratteri più grossi, i massimi ed i minimi mensili. La VII riassume i valori medj decadici, mensili ed annuo della nebulosità (in decimi di cielo coverto); ed inoltre per decadi, per mese e per anno la frequenza dei giorni *sereni, nuvoli* e *coperti*, dei giorni cioè in cui la somma dei decimi di cielo coverto, osservati a 9^h, 15^h, 21^h oscillò da 0 a 9 (giorni *sereni*), da 10 a 20 (*nuvoli*), da 21 a 30 (*coperti*). La tavola VIII porge l'altezza della pioggia e dell'acqua evaporata in mm., il numero dei giorni piovosi, ed il numero dei giorni con temporale, grandine, neve e gelata, e sempre in valori decadici, mensili ed annui.

Le tavole IX-XIII trattano della frequenza del vento e del numero delle calme nelle 16 direzioni dei quadranti della rosa dei venti; le medie e le massime velocità (in Km) per ogni direzione, in ogni mese e nell'anno.

Finalmente le ultime due tavole, XIV e XV, mettono a riscontro i medj mensili ed annui del 1903 co' medj mensili ed annui del periodo 1866-1900, e rilevano ad un semplice sguardo la fisionomia meteorologica dell'anno in esame. Così subito si notano le deviazioni delle medie annue del 1903 dalle normali:

	M—N
Per la pressione atmosferica	+ 0.82
» la temperatura	— 0.09
» la media delle temperature massime diurne	— 0.22
» » » minime »	— 0.06
» l'escursione termica diurna	— 0.16
» la tensione del vapore	— 0.74
» l'umidità relativa	— 3.5
» la pioggia	+ 81.2
» l'evaporazione	+132.8
» la nebulosità	— 0.8

Dal che si vede che, salvo per la pioggia, l'evaporazione e l'umidità relativa, le suddette deviazione delle medie annue dalle normali non furono molto accentuate; d'altra parte però si rilevano un pò forti se paragonate a quelle ottenute nell'anno 1902, le quali si possono dire esigue, fatta eccezione per l'evaporazione e la pioggia.

Lo stesso può ripetersi nel caso delle stagioni dove le deviazioni, salvo per i tre elementi di sopra accennati, fan sì che i valori medj dei varj elementi non si scostino di molto dai valori normali. Non così potremo proseguire per le medie mensili dove le deviazioni, a parte il segno su di cui non si può stabilire legge di sorta, procedono in modo manifestamente saltuario.

Un fatto si rileva subito a colpo d'occhio ed è che per l'anno 1903, fatta eccezione per la temperatura e per la pioggia, il segno delle deviazioni si mantiene quasi sempre lo stesso; così quasi sempre positivo per la pressione atmosferica e l'evaporazione, e quasi sempre negativo nel caso della tensione del vapore, dell'umidità relativa e della nebulosità.

Pressione atmosferica

La media pressione annua per il 1903 fu di mm. 749.37, superiore di circa un millimetro a quella del 1902; il suo massimo avvenne il 19 Febbraio, ed il minimo il 30 Novembre; il primo si nota un pò forte, superato da cinque soli massimi assoluti dell'intero periodo 1866-1900, ed il secondo abbastanza basso tanto che pochi dei minimi assoluti gli sono inferiori nel periodo suddetto. Quasi tutti i medj mensili si scostano un po' troppo dai rispettivi valori normali; e le deviazioni che, fatta eccezione per Aprile, Giugno e Dicembre, si mantengono tutte positive, raggiungono il loro massimo valore di +6.13 nel mese di Febbraio.

Temperatura

Di tutti i fattori meteorici uno dei più importanti è la temperatura la quale perciò merita speciale interesse.

Eccettuato l'anno 1893 in cui la deviazione annua dalla normale fu nulla, e salvo le piccole deviazioni rilevate negli anni 1887 e 1895 nel valore assoluto di +0°05, e nell'anno 1892 nel valore +0.°02, non vi è nell'intero periodo 1866-1900 altro anno in cui si sia verificato un valore assoluto della deviazione tanto basso come nel 1903, nel quale detta deviazione è solamente di — 0°.09.

Anche poco differenziano dai valori normali le temperature medie dell'inverno e dell'autunno, essendo rispettivamente 8°.98 e 17°.18 con una differenza dalle normali di +0°.09 e di +0°.08. Più mite fu la primavera, ed ancor più temperati furono i calori estivi, raggiungendo la temperatura media in queste due stagioni rispettivamente le cifre di 13°.66 per la prima e di 22°.33 per l'estate, con una differenza in meno dai valori normali di 0°.39 e di 0°.80. A ciò contribuirono per l'está i mesi di Giugno e di Luglio in cui gli scostamenti dai valori normali discesero rispettivamente a —1°.57 ed a —1°.22, facendo sì che tale stagione dive-

nisse la meno calda di quante se ne riscontrano nell' intero periodo 1866-1900, se viene fatta eccezione per quelle degli anni 1871 e 1884. Si aggiunga ancora che nel mese di Giugno il termografo a massimo non raggiunse mai i 30°, e superò in pochissimi giorni i 25°; e nel Luglio si ebbero solamente tre giorni di temperatura superiore a 30°, con un massimo assoluto di 32°.7. Per l'anno 1903 e per le singole stagioni nessuna anomalia, nè alcun fenomeno d'importanza si riscontra circa le deviazioni dai valori normali dei medj dei massimi diurni, dei medj dei minimi diurni, e dell'escursioni diurne della temperatura; tutte deviazioni che si mantennero piuttosto piccole, fatta eccezione per l'està in cui dette deviazioni raggiunsero valori alquanto più elevati. Non altrettanto si può dire intorno alle medie temperature mensili.— Non rigido fu l' inverno del 1903 e la temperatura si mantenne piuttosto uniforme per l' intera stagione : ne fanno fede i valori piuttosto bassi dei medj mensili delle escursioni diurne, i valori positivi ottenuti negli scostamenti da quelli normali nei mesi di Gennaio e Febbraio, ed i minimi del mese di Dicembre del 1902, di Gennaio e di Febbraio del 1903, minimi, che non raggiunsero lo zero, e toccarono rispettivamente i valori di 1°.9, 1°2, 0°.9, e quest'ultimo *minimo assoluto* invernale, avvenuto il 17 Febbraio.

Le deviazioni mensili del mese di Marzo seguitarono a mantenersi positive; un salto brusco si ebbe nel mese di Aprile, con una deviazione di — 2°.09 nella media temperatura mensile; saltarono pure gli scostamenti del medio dei massimi diurni e del medio dei minimi diurni, raggiungendo, nel mentre che prima erano positivi, i valori di — 2°.53 e di — 2°.08 rispettivamente.

Tale fatto mette solamente in rilievo nella primavera un Aprile alquanto più fresco in mezzo ai tepori del Marzo e del Maggio, nel quale ultimo mese la deviazione ritorna a prendere il valore positivo.

Aggiungeremo a quanto si è detto innanzi per i mesi di Giugno e di Luglio che, al pari delle deviazioni delle medie temperature mensili, saltarono a negative le deviazioni dei medj dei massimi diurni e quelle dei medj dei minimi diurni dai valori normali, raggiungendo la massima deviazione negativa (— 2°.13) il medio dei massimi diurni del mese di Giugno.

Riascendono sui valori normali le medie mensili, dei massimi e dei minimi del mese di Agosto. Più sotto seguirà la tabella delle temperature $\geqq 30°$, e delle temperature medie $\geqq 25°$, dalla quale si rileva che un maggior numero di giorni più caldi, quantunque non molto pronunziato, (nove solamente) durante l'estate si riscontra appunto nell'Agosto.

Giorni con temperatura media $\geqq 25^0$

Luglio	16	25°.72
	17	26 .00
	18	25 .40
	19	26 .95
	20	25 .95
Agosto	5	25 .77
	6	25 .08
	9	25 68
	11	25 .52
	12	25 .85
	13	25 .93
	14	25 .60
	15	25 .12
	26	25 .90
	31	25 .90

Giorni con temperatura massima $\geqq 30^0$

Luglio	16	30°.9
	17	30 .7
	19	32 .7
Agosto	5	30 .8
	9	31 .4
	11	30 .7
	12	31 .1
	13	31 .2
	14	30 .6
	26	32 .3
	27	30 .3
	31	30 .9

Di giorni *caldi*, di quelli cioè che si trovano nelle condizioni di temperatura date dalla tabella precedente, se ne contano pochissimi in Luglio e pochi in Agosto; essi raggiungono rispettivamente i numeri di 5 e 12 ed i limiti di loro epoca sono 16 Luglio—31 Agosto. Numeroso potremo dire il numero dei giorni *caldi* in Settembre che d' ordinario ne conta in media *due* e che nel 1903 ne ebbe i *sette* seguenti:

	Giorni	Temperatura media		Giorni	Temperatura massima
Settembre	1	26°.22	Settembre	1	31°.0
	2	26 .70		2	31 .3
	3	27 .60		3	32 .8
	4	25 .95		7	30 .0
	8	25 .05		8	30 .4
	13	27 .15		13	30 .2

Appunto in questo mese il termometro ascese alla temperatura di 32°.8 (3 Settembre) che fu il suo *massimo annuo.*

Le deviazioni dei valori medj della temperatura dai normali ritornano positive nell' Agosto:

$$(M - N = + 0^0.38)\,;\ M' - N' = + 0^0.74\,;\ M'' - N'' = + 0^0.14)$$

Si mantengono pressocchè costanti nel Settembre, e sempre positive:

$$(M - N = + 0^0.40;\ M' - N' = + 0^0.41;\ M'' - N'' = + 0^0.48)$$

ma poi nell'Ottobre si aggirano intorno allo zero, passando ad essere

debolmente negative, e mantenendosi tali per il mese di Novembre, come risulta dai seguenti valori:

$M - N = + 0^{0}.02$; $M' - N' = - 0^{0}.11$; $M'' - N'' = - 0^{0}.12$ per Ottobre
$M - N = - 0.18$; $M' - N' = - 0.03$; $M'' - N'' = - 0.20$ » Novembre

Solo nel Dicembre riacquistano il segno positivo, assumendo dei valori piuttosto rilevanti:

$$M - N = + 1^{0}.47;\ M' - N' = + 1^{0}.35;\ M'' - N'' = + 1^{0}.47.$$

Ciò fa prevedere un principio d'inverno meteorico dell'anno 1904 abbastanza mite per quanto riguarda la temperatura, con una costanza di questa che si manifesta dal medio mensile ($10^{0}.91$), dal medio dei minimi ($8^{0}.85$), e dal minimo assoluto mensile ($5^{0}.6$).

Per finire, ecco qui riunite le escursioni massime e minime del termometro relativamente alle decadi, ai mesi, all'anno: (V. tav. II e IV).

Massima escursione	diurna	$12^{0}.2$,	il 6 Maggio	
Minima »	»	1.6,	il 25 Gennaio	
Massima »	decadica	17.1,	la 2.ª decade	di Settembre
Minima »	»	6.3,	la 1.ª »	di Febbraio
Massima »	mensile	19.7,	in Settembre	
Minima »	»	11.1,	in Dicembre	
Escursione annua		31.9		

Umidità dell' aria

L'umidità assoluta o tensione del vapore acqueo raggiunse una media annua di mm. 9.36, inferiore di 0.74 alla media normale annua; similmente le medie delle stagioni e quelle mensili, salvo per il mese di Decembre, subirono deviazioni negative; il massimo valore fu raggiunto il 15 Agosto (mm. 19.6) ed il minimo il 20 Aprile (mm. 2.5), con una escursione annua di mm. 17.1.

Anche circa l'umidità relativa gli scostamenti dei medj normali dai medj dell'anno, delle stagioni e dei mesi si mantennero negativi, salvo per i mesi di Giugno e Dicembre, con una massima deviazione in Settembre di $-10^{0}.5$ cent., ed una ancor forte in maggio di -8.7 Il medio annuo fu di 65.53; il massimo valore 98 (26 Novembre) ed il minimo 23 (21 Febbraio) con un'escursione annua di 75. Il massimo medio mensile per la tensione del vapore si è ottenuto in Agosto (14.27), diminuendo successivamente nei mesi meno caldi; i minimi valori invece si sono riscontrati, come normalmente avviene, nei primi tre mesi dell'anno. Per l'umidità relativa invece il massimo valore medio mensile si deve al Dicembre (74.21), ed alto si mantenne pure nei mesi di Novembre e Gennaio; il minimo al mese di Settembre (57.54), ed in generale fu piuttosto basso nei mesi di caldo.

Nebulosità — Pioggia

Al pari dell' anno 1902, il 1903 si distinse per un periodo di secchezza, periodo più prolungato ancora dell' anno precedente. Il pluviometro non segnalò traccia di pioggia dal 7 Luglio e per tutto questo mese, per l' intero mese di Agosto e per la 1.ª decade del Settembre; in complesso per ben 64 giorni consecutivi non cadde goccia di pioggia. Un siffatto periodo non è vinto in lunghezza da nessuno dei periodi dal 1866 sino all'anno 1903; viene immediatamente dopo il periodo secco di 55 giorni del 1886 (23 Giugno-16 Agosto), quello di 57 giorni del 1879 (11 Luglio-5 Settembre), e finalmente quello del 1902 (19 Giugno-11 Agosto) che comprende 54 giorni.

La 1.ª decade di Luglio registra solamente due giorni piovosi con mm. 6.2 di pioggia caduta il 1° Luglio (2.9) e il 7 (3.3); anche nel Settembre si ebbero soltanto sei giorni piovosi con mm. 18.7 di pioggia. Quantunque pochissima pioggia cadde nei mesi di Luglio ed Agosto, per cui si può ritenere un'està molto secca, pure la quantità di pioggia caduta nel mese di Giugno (mm. 144.7) fa sì che la deviazione dal valore medio normale risulti positiva ed abbastanza rilevante (M — N = + 76.3). Ciò si deve sopratutto alle pioggie dirotte, due delle quali accompagnate da temporali, avvenute nei giorni 3 (20^h25^m), 14 (6^h-8^h30^m), 22 (18^h20^m) Giugno. Tolte dunque tali giornate eccezionali d' abbondanti precipitazioni, l' està del 1903 si distingue ancora per il minimo numero di giorni *coperti*, e per il massimo di giorni *sereni*; poichè su di 92 giorni si ebbero 69 di quest'ultimi e solamente 6 coverti, essendo gli altri 17 semplicemente nuvoli (9 nel Giugno ed 8 nel Luglio) [V. tal. VII-VIII].

Come poco nuvoloso fu l'està (M — N = — 0,7), così ancor meno fu l' autunno (M — N = — 1.1): a tal fatto fa anche riscontro la deviazione negativa che si nota sul valore del medio normale della pioggia (M — N = — 19.7); ed a ciò contribuisce sopratutto la pochissima quantità di pioggia caduta nel Settembre, notandosi uno scostamento piuttosto forte sul valore normale (M — N = — 50.9).

Poco piovoso fu pure l' inverno, non già per la pioggia caduta nei mesi di Gennaio e di Febbraio, per i quali le deviazioni dai valori normali furono solamente di — 2.0 e di + 4.1 mm., ma per la pochissima pioggia del mese di Dicembre dell'anno 1902 per cui si ebbe (M—N=—53.8). Anche per la nebulosità si ebbero medie normali superiori ai valori medj osservati nell'anno, e questo per tutti i tre mesi, e precisamente pel Dicembre (— 0.6), pel Gennaio (— 0,7), pel Febbraio (— 1.2). Il numero dei giorni sereni per tutto l' inverno ascesero a 39, molto rilevante rispetto a quello dei giorni completamente coperti che furono solamente 25.

Anche al disotto del valore normale si mantenne la pioggia durante la primavera (M — N = — 53.2), e le tre deviazioni nei singoli

mesi furono tutte negative. Questo semplice fatto farebbe prevedere una primavera molto serena, ma in realtà non lo fu, poichè il numero dei giorni sereni (38) durante questa stagione si mantenne inferiore a quello (39) dell'inverno stesso, sovrabbondando invece il numero dei giorni nuvoli (33) e quello dei giorni coperti (21). Tuttavia lo scostamento della nebulosità nell'intera stagione (—1.0), e quelli dei singoli mesi (— 0.5), (— 0.6), (— 1.7), essendo tutti quanti negativi, dimostrano una nebulosità inferiore a quella normale.

Riassumendo dunque, potremo conchiudere che la quantità di pioggia caduta durante l'anno 1903 superò di mm. 81.2 il valore normale.

Dando un semplice sguardo alle deviazioni ottenute nelle singole stagioni, ciò sembrerebbe un paradosso; pure nel fatto non è tale, perchè a rendere positiva la deviazione annua, oltre le piogge del Giugno più sopra accennate, contribuì l' abbondanza verificatasi nel mese di Decembre (mm. 196.4) del 1903 con 18 giorni di pioggia; questo fatto prova un inizio invernale dell'anno 1904 abbastanza piovoso.

In complesso, si è goduto, durante l'anno 1903, un numero grande di giorni sereni, numero (190) che supera di ben 28 giorni la media dei giorni sereni; necessariamente tale abbondanza è compensata con la scarsezza dei giorni coperti (72), inferiori di 25 alla media annuale; i giorni nuvoli manifestamente si sono equilibrati. Il massimo numero dei giorni sereni toccò all'Agosto (31), il minimo ai mesi di Aprile e Dicembre (7); così all'Aprile spettò il massimo dei giorni nuvoli (13), ed al Decembre il massimo dei giorni coperti (12). La massima nebulosità fu raggiunta dal Dicembre stesso (6.08), e la minima dall' Agosto (0.39); mentre la media annuale (3,52) si mantenne inferiore di 0.8 alla media normale.

Evaporazione

Poco si può dire intorno all'altezza dell'acqua evaporata; notevole è che la somma dell'anno, delle stagioni e dei mesi superò sempre la normale; ciò che dinota ancora che l'anno 1903 si manifestò di molta secchezza. La massima evaporazione (mm. 112.3) avvenne nel Settembre, con uno scostamento positivo dalla massima normale (100.1) di mm. 12.2; la minima (mm. 38.1) avvenne nel Gennaio, con una deviazione positiva dalla normale (34.4) di mm. 3.7.

Vento *)

Molto ricco di calme, e più ancora dell'anno precedente, fu il 1903; in quest'ultimo se ne conta un totale di 483, mentre nel 1902 se ne osservarono 456, e l'*anno medio* ne novera 408; i mesi che *relativamente*

*) Nelle tavole IX, X, XII, XIII il trattino — significa che il vento non soffiò mai nella direzione segnata in cima alla rispettiva colonna.

ne abbondarono furono quelli di estate e di autunno: il massimo fu raggiunto dall' Agosto (69) ed il minimo si deve all'aprile (21), al contrario dell'anno 1902 in cui quest'ultimo mese abbondò di calme (57). Nell'anno poi, le direzioni più ricche di calme furono l'est con 52 calme sopra 72 frequenze, ed il Sud con 53 su 70.

Come d'ordinario, soffiarono con maggior frequenza i venti del 3.° e del 1° quadrante, le cui frequenze annue, ridotte al denominatore 1000, furono rispettivamente 371 e 282; i venti del 3° quadrante specialmente in Aprile, Giugno e Luglio, e quelli del 1.° in Novembre, Gennaio e Febbraio. La minima frequenza spettò alle direzioni di SSE e di SSW; la massima, come ordinariamente, fu del SW che venne osservato 253 volte su 1095, lo stesso numero raggiunto da questa direzione nell'anno precedente. La massima velocità media annuale fu raggiunta dall' WSW (6.94), e quella mensile nella stessa direzione si mantenne pressocchè uniforme, salvocchè per i mesi di Ottobne ed Aprile in cui le velocità medie furono 13.14 e 9.88 rispettivamente: vengono poi successivamente, e nell' anno, le direzioni di ESE (5.85) ed WNW (5.82). Come sempre, le massime velocità assolute si verificarono in tutti i singoli mesi nelle varie direzioni del 3.° quadrante, ed il SW raggiunse nell'anno la *massima velocità assoluta* di 35 Km. (29 Novembre). La media direzione del vento si calcola colla formola di Lambert:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{(E - W) + A\cos 45^0 + B\cos 22^0 30' + C\cos 67^0 30'}{(N - S) + A'\cos 45^0 + B'\cos 22^0 30' + C'\cos 67^0 30'}$$

ove:

$$A = NE + SE - NW - SW, \qquad A' = NE + NW - SE - SW$$
$$B = ENE + ESE - WNW - WSW, \qquad B' = NNE + NNW - SSE - SSW$$
$$C = NNE + SSE - NNW - SSW, \qquad C' = ENE + WNW - ESE - WSW$$

da cui, mercè le opportune sostituzioni dei valori delle frequenze annue ricavati dalla tav. IX, si deduce:

$$\alpha = 262^0 11'$$

valore che si scosta alquanto dal corrispondente dell' anno medio che è di 252°39'. Detto angolo é quello che la direzione media del vento nell'anno 1903 fa con la linea NS (da N e nel senso NESW): la divergenza che si riscontra tra questa e la direzione normale, essendosi la prima avvicinata alla linea EW (e nello stesso senso), è dovuta sopratutto ad un maggior numero di frequenze verificatesi nelle direzioni W ed WSW, relativamente a quelle ottenute, nelle stesse direzioni, nell'anno 1902, anno in cui le due direzioni, annua e normale, coincidono esattamente.

*

Tavola I. — *Pressione atmosferica* *)

(in mm)

MESI ed ANNO	Valori medj				Massimi						Minimi					
	1ª decade	2ª decade	3ª decade	Mese	1ª decade		2ª decade		3ª decade		1ª decade		2ª decade		3ª decade	
					Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data
Gennajo. . . .	52.85	52.75	57.36	54.417	57.1	3	60.4	19	**63.2**	30	**41.1**	1	41.7	12	50.8	23
Febbrajo . . .	54.63	55.17	57.64	55.680	64.3	9	**64.5**	19	60.2	21	**40.0**	3	44.1	16	54.3	24
Marzo	46.35	49.43	54.02	50.064	52.2	5	58.2	20	**61.1**	22	**33.2**	3	41.8	17	43.1	31
Aprile	43.23	44.80	44.45	44.162	47.6	7	49.2	20	**50.1**	29	**37.6**	9	40.0	17	38.8	23
Maggio	45.69	49.51	48.08	47.769	52.0	9	**55.3**	14	53.6	22	**39.1**	2	43.7	13	41.0	30
Giugno	45.45	46.92	48.45	46.942	48.2	6	49.7	16	**51.4**	29	**39.7**	3	43.8	14	44.1	22
Luglio.	49.14	49.26	48.53	48.964	**51.9**	5	51.2	11	50.5	30	**43.0**	8	47.3	17	46.6	27
Agosto	49.84	48.07	51.02	49.683	52.5	2	50.5	12	**55.8**	26	47.1	4	**46.0**	20	48.0	30
Settembre .	50.85	48.56	54.22	51.210	54.3	1	52.7	17	**58.3**	26	46.5	10	**43.8**	11	49.5	21
Ottobre	50.77	48.86	48.02	49.178	**55.3**	6	54.9	16	55.0	21	42.3	10	40.9	18	**40.3**	30
Novembre . .	51.59	49.56	46.38	49.177	56.2	8	56.5	13	**61.9**	24	42.3	1	43.6	18	**27.5**	30
Dicembre . .	41.60	46.50	47.21	45.172	48.7	3	52.0	20	**55.4**	21	**32.4**	1	43.1	19	42.6	27
ANNO	49.368				64.5 (19 febbraio)						27.5 (30 novembre)					

*) Tutti i valori compresi nella tavola son diminuiti di 700 mm.

Tavola II. — *Temperatura dell'aria*

(in 0° C.)

MESI ed ANNO	Valori medj				Massimi						Minimi					
	1ª decade	2ª decade	3ª decade	Mese	1ª decade		2ª decade		3ª decade		1ª decade		2ª decade		3ª decade	
					Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data
Gennajo. . . .	10 49	6.60	8 27	8.449	15.7	10	**16.7**	11	14 0	28	4 7	3	**1.2**	17	2.9	21
Febbrajo. . .	9.17	8.41	11.74	9.634	12.7	8	13 4	19.20	**18.7**	21	6.4	6	**0 9**	17	8.2	21,24
Marzo	9.89	11.31	12.82	11.385	15.1	6	16.7	17	**19 0**	27	**4.0**	9	6.1	11	7.8	21
Aprile.	10.88	11.08	12.98	11.647	15.5	5	17.3	15	**17.6**	30	6 3	10	**3.5**	20	5.9	21
Maggio	16.24	16.95	20.38	17.934	25 0	7	24.9	20	**27.7**	29	**10.0**	4	11.9	19	15.2	21
Giugno	19.72	18.72	20.72	19.720	27 7	2	24 0	20	**27.8**	30	14.4	6	**13 7**	15	14 9	23.24
Luglio.	21.98	24.02	22.76	22.915	28.2	2	**32 7**	19	27.5	23	**15.3**	10	17 3	12	18.1	28
Agosto	24 16	24.54	24.33	24.340	31.4	9	31.2	13	**32 3**	26	18.5	1	19.0	18,19	**17.7**	21
Settembre . .	25.15	20.30	20 07	21.839	**32 8**	3	30 2	13	26.0	30	20.3	9	**13.1**	17	14.5	21
Ottobre. . . .	19.75	16.85	15 24	17.214	**25.0**	1	23.3	14	22.2	29	13 8	10	**8.1**	20	9.7	21
Novembre . .	14.12	12.43	10.92	12.487	**19.7**	5	18 2	17	15 1	30	8.6	10	6.9	13	**6.0**	28
Dicembre. . .	11.20	11.41	10.20	10.908	**16.7**	2	15.5	18	14.7	21	**5 6**	9	7.5	15	6.4	30
ANNO	15.706				32.8 (3 settembre)						0.9 (17 febbrajo)					

TAVOLA III. — *Valori medj dei massimi e minimi diurni e dell'escursione diurna della temperatura.*

MESI ed ANNO	1ª decade			2ª decade			3ª decade			Mese		
	Max.	Min.	Esc.	Max.	Min.	Esc.	Max.	Min.	Esc.	Max.	Min.	Esc.
Gennajo. . . .	12.62	8.76	3.86	9.32	4 44	4.88	10.64	6.32	4.32	10.852	6.500	4.352
Febbrajo . . .	11.50	7.30	4 20	11.73	5.77	5.96	15.31	9.01	6.30	12.671	7.243	5 428
Marzo.	12.99	7.51	5 48	14 58	8.40	6.18	16.20	10 00	6.20	14.642	8.681	5.961
Aprile.	14.14	8.04	6.10	14 43	7.83	6.60	15.93	9.90	6.03	14 833	8.590	6.243
Maggio	20.09	12.47	7.62	20.87	13.50	7.37	24.83	16.35	8.48	22.023	14.181	7.842
Giugno	23.42	16 34	7.08	21 97	15.56	6.41	24.45	17 28	7.17	23.280	16.393	6.887
Luglio.	25.78	18.57	7.21	28.34	20.21	8 13	26.67	19.41	7.26	26.923	19.397	7.526
Agosto	28.92	20 39	8 53	29.01	20.87	8.14	29 29	20.20	9.09	29.081	20.478	8.603
Settembre . .	29.53	21.56	7 97	23.69	17.58	6.11	24 18	16.97	7.21	25.800	18.703	7.097
Ottobre. . . .	23.03	17.09	5 94	19.94	14 00	5.94	18.25	12.35	5.90	20.335	14.413	5.922
Novembre . .	17.37	11.69	5 68	15.27	10.23	5.04	13.88	8.64	5.24	15.507	10.187	5.320
Dicembre . .	13.89	8.70	5.19	13.72	9.33	4.39	12.27	8.56	3.71	13.261	8.855	4.406
ANNO	Max. 19°.101				Min. 12°.802				Esc. 6°.299			

TAVOLA IV. — *Massime e minime escursioni diurne della temperatura. Escursioni mensili ed annua.*

MESI ed ANNO	Massime escursioni diurne						Minime escursioni diurne						Escursioni mensili
	1ª decade		2ª decade		3ª decade		1ª decade		2ª decade		3ª decade		
	Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data	
Gennajo . . .	5.2	8	**7.8**	14	6.2	28	2.3	6	3.6	11	**1.6**	25	15.5
Febbrajo . . .	5.4	6	9.3	19	**10.5**	21	**2.8**	10	3.5	13	4.5	22	17.8
Marzo	7.8	6	7.6	15	**9.3**	26	3.9	1,3	4.3	16	3.7	28	15.0
Aprile	7.9	7	8.8	20	**9.8**	21	3.5	3	4.2	14	**3.4**	23	14.1
Maggio	**12.2**	6	10.0	20	11.3	29	**4.1**	3	5.4	14	6.9	23	17.7
Giugno	**9.6**	3	7.3	18	8.9	30	**3.6**	10	5.0	14	5.5	21	14.1
Luglio	9.8	2	**10.5**	19	8.7	25	5.3	7	6.2	11	4.9	21	17.4
Agosto	10.3	9	9.7	11,13	**11.1**	26	6.6	4	**6.1**	17	6.7	30	14.6
Settembre . .	**10.2**	3	7.8	13	8.5	21	3.8	10	**3.4**	15	4.6	23	19.7
Ottobre	7.0	7	7.3	11	**8.2**	30	4.8	9	**3.0**	13	3.6	23	16.9
Novembre . .	7.2	5	6.9	13	**7.6**	28	4.3	8	3.7	19	**3.4**	26	13.7
Dicembre . .	**6.7**	1	5.2	20	5.2	30	3.3	6	3.1	18	**2.4**	23	11.1
ANNO	31°.9												

Tavola V. — *Tensione del vapore.*

(in mm.)

MESI ed ANNO	Valori medj				Massimi						Minimi					
	1ª decade	2ª decade	3ª decade	Mese	1ª decade		2ª decade		3ª decade		1ª decade		2ª decade		3ª decade	
					Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data
Gennajo. . . .	7 24	5.00	6.03	6.087	9.2	6	**9.6**	11	7.6	23.24	4.7	2	**2 8**	16	3.3	27
Febbrajo . . .	6.16	5.44	7.47	6.278	8 7	2	8.5	13	**9.1**	24	4.0	4,5	**2.6**	18	2 8	21
Marzo.	6.33	6 52	7.25	6.717	9 0	1	8.7	18	**10.0**	23	3.7	5	4 2	20	**2 9**	21
Aprile.	6.46	6.44	8.25	7.047	9.7	8	9.8	14	**10 7**	23	3 8	6	**2.5**	20	3.7	21
Maggio	9.22	9.33	8 94	9.156	11.3	7	11.3	13	**14.1**	31	7.5	6	6.9	12	**5 9**	22
Giugno	11.57	11.68	12.27	11.840	13.6	2	13.3	18	**16.6**	26	8.5	7	8.6	19	**8.4**	29
Luglio.	13 09	13.33	13 98	13.484	**17 8**	5	**17.8**	18	15.8	31	**8 2**	9	9 3	19	10.4	23
Agosto	14 12	15.45	13 34	14 271	17.8	9.10	19 6	15	18.2	26	8.6	2	**6.5**	20	6 7	31
Settembre . .	12.30	11.75	10.57	11.540	17.8	4	**18.1**	12	13.2	27	**6.6**	1	8 3	16	8 6	21.25
Ottobre. . . .	13 17	10.49	8.65	10.701	15.2	4	**16.3**	17	12.2	23	9.0	10	**4.0**	18	5 4	21
Novembre . .	7.76	8.12	7.56	7.813	10.9	1	**12.0**	18	10.2	29	4 6	8	**3.4**	12	3 8	23
Dicembre . .	7.48	7.54	7.07	7.356	**10.2**	1	9.6	17	8 8	25	**5.0**	10	5 7	13	5.8	30
ANNO	9.358				19 6 (15 agosto)						2.5 (20 aprile)					

Tavola VI. — *Umidità relativa.*

(in cent.)

MESI ed ANNO	Valori medj				Massimi						Minimi					
	1ª decade	2ª decade	3ª decade	Mese	1ª decade		2ª decade		3ª decade		1ª decade		2ª decade		3ª decade	
					Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data
Gennajo. . . .	74.8	62.8	72.7	70.17	92	5	86	14	**96**	23,24	46	9	44	17	**38**	27
Febbrajo. . .	70.1	62.4	71.1	67.65	**96**	1	91	13	90	25,26	45	4	32	11	**23**	21
Marzo.	68.1	62.2	64.1	64.77	**92**	2	88	12,18	91	23	40	6	44	20	**30**	21
Aprile.	64.4	60.9	71.3	65.51	91	3	88	14	**96**	23	39	2	**25**	20	37	21
Maggio	66.1	62.7	47.5	58.38	**92**	2	80	18	79	31	40	6,8	34	12	**32**	27
Giugno	66.6	69.5	65.2	67.12	88	3	**94**	14	92	22	**36**	2	44	19	37	29
Luglio.	62.9	58.3	65.1	62.17	87	4	**88**	18	87	27	46	8	**30**	19	44	23
Agosto	60.1	63.5	55.6	59.63	81	4	81	15	**83**	24,25	32	5	35	20	**29**	31
Settembre . .	50.9	63.8	57.9	57.54	82	5	**84**	16	**84**	27	**25**	1,3	48	15,16	41	30
Ottobre. . . .	74.4	68.3	65.2	69.15	88	8	91	17	**96**	23	46	2	**36**	18	38	21
Novembre . .	62.2	73.4	74.6	70.08	83	1	95	19	**98**	26	38	8	**31**	12	39	27
Dicembre. . .	73.3	73.6	75.6	74.21	**96**	8	**96**	14	**96**	25	57	9	**55**	18	59	21
ANNO	65.53				98 (26 novembre)						23 (21 febbraio)					

Tavola VII. — *Nebulosità.*

MESI ed ANNO	Nebulosità (in decimi di cielo coperto)				Numero dei giorni											
					sereni o quasi				nuvoli				coperti o quasi			
	1ª dec.	2ª dec	3ª dec.	Mese	1ª dec.	2ª dec.	3ª dec.	Mese	1ª dec.	2ª dec.	3ª dec.	Mese	1ª dec.	2ª dec.	3ª dec.	Mese
Gennajo. . . .	4.4	3.3	5.9	4.57	3	6	4	13	6	2	1	9	1	2	6	9
Febbrajo . . .	4 9	4 0	1.9	3.73	4	4	7	15	3	3	1	7	3	3	—	6
Marzo	5 2	5.1	3 7	4.66	3	4	5	12	4	3	4	11	3	3	2	8
Aprile.	5.2	3.1	6.4	4 92	3	4	—	7	3	5	5	13	4	1	5	10
Maggio	3.6	3.5	1.5	2.83	5	4	10	19	3	5	1	9	2	1	—	3
Giugno	4.1	3.8	2.0	3.29	5	4	7	16	1	5	3	9	4	1	—	5
Luglio.	2.4	1.4	1.6	1.80	5	8	9	22	5	1	2	8	—	1	—	1
Agosto	0.5	0.5	0.2	0 39	10	10	11	31	—	—	—	—	—	—	—	—
Settembre . .	0.4	4 4	2.5	2.42	9	5	7	21	1	3	1	5	—	2	2	4
Ottobre. . . .	3.6	3.3	4.8	3.95	4	5	4	13	5	3	3	11	1	2	4	7
Novembre . .	1.9	4.6	4 1	3.54	7	3	4	14	2	4	3	9	1	3	3	7
Dicembre. . .	6.7	4.6	6.9	6 08	2	4	1	7	3	5	4	12	5	1	6	12
ANNO	3 52				190				103				72			

Tavola VIII. — *Precipitazioni ed evaporazione.*

MESI ed ANNO	Altezza della pioggia (in mm.)				Numero de' giorni piovosi				Numero de' giorni con				Altezza dell'acq. evap. (in mm.)			
	1ª dec.	2ª dec.	3ª dec.	Mese	1ª dec.	2ª dec.	3ª dec.	Mese	temporale	grandine	neve	gelata	1ª dec.	2ª dec.	3ª dec.	Mese
Gennajo . . .	9.7	18.3	67.5	95.5	2	3	5	10	—	—	—	5	9.0	16.1	13.0	**38.1**
Febbrajo . . .	64.6	2.7	—	67.3	5	3	—	8	1	—	—	1	16.2	18.5	11.9	46.6
Marzo	35.7	7.4	6.9	50.0	6	5	3	14	3	1	—	—	15.1	17.0	24.6	56.7
Aprile.	27.9	11.0	28.8	67.7	5	4	3	12	—	1	—	—	20.6	19.9	17.2	57.7
Maggio	30.8	—	0.5	31.3	3	—	1	4	—	—	—	—	23.8	24.0	53.9	101.7
Giugno	48.8	66.0	29.9	144.7	4	4	3	11	2	1	—	—	29.0	20.0	31.8	80.8
Luglio.	6.2	—	—	6.2	2	—	—	2	1	—	—	—	32.5	35.0	33.9	101.4
Agosto	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	36.0	29.8	41.2	107.0
Settembre . .	10.3	8.4	—	18.7	1	5	—	6	—	—	—	—	52.7	30.7	28.9	112.3
Ottobre. . . .	67.7	6.6	56.2	130.5	2	5	5	12	2	—	—	—	16.0	21.5	25.1	62.6
Novembre . .	11.8	49.2	77.4	138.4	2	6	6	14	2	—	—	—	26.4	13.2	12.8	52.4
Dicembre. . .	50.9	44.8	100.7	**196.4**	8	3	7	**18**	1	—	—	—	17.2	13.0	15.3	45.5
ANNO	946.7				111				12	3	—	6	862.8			

Tavola IX. — *Frequenza del vento.*

(osservato 3 volte al giorno)

MESI ed ANNO	N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
Gennajo. . . .	17	13	16	3	2	—	2	—	4	—	15	3	8	—	7	3
Febbrajo . . .	10	1	23	1	5	2	3	—	3	1	9	7	10	2	6	1
Marzo	9	2	14	6	11	2	5	—	7	—	18	6	8	1	3	1
Aprile.	7	2	12	1	4	—	6	1	3	1	31	8	6	3	4	1
Maggio	11	1	8	1	8	1	2	—	6	—	28	5	14	3	5	—
Giugno	5	—	5	—	5	1	7	—	8	—	31	7	15	1	5	—
Luglio.	8	—	6	1	5	—	5	—	8	—	31	10	17	—	1	1
Agosto	4	1	9	—	5	—	7	—	10	—	23	4	24	1	5	—
Settembre . .	9	—	9	2	5	—	4	—	7	1	23	9	13	3	5	—
Ottobre. . . .	12	2	3	—	9	3	3	—	8	-	16	7	23	—	7	—
Novembre . .	13	3	22	3	7	2	5	—	3	2	14	8	2	1	3	2
Dicembre. . .	6	12	14	1	6	2	12	2	3	—	14	5	9	2	3	2
ANNO	111	37	141	19	72	13	61	3	70	5	253	79	149	17	54	11

TAVOLA X. — *Numero delle calme.*

MESI ed ANNO	N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW	Totali
Gennajo. . . .	10	1	6	0	2	—	2	—	2	—	5	1	3	—	1	0	33
Febbraio . . .	4	0	5	0	3	1	2	—	3	1	2	0	5	0	2	0	28
Marzo	6	1	6	0	7	1	2	—	6	—	4	0	4	0	2	0	39
Aprile.	2	0	4	0	3	—	4	0	2	0	4	0	2	0	0	0	21
Maggio	6	0	3	0	6	0	1	—	2	—	2	1	5	0	3	—	29
Giugno	4	—	3	—	5	1	3	—	7	—	2	0	10	0	4	—	39
Luglio.	6	—	3	0	4	—	4	—	6	—	9	4	16	—	0	1	53
Agosto	4	1	9	—	4	—	7	—	8	—	12	0	19	0	5	—	69
Settembre . .	9	—	9	2	5	—	4	—	5	0	11	2	9	2	5	—	63
Ottobre. . . .	8	0	3	—	6	0	2	—	7	—	6	1	10	—	7	—	50
Novembre . .	5	0	3	1	4	0	2	—	3	2	5	0	0	0	0	0	25
Dicembre. . .	2	4	6	0	3	1	6	1	2	—	2	0	4	0	2	1	34
ANNO	66	7	60	3	52	4	39	1	53	3	64	9	87	2	31	2	483

TAVOLA XI. — *Frequenza del vento e delle calme rid. al denom. 1000.*

MESI ed ANNO	Frequenza del vento				Numero delle calme				
	1° quadr.	2° quadr.	3° quadr.	4° quadr.	1° quadr.	2° quadr.	3° quadr.	4° quadr.	1°-4° quadr.
Gennajo.	527	43	237	194	347	1000	364	222	355
Febbrajo	417	119	238	226	257	600	300	369	333
Marzo.	333	194	333	140	419	555	322	462	419
Aprile	244	122	478	156	273	636	140	143	233
Maggio	226	118	419	237	429	636	128	364	312
Giugno	111	144	511	233	700	692	196	667	433
Luglio	161	108	527	204	600	800	388	895	570
Agosto	151	129	398	323	1000	917	541	800	742
Settembre	222	100	444	233	1000	1000	450	762	700
Ottobre.	183	161	333	323	647	533	452	567	538
Novembre	456	156	300	90	220	429	370	0	278
Dicembre.	355	237	237	172	364	500	182	438	366
ANNO	282	136	371	211	521	692	319	474	440

TAVOLA XII. — *Medie velocità del vento per ogni direzione, in ogni mese e nell'anno.*

(in km.)

MESI ed ANNO	N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
Gennajo . . .	1.41	3.69	1.38	3 00	0 00	—	0.00	—	1.25	—	2.80	5 00	5.00	—	3.57	3.67
Febbrajo . . .	1.10	7.00	6.30	4 00	1.20	2 00	1.00	—	0 00	00	4.33	4.29	2.80	5.00	2.00	5.00
Marzo	0 44	2.00	1.71	5.17	1.00	4.00	0.80	—	0.14	—	4 89	6.67	1.38	7 [illegible]	.00	7.00
Aprile	1.14	2.00	1.50	3 00	1.25	—	0.50	2.00	0 67	6.00	7.97	9 88	5.33	7.67	4.50	4.00
Maggio	1.36	4.00	1.12	2.00	0.50	3 00	1.50	—	2.50	—	4.25	7.00	5.29	7.00	1 00	—
Giugno	1.60	—	1.60	—	0.00	0 00	2.86	—	0.12	—	4.13	7.57	1.[illegible]3	10.00	0 20	—
Luglio.	0.25	—	0.67	3 00	0.20	—	0.20	—	0.25	—	3.51	4.90	0.35	—	3.00	.00
Agosto	0 00	0.00	0.00	—	0.20	—	0.00	—	0 20	—	1.09	5.75	0.71	2.00	0.00	—
Settembre . .	0.00	—	0.00	0.00	0.00	—	0.00	—	0.29	3 00	1.09	4.67	0.38	1.00	0.00	—
Ottobre	0.83	2.00	0.00	—	0.67	7.67	0 33	—	0.12	—	3.12	13.14	1.83	—	0 00	—
Novembre . .	2 15	5 33	3.00	3.67	2.14	18.00	1.00	—	0 00	0 00	6.50	7 62	4 00	14.00	3.00	3.50
Dicembre. . .	1.17	3.50	2.50	11.00	0.83	1.00	2.08	2.00	0.33	—	8.29	5.80	2.33	4 50	1.00	1.00
ANNO	1.05	3.49	2.35	3.89	0.83	5.85	1.07	2.00	0.46	1.80	4.27	6.94	2.10	5.82	1.57	3.27

Tavola XIII. — *Velocità massime del vento.*

(in km.)

MESI ed ANNO	N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW	Max. ass.
Gennajo . .	8	7	5	4	[illegible]	—	0	—	4	—	15	8	15	—	8	5	15 (SWeW)
Febbrajo .	3	7	24	4	5	4	3	—	0	0	11	7	9	5	4	5	24 (NE)
Marzo . . .	2	4	10	7	8	8	2	—	1	—	18	14	7	7	9	7	18 (SW)
Aprile . . .	3	2	6	3	5	—	2	2	2	6	29	16	15	15	8	4	29 (SW)
Maggio . .	6	4	4	2	3	3	3	—	11	—	14	14	24	14	4	—	24 (W)
Giugno. . .	8	—	6	—	0	0	11	—	1	—	15	16	12	10	1	—	16 (WSW)
Luglio . . .	1	—	2	3	1	—	1	—	1	—	9	15	6	—	3	0	15 (WSW)
Agosto. . .	0	0	0	—	1	—	0	—	1	—	5	14	9	2	0	—	14 (WSW)
Settembre.	0	—	0	0	0	—	0	—	1	3	5	10	2	3	0	—	10 (WSW)
Ottobre . .	5	2	0	—	4	12	1	—	1	—	18	30	11	—	0	—	30 (WSW)
Novembre.	11	10	7	6	7	22	3	—	0	0	35	16	7	14	5	4	35 (SW)
Dicembre .	2	10	10	11	3	2	12	4	1	—	20	13	8	7	3	2	20 (SW)
ANNO	11 (20nov.)	10 (8 nov.) (22 dic.)	24 (4 febb.)	11 (23 dic.)	8 (21mar.)	22 (1° nov.)	12 (3 dic)	4 (10 dic.)	11 (9 mag.)	6 (25 apr.)	35 (29 nov.)	30 (10 ott.)	24 (23mag.)	15 (18 apr.)	9 (17mar.)	7 (17mar.)	35 (SW) (29 nov.)

TAVOLA XIV. — *Confronto della pressione e della temperatura dell'aria nel 1903 co' valori normali.*

MESI STAGIONI ed ANNO	Pressione atmosferica			Temperatura											
				Medie diurne			Medj de' mass. diurni			Medj de' minimi diurni			Escursioni diurne		
	M_p	N_p	M_p-N_p	M_t	N_t	M_t-N_t	M'_t	N'_t	$M'_t-N'_t$	M''_t	N''_t	$M''_t-N''_t$	M_{es}	N_{es}	$M_{es}-N_{es}$
Gennajo. . . .	754.42	749.38	+ 5.04	8.45	8.24	+ 0.21	10.85	10.93	— 0.08	6.50	6.07	+ 0.43	4.35	4.86	— 0.51
Febbrajo. . .	55.68	49.55	+ 6.13	9.63	9.04	+ 0.59	12.67	12.19	+ 0.48	7.24	6.60	+ 0.64	5.43	5.59	— 0.16
Marzo	50.06	46.79	+ 3.27	11.39	10.71	+ 0.68	14.62	14.07	+ 0.55	8.68	7.93	+ 0.75	5.96	6.14	— 0.18
Aprile.	44.16	46.56	— 2.40	11.65	13.74	— 2.09	14.83	17.36	— 2.53	8.59	10.67	— 2.08	6.24	6.69	— 0.45
Maggio	47.77	47.75	+ 0.02	17.93	17.69	+ 0.24	22.02	21.70	+ 0.32	14.18	14.18	0.00	7.84	7.52	+ 0.32
Giugno	46.94	48.78	— 1.84	19.72	21.29	— 1.57	23.28	25.41	— 2.13	16.39	17.63	— 1.24	6.89	7.78	— 0.89
Luglio.	48.97	48.62	+ 0.35	22.92	24.14	— 1.22	26.92	28.53	— 1.61	19.40	20.36	— 0.96	7.53	8.17	— 0.64
Agosto	49.68	48.73	+ 0.95	24.34	23.96	+ 0.38	29.08	28.34	+ 0.74	20.48	20.34	+ 0.14	8.60	8.00	+ 0.60
Settembre . .	51.21	49.70	+ 1.51	21.84	21.44	+ 0.40	25.80	25.39	+ 0.41	18.70	18.22	+ 0.48	7.10	7.17	— 0.07
Ottobre. . . .	49.18	49.03	+ 0.15	17.21	17.19	+ 0.02	20.34	20.45	— 0.11	14.41	14.53	— 0.12	5.92	5.92	0.00
Novembre . .	49.18	49.05	+ 0.13	12.49	12.67	— 0.18	15.51	15.54	— 0.03	10.19	10.39	— 0.20	5.32	5.15	+ 0.17
Dicembre. . .	45.17	48.65	— 3.48	10.91	9.44	+ 1.47	13.26	11.91	+ 1.35	8.86	7.39	+ 1.47	4.41	4.52	— 0.11
Inverno. . . .	753.10	749.21	+ 3.89	8.98	8.89	+ 0.09	11.58	11.68	— 0.10	6.88	6.69	+ 0.19	4.70	4.99	— 0.29
Primavera. .	47.33	47.03	+ 0.30	13.66	14.05	— 0.39	17.16	17.71	— 0.55	10.48	10.93	— 0.45	6.68	6.78	— 0.10
Està	48.53	48.71	— 0.18	22.33	23.13	— 0.80	26.43	27.43	— 1.00	18.76	19.44	— 0.68	7.67	7.99	— 0.32
Autunno . . .	49.86	49.26	+ 0.60	17.18	17.10	+ 0.08	20.55	20.46	+ 0.09	14.43	14.38	+ 0.05	6.11	6.08	+ 0.03
ANNO	749.37	748.55	+ 0.82	15.71	15.80	— 0.09	19.10	19.32	— 0.22	12.80	12.86	— 0.06	6.30	6.46	— 0.16

TAVOLA XV. — *Confronto dell'umidità, nebulosità, pioggia ed evaporazione nel 1903 co'valori normali.*

MESI STAGIONI ed ANNO	Tensione del vapore			Umidità relativa			Nebulosità			Pioggia			Evaporazione		
	M_a	N_a	M_a-N_a	M_r	N_r	M_r-N_r	M_n	N_n	M_n-N_n	M_{pg}	N_{pg}	$M_{pg}-N_{pg}$	M_{ev}	N_{ev}	$M_{ev}-N_{ev}$
Gennajo. . . .	6.09	6.16	— 0.07	70.2	71.8	— 1.6	4.6	5.3	— 0.7	95.5	97.5	— 2.0	38.1	37.8	+ 0.3
Febbrajo. . .	6.28	6.43	— 0.15	67.7	70.6	— 2.9	3.7	4.9	— 1.2	67.3	63.2	+ 4.1	46.6	34.4	+12.2
Marzo	6.72	6.98	— 0.26	64.8	69.0	— 4.2	4.7	5.2	— 0.5	50.0	73.1	—23.1	56.7	46.4	+10.3
Aprile.	7.05	8.47	— 1.42	65.5	69.6	— 4.1	4.9	5.5	— 0.6	67.7	75.7	— 8.0	57.7	51.3	+ 6.4
Maggio	9.16	10.59	— 1.43	58.4	67.1	— 8.7	2.8	4.5	— 1.7	31.3	53.4	—22.1	101.7	65.7	+36.0
Giugno	11.84	13.18	— 1.34	67.1	66.8	+ 0.3	3.3	3.3	0.0	144.7	31.6	+113.1	80.8	79.7	+ 1.1
Luglio.	13.48	14.80	— 1.32	62.2	63.3	— 1.1	1.8	1.9	— 0.1	6.2	19.1	—12.9	101.4	99.9	+ 1.5
Agosto	14.27	14.76	— 0.49	59.6	63.5	— 3.9	0.4	2.1	— 1.7	—	23.9	—23.9	107.0	100.0	+ 7.0
Settembre . .	11.54	13.52	— 1.98	57.5	68.0	—10.5	2.4	3.4	— 1.0	18.7	69.6	—50.9	112.3	75.0	+37.3
Ottobre. . . .	10.70	11.10	— 0.40	69.2	72.3	— 3.1	4.0	4.6	— 0.6	130.5	125.6	+ 4.9	62.6	57.1	+ 5.5
Novembre . .	7.81	8.37	— 0.56	70.1	72.9	— 2.8	3.5	5.0	— 1.5	138.4	112.1	+26.3	52.4	45.2	+ 7.2
Dicembre. . .	7.36	6.80	+ 0.56	74.2	72.7	+ 1.5	6.1	5.4	+ 0.7	196.4	120.7	+75.7	45.5	37.4	+ 8.1
Inverno. . . .	6.12	6.46	— 0.34	68.6	71.7	— 3.1	4.4	5.3	— 0.9	229.7	279.5	—49.8	131.0	110.0	+21.0
Primavera. .	7.64	8.67	— 1.03	62.9	68.6	— 5.7	4.1	5.1	— 1.0	149.0	202.2	—53.2	216.1	163.4	+52.7
Està	13.20	14.25	— 1.05	63.0	64.5	— 1.5	1.8	2.5	— 0.7	150.9	74.6	+76.3	289.2	279.7	+ 9.5
Autunno . . .	10.02	11.00	— 0.98	65.6	71.1	— 5.5	3.3	4.4	— 1.1	287.6	307.3	—19.7	227.3	177.2	+50.1
ANNO	9.36	10.10	— 0.74	65.5	69.0	— 3.5	3.5	4.3	— 0.8	946.7	865.5	+81.2	862.8	730.0	+132.8

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Maggio 1904

Latitudine. . 40°52' N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich.
Altitudine. . 149 " sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700+ 9h	15h	21h	Medio diurno	Temperatura centigrada 9h	15h	21h	Min.	Mass.	Medio diurno	Umidità assoluta in mm. 9h	15h	21h	Medio diurno	Umidità relativa in cent. 9h	15h	21h	Medio diurno	Quantità delle nubi 9h	15h	21h	Vento Direzione 9h	15h	21h	Velocità oraria in chilom. 9h	15h	21h	Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
1	50.4	49.4	50.8	50.20	18.1	20.6	16.5	12.8	21.7	17.27	8.1	9.7	9.0	8.93	52	54	65	57.0	0	8	0	NE	WNW	NW	0	0	0	—	4.6
2	52.0	51.2	52.4	51.87	19.0	20.9	16.4	14.7	21.0	17.78	7.9	8.8	10.9	9.20	49	48	78	58.3	0	0	0	SW	W	ENE	0	3	0	—	2.5
3	51.7	50.8	50.6	51.03	18.4	19.5	16.9	14.2	20.0	17.37	10.3	12.4	11.5	11.40	65	74	81	73.3	0	9	0	SE	S	SW	0	0	0	—	2.6
4	49.3	47.7	46.6	47.87	17.5	18.5	15.6	13.8	19.3	16.55	11.2	11.7	10.5	11.13	75	74	80	76.3	3	4	9	SW	SW	SW	0	0	0	—	1.5
5	**41.4**	42.4	45.1	42.97	11.0	15.7	12.5	**9.4**	16.2	12.28	9.3	6.8	6.8	7.63	**95**	52	63	70.0	10	3	4	SW	**E**	N	5	1	0	11.8	1.9
6	46.9	46.0	46.5	46.47	16.0	19.4	13.6	11.1	19.8	15.12	6.9	9.5	9.0	8.47	51	56	78	61.7	0	1	0	NE	SW	W	0	0	0	—	2.6
7	47.0	47.0	47.4	47.13	16.2	16.5	14.1	12.5	17.4	15.05	10.2	9.8	9.7	9.90	74	70	81	75.0	4	8	10	SW	SW	SW	0	4	0	—	2.3
8	49.2	49.3	49.5	49.33	15.9	18.8	14.6	12.3	18.8	15.40	9.8	10.5	10.5	10.27	73	65	85	74.3	10	4	5	E	S	N	0	0	0	1.0	1.8
9	50.4	50.8	52.0	51.07	18.7	18.0	15.5	14.0	19.0	16.80	12.8	11.8	11.8	12.13	80	77	90	82.3	6	9	0	SE	SW	SW	0	4	0	—	1.6
10	52.7	52.4	52.7	52.60	18.2	20.0	14.9	13.7	21.0	16.95	11.8	9.6	9.5	10.30	75	55	75	68.3	4	1	0	E	SW	SW	0	4	0	—	1.4
11	51.6	50.7	50.6	50.97	16.2	18.1	14.7	12.0	19.2	15.53	10.2	10.2	10.3	10.23	74	66	83	74.3	8	4	0	S	SW	W	0	2	0	—	2.2
12	50.1	49.1	50.6	49.93	18.7	18.5	15.1	13.2	20.1	16.78	10.7	10.1	8.1	9.63	67	63	63	64.3	0	8	0	SE	SW	E	0	0	0	0.8	1.8
3	51.6	51.1	52.7	51.80	17.8	19.8	15.3	13.8	20.5	16.85	7.1	7.2	5.2	6.50	47	42	40	43.0	2	6	0	E	ENE	NE	0	0	0	—	2.8
4	53.9	53.7	53.4	53.67	17.8	20.1	15.5	11.9	20.7	16.48	6.7	6.2	6.4	6.43	44	35	49	43.0	0	2	0	E	ENE	NE	0	0	0	—	5.9
15	53.7	52.9	53.8	53.47	18.6	20.4	16.1	12.9	21.1	17.17	5.8	9.8	9.5	8.37	36	55	70	53.7	0	1	0	E	SW	W	0	2	0	—	5.0
16	54.0	53.5	53.8	53.77	19.3	21.5	17.0	14.1	21.7	18.02	11.8	12.6	12.5	12.30	71	66	87	74.7	0	0	0	S	S	SW	0	0	0	—	2.2
17	55.0	55.0	55.1	55.03	19.7	23.0	16.5	15.3	23.4	18.73	12.6	13.5	12.9	13.00	74	65	93	77.3	0	0	0	S	SW	NE	0	0	0	—	1.6
18	**55.6**	54.7	54.4	54.90	19.5	21.3	17.5	15.8	21.7	18.62	12.3	13.3	12.6	12.73	73	71	85	76.3	0	0	0	SW	SW	W	0	0	0	—	1.6
19	53.9	52.9	51.8	52.87	20.5	23.0	17.1	15.0	23.2	18.95	12.0	**14.7**	12.6	13.10	67	70	87	74.7	0	0	0	S	S	SW	0	0	0	—	1.5
20	51.1	50.4	50.6	50.70	21.7	25.0	19.5	14.8	25.2	20.30	9.2	8.2	8.3	8.57	47	35	49	43.7	0	0	0	SE	SW	W	0	1	0	—	2.2
21	50.1	49.7	49.9	49.90	21.8	26.3	19.0	17.0	26.6	21.10	10.8	6.1	9.0	8.63	56	24	55	45.0	0	0	0	SW	WSW	W	0	0	0	—	4.6
22	49.5	48.8	48.5	48.93	22.5	25.9	19.5	17.8	26.2	21.50	8.6	7.4	8.3	8.10	43	31	49	41.0	0	0	1	S	W	W	0	0	0	—	4.6
23	47.4	45.8	44.3	45.83	23.0	24.5	20.2	16.8	25.4	21.35	10.2	**5.1**	13.1	9.47	49	**22**	74	48.3	0	0	10	E	W	SW	0	1	4	—	3.9
24	44.3	44.4	46.8	45.17	19.2	21.0	18.0	16.0	21.6	18.70	10.1	11.7	12.1	11.30	61	64	79	68.0	3	3	4	SW	SE	NW	1	0	0	2.0	5.0
25	48.7	48.2	49.6	48.83	21.8	25.5	20.3	16.2	26.0	21.08	10.1	12.0	8.5	10.20	52	50	48	50.0	0	0	0	E	SW	E	0	2	0	—	2.8
26	50.8	50.8	51.4	51.00	22.8	25.5	21.8	17.2	26.4	22.05	8.8	8.6	7.0	8.13	43	36	36	38.3	0	0	2	NE	SW	W	0	1	0	—	6.0
27	51.7	51.3	51.5	51.50	22.7	24.7	20.0	17.9	25.4	21.50	13.1	10.8	10.8	11.57	64	47	61	57.3	0	5	2	S	W	W	0	0	0	—	4.3
28	51.2	50.5	50.6	50.77	21.9	24.2	18.7	17.0	24.2	20.45	13.3	13.7	13.3	13.43	68	61	83	70.6	4	0	0	W	SW	W	0	3	0	—	3.3
29	51.1	48.9	49.1	49.70	19.6	22.9	18.5	18.0	23.9	20.00	12.8	11.1	13.0	12.30	76	54	82	70.7	10	6	3	W	SE	W	0	0	0	—	2.4
30	49.4	48.7	49.6	49.23	21.5	24.8	19.9	17.2	25.2	20.95	14.2	13.8	14.0	14.00	75	59	81	71.7	6	3	3	N	WSW	NW	0	0	5	—	2.0
31	50.5	50.1	50.8	50.47	23.6	25.3	22.0	17.9	**26.7**	22.55	13.4	14.6	12.8	13.60	62	62	65	63.0	0	2	0	E	WSW	W	0	4	0	—	2.2
Medi mens	50.56	49.98	50.44	50.32	19.24	21.49	17.10	14.64	22.11	18.27	10.36	10.36	10.28	10.33	62.6	55.3	71.0	63.0	2.3	2.8	1.7							somma 15.6	somma 90.7

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Giugno 1904

Latitudine. . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich.
Altitudine. . 149^m sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 + 9^h	15^h	21^h	Medio diurno	Temperatura centigrada 9^h	15^h	21^h	Min.	Mass.	Medio diurno	Umidità assoluta in mm. 9^h	15^h	21^h	Medio diurno	Umidità relativa in cent. 9^h	15^h	21^h	Medio diurno	Quantità delle nubi 9^h	15^h	21^h	Vento Direzione 9^h	15^h	21^h	Velocità oraria in chilom. 9^h	15^h	21^h	Pioggia delle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
1	51.2	50 4	49.0	50.20	23.5	24.8	19.9	19 4	26.7	22.37	13.8	15.6	10.4	13 27	64	68	60	64.0	0	3	0	E	SW	W	0	0	4	—	3 3
2	48.1	47 5	48.4	48.00	22.6	24.1	19.2	17.4	22.4	20.40	14.5	13 7	13.1	13 77	71	62	79	70.7	4	0	0	S	S	S	0	0	0	—	3.0
3	49 2	48 8	49.3	49.10	20.4	23.5	18 7	16 9	24.0	20.00	13.1	12 9	12.3	12 77	74	60	77	70.3	10	0	0	NE	SW	SW	0	1	0	—	2.2
4	49 8	49 6	50.7	50.03	21.5	25.9	19 3	**16.1**	26 1	20.75	12 3	**9.1**	13.8	11.73	65	38	83	62.0	0	0	0	E	SW	NW	0	0	0	—	2.2
5	51.8	51.3	51.7	51.60	24.2	28.8	22 6	18.4	28.8	23.50	10.5	10.0	9.2	9.90	47	**34**	45	42.0	4	2	3	E	S	E	0	0	1	—	3.6
6	52 5	51 6	50 9	51.67	22.7	27.5	21 4	18.9	27.7	22.68	13 3	12.3	13.9	13.17	65	44	74	61.0	1	0	0	N	SW	NW	1	2	1	0.7	3 2
7	49.3	48 4	47.7	48.47	24.9	27.2	22 6	19 0	27.7	23.55	11.6	14.7	10.6	12.30	50	55	52	52 3	0	0	0	N	SW	W	0	1	0	—	4.3
8	47.0	46 9	46 4	46.77	25.0	27.5	22.7	20.0	28.4	24.02	13.6	11.0	14.1	12.90	58	40	69	55.7	4	3	10	N	SW	SE	0	0	0	—	4 1
9	46 8	**45.6**	46 4	46.27	25.7	28.0	24.1	21 3	29.4	25.13	12.9	11.2	13.5	12.53	53	40	61	51.3	3	7	2	N	S	S	0	0	1	—	3.9
10	46 2	46.8	47.9	46.97	23.6	24 5	20.7	20 4	25.8	22.62	17.1	15 8	14.2	15.70	79	69	78	75.3	6	6	1	N	W	WSW	0	5	2	0.4	4.6
11	48.6	48 5	48.7	48.60	23.5	24 1	21 3	19.0	25.2	22.25	14.7	14.0	15 8	14.83	69	63	84	72.0	4	0	5	S	W	SW	0	1	0	—	2 6
12	48 3	48 1	48 0	48.13	22.6	22 9	19.0	19 0	23 8	21.10	16.0	14 1	13 8	14 63	78	68	**85**	77.0	9	9	10	SE	W	E	0	1	0	0.3	2.8
13	46 5	**45.6**	46 2	46.10	17.6	20 8	18.5	16.2	21.5	18 45	12 6	12.1	12 5	12.40	84	67	79	76 7	8	6	10	NE	SE	W	0	0	0	18.7	2 0
14	46.4	46 2	47 7	46 77	21.3	22 3	18 6	16 3	23.7	19.97	11.6	13 0	12 8	12 47	62	65	81	69 3	3	4	0	NE	N	E	0	2	0	3.1	1 7
15	48.7	48.7	50 3	49.23	22.6	25 2	21 5	17 6	25.3	21 75	11 5	13 0	13.7	12.73	56	55	72	61 0	0	0	9	NE	W	SW	0	2	0	—	2 9
16	51 4	51 3	52.5	51 73	24.5	27 3	22.3	18.9	27.5	23 30	13.1	14.6	11.6	13.10	57	55	58	56 7	0	2	0	SW	W	NNE	0	0	0	—	3 1
17	**53.6**	53 1	53 4	53 37	24 7	28.4	23.5	20.7	28 4	24 32	11 9	12 2	11.8	11.97	52	43	55	50 0	0	2	0	NE	ENE	ENE	0	0	0	—	4.8
18	52.7	51.0	50 2	51.30	25.5	26 4	22.3	21 4	26.7	23.98	11.6	18 4	13 8	14.60	48	72	69	63.0	0	2	3	S	W	SW	0	1	0	—	6 4
19	48 6	47 7	48.3	48 20	25.0	27 0	21.0	19.7	27 3	23 25	15.0	14 0	10.9	13.30	64	53	59	58 7	0	0	8	SE	SW	N	0	0	0	—	2 5
20	49.7	49 6	50 8	50.03	23 9	26.7	22 2	19.3	27 5	23 22	13.0	10.2	13 3	12.17	60	40	67	55 7	0	0	0	E	E	W	0	0	0	—	4 5
21	52 0	51 7	51.5	51 73	24 0	24 2	22 2	20 0	25 9	23.02	13.8	14.3	15.7	14.60	62	64	79	68 3	6	8	10	NW	SW	NW	0	3	0	—	3 9
22	52 5	52 1	52.8	52 47	24.8	27.9	23.2	19.9	28.2	24 03	13.0	13 9	12 2	13.03	56	50	58	54.7	0	0	0	N	WSW	NE	0	0	0	—	2 9
23	53 4	52 4	51 9	52 57	24.9	27.3	23.5	20.1	8.6	24.27	12.2	13 4	11.8	12.47	53	50	55	52.7	0	0	0	N	SW	W	0	3	0	—	5 4
24	52 1	51 2	51.0	51 43	25.7	27.5	21.9	20.4	27.9	23 98	17.0	16.3	16.4	16.57	70	60	84	71.3	0	0	0	E	W	W	0	4	0	—	4 0
25	50 5	48 1	47.7	48 77	24.6	26.0	23 1	19.8	27 0	23.63	17.0	16 5	16.9	16.80	74	66	80	73.3	4	3	3	WSW	W	S	1	1	0	—	3 2
26	46.7	45 7	46.3	46 23	26.2	28.2	23.5	20.8	28.7	24 80	15 1	17 5	18.0	16 87	60	61	84	68 3	3	0	0	NE	SSW	SW	0	0	0	—	2 6
27	46.6	46.8	47.4	46 93	25 3	27 6	22 8	21.6	27 8	24 37	18 5	16.2	16.7	17.13	77	59	81	72.3	3	3	0	S	SW	W	0	4	0	—	2 8
28	47.7	47 8	48 6	48 03	25 4	27.5	24 3	21 2	27.5	24.60	17.7	17.0	18.2	17.63	74	63	81	72.7	5	0	0	SE	SW	SW	0	2	0	—	2 8
29	48 6	47.1	46 9	47 53	23.5	29 3	23 7	21 7	**30.1**	24.75	**19.2**	15 0	17 4	17.20	66	50	80	65.3	4	0	2	N	E	SW	0	0	0	1 4	3.0
30	46 6	45.8	46 2	46.20	26.3	28 1	21.2	21.2	28.5	24.30	15 1	17.9	14.2	15.73	59	64	75	66 0	3	0	0	N	SW	N	0	2	0	—	3.9
Medi mens	49.44	48.85	49.16	49 15	23.87	26.22	21.69	19.42	26.80	22.94	14.08	11 00	13.75	13 94	63.6	55.9	71.5	63 7	2.8	2.0	2 5							somma 24.6	somma 102.2

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Luglio 1904

Latitudine. . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich.
Altitudine. . 149 " sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700+ 9h	15h	21h	Medio diurno	Temperatura centigrada 9h	15h	21h	Min.	Mass.	Medio diurno	Umidità assoluta in mm. 9h	15h	21h	Medio diurno	Umidità relativa in cent. 9h	15h	21h	Medio diurno	Quantità delle nubi 9h	15h	21h	Vento Direzione 9h	15h	21h	Velocità oraria in chilom. 9h	15h	21h	Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
1	45.2	44.9	45.7	45.27	25.2	21.7	20.6	19.4	25.8	22.75	16.8	13.4	13.1	14.43	71	70	73	71.3	4	9	0	E	NE	N	0	0	0	—	3.1
2	47.7	47.8	49.3	48.27	21.7	29.6	24.5	**19.3**	29.7	24.55	12.2	15.0	12.7	13.30	53	49	55	52.3	0	0	0	NE	NW	W	0	0	0	—	3.5
3	50.4	49.7	50.1	50.07	25.7	28.3	23.5	21.7	29.2	25.02	18.9	16.0	14.2	16.37	77	56	66	66.3	0	1	0	S	SW	WNW	0	2	0	—	4.4
4	50.0	48.6	48.9	49.17	25.3	28.5	24.3	21.6	29.3	25.13	18.4	16.9	15.1	16.80	77	59	67	67.7	2	1	3	S	SW	WNW	0	5	1	—	3.0
5	48.8	47.9	48.6	48.43	25.5	28.4	25.2	21.4	29.3	25.35	18.0	17.6	16.8	17.47	75	61	71	69.0	0	0	0	S	SW	ENE	0	2	0	—	3.0
6	48.5	47.7	47.6	47.93	25.9	26.9	22.7	21.5	27.2	24.32	17.3	17.6	12.5	15.80	70	67	61	66.0	3	4	0	SSW	SW	ENE	0	3	0	—	2.9
7	48.2	48.5	49.7	48.80	24.8	25.4	24.8	**19.3**	25.8	23.68	12.6	11.9	11.8	12.10	55	50	51	52.0	3	6	0	ENE	ENE	NE	0	1	0	—	3.6
8	50.2	49.8	50.6	50.20	24.0	28.4	24.8	20.8	29.0	21.65	14.1	11.9	11.5	12.50	63	41	50	51.3	3	2	0	NE	NE	ENE	0	2	0	—	4.8
9	50.4	49.2	49.3	49.63	27.5	31.5	26.5	20.8	31.6	26.60	12.4	13.5	12.1	12.67	45	39	47	43.7	0	1	0	E	NW	WSW	0	0	1	—	7.3
10	47.9	46.6	47.0	47.17	28.4	31.4	25.8	24.0	**32.0**	27.55	12.9	14.0	14.7	13.87	45	41	69	48.7	0	2	4	N	NW	SW	0	0	1	—	6.9
11	47.6	46.7	48.1	47.47	28.0	30.8	26.3	23.4	31.2	27.22	15.1	15.2	19.6	16.63	54	46	77	59.0	0	3	8	NE	W	NW	0	5	0	—	5.8
12	48.4	48.2	48.9	48.50	27.6	30.4	26.7	23.0	31.0	27.08	20.0	13.9	11.8	15.23	73	43	45	53.7	0	1	0	SE	SW	W	0	2	0	—	3.3
3	50.4	49.9	50.8	50.37	27.0	30.4	25.0	21.9	30.8	26.17	19.9	18.2	13.6	17.23	76	56	58	63.3	0	0	0	NE	SW	NNW	0	1	0	—	3.6
4	51.6	51.1	51.9	51.53	28.3	31.5	25.7	23.0	31.7	27.18	15.8	14.9	11.8	14.17	66	43	48	49.0	0	1	6	NE	SW	E	0	1	1	—	4.9
15	51.9	50.9	51.7	51.50	27.8	31.8	25.1	22.9	31.9	26.92	14.3	18.1	15.1	15.83	52	52	61	56.0	0	6	0	E	SW	N	0	8	7	1.6	6.3
16	52.0	50.7	51.4	51.37	28.0	31.6	23.4	22.2	31.9	26.38	12.8	13.2	13.8	13.27	45	**38**	65	49.3	0	0	0	NE	ENE	N	1	0	2	1.0	5.1
17	51.0	49.4	49.6	50.00	27.3	31.6	25.9	22.7	31.7	26.90	13.2	13.4	11.8	12.80	49	39	48	45.3	0	0	0	NNE	SW	W	2	6	0	—	5.9
18	48.5	47.0	47.0	47.50	28.4	30.8	25.0	23.6	31.3	27.07	14.3	17.2	13.0	14.83	59	52	56	52.7	0	0	0	NNE	W	W	2	2	0	—	6.3
19	45.7	44.9	45.5	45.37	28.3	30.2	25.2	23.0	30.6	26.78	16.3	17.8	19.5	17.87	58	55	82	65.0	0	0	0	S	E	SW	0	3	0	—	4.8
20	**44.7**	46.6	47.1	46.13	27.6	28.4	24.5	21.6	29.9	25.90	18.8	20.1	18.5	19.13	68	60	81	72.7	4	9	2	ESE	E	SW	0	0	0	9.6	4.2
21	49.0	49.1	49.5	49.20	27.2	30.2	24.7	22.8	30.4	26.27	18.3	19.1	19.5	18.97	68	60	84	70.7	0	4	0	N	SW	N	1	5	2	—	1.8
22	50.4	50.0	50.6	50.33	27.3	31.5	25.3	23.0	31.6	26.80	21.5	16.4	19.1	19.00	80	48	80	69.3	0	0	0	E	SW	S	0	7	1	—	2.7
23	50.4	49.5	50.0	49.97	27.7	30.4	25.4	22.7	31.0	26.70	21.1	17.8	19.8	19.57	77	55	82	71.3	1	0	0	E	SW	WSW	0	11	2	—	3.4
24	49.1	48.5	48.7	48.77	27.5	30.5	25.2	22.9	30.6	26.55	20.2	20.1	19.3	19.87	74	62	81	72.3	0	0	0	SE	N	N	0	2	2	—	2.6
25	48.4	48.1	48.0	48.17	27.6	29.5	25.3	22.8	30.2	26.48	18.8	20.2	19.4	19.47	68	65	81	71.3	0	0	0	SE	SW	SW	1	8	0	—	3.0
26	47.6	46.8	47.4	47.27	28.2	28.3	25.3	22.1	30.4	26.50	15.7	**21.7**	21.1	19.50	55	76	**86**	72.3	0	1	0	SW	SW	SW	1	8	4	—	3.1
27	47.7	47.4	47.3	47.47	27.3	29.1	24.3	22.7	30.0	26.07	15.0	13.7	17.0	15.23	56	46	76	59.3	0	0	0	SW	SW	W	2	9	0	—	3.0
28	47.0	45.9	45.9	46.27	27.3	29.2	24.6	22.3	29.7	25.98	17.7	14.0	15.6	15.77	66	46	68	60.0	0	0	0	SE	SW	SW	0	11	2	—	5.0
29	45.7	45.3	47.3	46.10	26.7	27.9	21.5	19.4	29.6	24.30	13.6	11.5	11.5	12.20	53	41	61	51.7	0	9	0	NE	E	N	1	0	0	5.4	5.9
30	49.0	49.2	51.2	49.80	23.9	26.9	22.8	20.0	27.5	23.55	10.8	10.5	**9.8**	10.37	49	40	48	45.7	0	4	0	E	E	N	1	0	0	—	5.5
31	52.2	51.8	**52.8**	52.27	24.8	28.5	23.1	20.0	29.3	24.30	10.1	11.5	**14.6**	12.07	49	40	70	53.0	0	4	0	E	SW	W	0	4	0	—	5.9
Medi mens	48.89	48.31	48.95	48.72	26.80	29.34	24.61	21.86	30.04	25.83	16.03	15.69	15.15	15.62	61.5	51.8	65.9	59.7	0.6	2.2	0.7							somma 17.6	somma 134.6

CATALOGO

DELLE PUBBLICAZIONI PERVENUTE ALL'ACCADEMIA

dal 17 Aprile al 9 Luglio 1904

PUBBLICAZIONI ITALIANE

Acireale — *R. Accademia di scienze, lettere ed arti degli Zelanti* — Rendiconti e Memorie, serie 3ª, vol. II — 1904.

Catania — *Società degli spettroscopisti italiani* — Memorie, vol. XXXIII, disp. 3ª-4ª — 1904.

Accademia Gioenia — Bollettino delle sedute, fasc. LXXIX — 1904.

Firenze — *Biblioteca nazionale centrale* — Bollettino delle pubblicazioni italiane, n. 40-41 — 1904.

Rivista scientifico-industriale — Anno XXXVI, n. 7 — 1904.

Società entomologica italiana — Bollettino, anno 35°, Trimestre I-IV — 1903.

Genova — *Società ligustica di scienze naturali e geografiche* — Atti, vol. XV, n. 2 — 1904.

Rivista ligure di scienze, lettere ed arti — Anno XXVI, fasc. II — 1904.

Iesi — *Giornale di agricoltura* — Anno LXV, n. 4-6 — 1904.

Livorno — *Periodico di matematica per l'insegnamento secondario* — Anno XIX, fasc. V; Supplemento, anno VII, fasc. VI-VII — 1904.

Messina — *R. Accademia Pelositana* — Atti, vol. XVIII — 1904.

Milano — *Reale Istituto lombardo di scienze e lettere* — Rendiconti, serie II, vol. XXXVII, fasc. VII-X; Memorie, vol. XIX, fasc. XII — 1904.

R. Osservatorio di Brera — Anno 1905.

Modena — *Le stazioni sperimentali agrarie italiane* — Vol. XXXVII, fasc. II-III — 1904.

Napoli — *Collegio degli ingegneri e architetti* — Bollettino, anno XXII, n. 6-9 — 1904.

Palermo — *R. Istituto botanico* — Contribuzioni alla Biologia vegetale, vol. III, fasc. II — 1904.

Circolo matematico — Rendiconti, tomo XVIII (Estratti dai verbali delle adunanze 13 Dicembre 1903-22 Maggio 1904) Annuario 1904.

Pavia — *Rivista di fisica, matematica e scienze naturali* — Anno 5, n. 52 e 53 — 1904.

Pisa — *R. Scuola normale superiore* — Annali, scienze fisiche e matemat., vol. IX — 1904.

Società toscana di scienze naturali — Atti, processi verbali, vol. XIV, n. 1-2 — 1904.

Roma — *Associazione elettrotecnica italiana* — Atti, vol. VIII, supplemento al fasc. 1 e 2 — 1904.

Società degli ingegneri e degli architetti italiani — Annali, anno XVIII, n. 4-6; Bollettino, anno XII, n. 16-21, 23 — 1904.

Reale Accademia dei Lincei — Rendiconti, ser. V, vol. XIII, fasc. 7-8; 10 — 1904.

Giornale medico del r. Esercito — Anno LII, fasc. IV-V — 1904.

L'Elettricista — Anno XIII, s. II, vol. III, n. 9-11 — 1904.

R. Comitato geologico — Bollettino, serie 4ª, vol. 4, n. 4 — 1904.

Rivista di Artiglieria e Genio — Annata XXI, vol. II, Aprile, Maggio — 1904.

Torino — *La rivista tecnica delle scienze, delle arti applicate all' industria e dell' insegnamento industriale* — Anno IV, fasc. 3-4 — 1904.

Associazione « Mathesis » — Bollettino, anno VIII, n. 3-5 — 1903-1904.

Società degli ingegneri e degli architetti—Atti, anno 1904, fasc. 1-2—1904.

In memoria di Alfonso Cossa nel primo anniversario della sua morte — 1903.

PUBBLICAZIONI STRANIERE

Albany — *University of the state of New-York* — State Museum Report, vol. 54 (1-4, 1900); vol. 55 — 1901; Index to publications Ellis — 1903.

Berlin — *K. Preussisch. Akademie der Wissenschaften* — Sitzungsberichte, n. I-XXIV, 1904; Abhandlungen, 1903.

Zoologisch. Station zu Neapel — Mittheilungen, Band 17, 1 und 2 Heft — 1904.

K. Preussisch. Meteorologisch. Institut — Jahrbuch, Heft I (1903) — 1904.

Boston — *American Academy of arts and sciences* — Proceedings, v. XXXIX, n. 10-12 — 1903.

Bruxelles — *Académie royale* — Bulletin de la Classe des sciences 1903, n. 11-12, Annuaire 1904.

Budapest — *K. Ungar Akademie der Wissenschaften* — Földtani Közlony, Kötet XXXIV, 1-4 Füzet — 1904.

K. Ung. Geologisch. Anstalt — A Magyar Pontusi e melet Atálanos és Oeslenylani Irodalma.

Buénos-Ayres — *Bullettin mensuel de Statistique municipale* — Année XVIII, n. 3 — 1903.

Calcutta — *Geological Survey of India* — Memoirs, Palaeontologia Indica, ser. XV, vol. I, part. 5; vol. IV — 1903.

Cambridge — *Cambridge philosophical Society* — Proceedings, vol. XII, part. V — 1904.

Cracovie — *Académie des sciences* — Bulletin internazional, n. 10 (1903); n. 1-3 — 1904.

Dublin — *Royal Irish Academy* — Proceedings, section A, vol. XXIV, part. 4; section B, vol. XXIV, part. V — 1904.

Göttingen — *K. Gesellschaft der Wissenschaften* — Nachrichten, Math.-phys. Klasse, 1904; Heft I — 1904.

Graz — *Naturwissenschaftlich. Verein für Steiermark* — Mittheilungen Jahrg. 1902.

Heidelberg — *Naturhistorisch-medizinisch. Verein* — Neue Folge, Band VII, Heft 5 — 1904.

Jena — *Medizinisch.-naturwissenschaftlich. Gesellschaft* — Jen. Zeitschrift, Bd. XXXVIII, Heft IV — 1904.

Kasan — *Société physico-mathematique* — Bulletin, tome XII, n. 4; tome XIII, n. 1 — 1902.

Kharkow — *Société mathématique* — Comunications, tome VIII, n. 1-3 — 1902.

Kiew — *Universitetschia Isvestia* (Notizie universitarie) — Vol. XLVI, n. 2-3 — 1904.

Kobenhavn — *Nyt Tidsskrift for Matematik* — B. Aarg. 15, n. 2 — 1904.

Königsberg — *Physikalisch.-Oekonomisch.-Gesellschaft* — Schriften Jahrgang XLIV — 1903.

Leipzig — *Archiv der Mathematik und Physik* — Band 7, Heft 4 — 1904.

Mathematisch. Gesellschaft in Hamburg — Mittheilungen, Band IV, Heft 4 — 1904.

K. Sächsisch. Gesellschaft der Wissenschaften — Berichte über die Verhandlungen, Band 55, VI; Band 56, I-III; Abhandlungen, Band XXVIII, n. VI-VII — 1904.

Liége — *Société géologique* — Bulletin, tome XXX; La Géologie et la reconnaissance du terrain houiller du Nord de la Belgique — 1904.

London — *Royal Society* — Proceedings, vol. LXXIII, n. 492-494; Philosophical transactions, series A, vol. 203, n. 364; series B, vol. 197, n. 227-229; Year-Book 1904.

Nature — Vol. 69, n. 1798-1806 — 1904.

Royal Astronomical Society — Montly notices, vol. LXIV, n. 5-6 — 1904.

The Mining Journal — Vol. LXXV, n. 3580-3590 — 1904.

Mathematical Society — Proceedings, series 2, vol. I, p. 6 — 1904.

The Linnean Society — Journal, Botany, vol. XXXV, n. 248 — 1904.

Manchester — *Literary et philosophical Society* — Memoirs and proceedings, vol. 48, part. II — 1904.

Marburg — *Gesellschaft zur Beförderung der gesammten Naturwissenschaften* — Sitzungsberichte, Jahrg. 1903; Schriften, Bd. 13, Abth. 5 — 1904.

Mexico — *Observatorio meteorológico magnético central* — Boletin mensual, Mes de Mayo 1902.

Direccion general de Estadistica — Estadistica industrial 1902; Censo y division territorial del estado de Guanajuato — 1903.

Montevideo — *Museo Nacional* — Anales, serie II, Entrega I — 1904.

München — *K. B. Akademie der Wissenschaften* — Sitzungsberichte der math. phys.-Kl., Heft I — 1904.

Oberlin (Ohio) — *Oberlin College* — The Wilson Bulletin, n. 46 — 1904.

Odessa — *Club Alpin de Crimée* — Bulletin, n. 3-6 — 1904.

Ottawa — *Geological survey of Canada* — Altitudes in the dominion of Canada; Profiles accompanying report on altitudes.

Department of agriculture — Cheese Factories and creameries, 1898; The food products of Canada, 1901; A Directory of the breeders of pure bred live stock, 1901; Bulletin, new series, n. 1-2 (1901); n. 3, 4, 8 (1902); n. 9, 9 bis, 11-15 (1903); Evidence of W. A. Mackinnon 1903.

Paris — *Académie des sciences* — Comptes rendus hebdomadaires des séances, tome CXXXVIII, n. 15-23 — 1904.

Société mathématique — Bulletin, tome XXXII, fasc. I — 1904.

Ecole normale supérieure—Annales scientifiques, tom. XXI, n. 4-5—1904.

Société d'encouragement pour l'industrie nationale — Compte rendu, n. 8-11; Bulletin, tome 106, n. 4-5; Supplement au n. 4 et 5 — 1904.

Bibliothéque de l'École des hautes études— Bulletin des sciences mathématiques, tome XXVIII, Mars 1904.

Journal de l'anatomie et de la physiologie normales et pathologiques de l'homme et des animaux — XL année, n. 3 — 1904.

Archives de neurologie — Vol. XVII, n. 101 — 1904.

Journal de mathématiques pures et appliquées — Tome X, fasc. 2 — 1904.

Société d'anthropologie—Bulletins et Mémoires, V série, tome IV, fasc. 4— 1904.

Muséum d'Histoire naturelle — Bulletin, année 1903, n. 5-6 — 1903.

Rennes — *Société Scientifique et Médicale de l'Ouest* — Bulletin, tome XII, n. 3 — 1904.

Rovereto — *Biblioteca Civica* — Elenco dei donatori e dei doni fatti dal 1° Gennaio al 31 Dicembre 1903.

I. R Accademia di scienze, lettere ed arti degli Agiati—Atti, sec. III, vol. X, fasc. I — 1904.

St.-Pétersbourg — *Comité géologique*—Mémoires, vol. XVI, n. 2 (Text, Atlas) ; vol. XVII, n. 3; vol. XX, n. 1; Nouvelle série, livro 1-2, 4 ; Bulletins, vol. XXI, n. 5-14 — 1902.

Horae Societatis entomologicae rossicae — T. XXXVI, n. 3-7 — 1903.

Stockholm — *K. Vetensk. Akademien* — Handlingar, Bd., 37, n. 4-6; Arkiv för Botanik , Bd. I , Haefte 4 ; Meteorologiska Jakttagelser I Sverige , ser. 2, Bd. 29 — 1901.

Tokio — *Earthquake Investigation Committee in Foreign Languages*—Publications, n. 15-16 — 1904.

Toronto — *University of Toronto* — Studies, n. 3 — 1904.

Toulouse — *Faculté des sciences de l'Université* — Annales, tome V — 1903.

Upsala — *K. Universitet* — Bulletin mensuel de l'Observatoire météorologique, vol. XXXV, année 1903.

K. Humanistiska Vetenskaps-Samfundet — Skrifter, Band VIII — 1902-1904.

Urbana U. S. A. — *Illinois State Laboratory of Natural History* — Bulletin, vol. VI, index; vol. VII, art. I-III — 1904.

Wien — *K. Akademie der Wissenschaften* — Mittheilungen, n. XIV-XXI ; Sitzungsberichte, math.-naturwiss. Cl., Abtheilung, Band CXI, Heft X; Band CXII , Heft I-III ; Abth. II a , Band CXII , Heft I-VI ; Abth. II b , Band CXII, Heft I-VI — 1903.

Zagreb — *Societas scientiarum naturalium croatica* — Glasnik, Godina XV — 1904.

Zürich — *Naturforschenden Gesellschaft* — Vierteljahrsschrift, Jahrg 48, Heft I-II — 1903.

Società elvetica di scienze naturali adunata in Locarno — Atti, 86ma sessione ; Compte rendu des Travaux session quatre-vingt-sixieme — 1904.

OPERE PRIVATE

Casazza G., *Appunti critici di fisica meccanica* — Milano, 1904.

De Lorenzo G., *Geologia e Geografia fisica dell'Italia meridionale* — Bari 1904.

India e Buddhismo antico — Bari, 1904,

De Pretto Olinto, *Ipotesi dell'etere nella vita dell'Universo* — Venezia, 1904.

Millosevich E. e Fringali E., *Catalogo di 412 stelle fra 49°52' e 54°5' (1900.0) osservate al cerchio meridiano Salmoiraghi e ridotto a 1900.0* — Catania, 1904.

Romiti Guglielmo, *Discorso inaugurale pronunciato il 13 settembre 1903 nel IV convegno zoologico in Rimini* — 1903.

Per la storia del tessuto connettivo reticolare — Firenze, 1904.

Taramelli Torquato, *Delle condizioni geologiche dei due tracciati ferroviarii per Rigoroso e per Voltaggio tra Novi e Genova* — Milano, 1904.

Tommasina Thomas, *L'hypothése des électrons et la corrélation des forces physiques.*

Sur la scintillation du sulfure de zinc phosphorescent, en présence du radium, revivifiée par les décharges électriques — Géneve, 1904.

Fascicolo 8° a 11° ANNO XLIII. Agosto a Novembre 1904.

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell' adunanza del dì 9 Luglio 1904.
Presiede il presidente **G. Paladino.**

MAR 20 1905

Sono presenti i soci ordinari Bassani, Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo (segretario), Delpino, Fergola, Oglialoro, Paladino, Siacci, il socio ordinario non residente Gabriele Torelli e i corrispondenti del Re e Piutti.

Il segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato e presenta i libri giunti in cambio ed in dono.

Il socio prof. Delpino fa omaggio all'Accademia di una sua Memoria col titolo: *Sulla funzione vessillare presso i fiori delle angiosperme.*

Il socio prof. Bassani a nome dell'Autore fa omaggio all'Accademia di una Memoria del prof. G. de Angelis d'Ossat col titolo: *Brano di logica formale della Geologia* e ne parla.

Il Presidente ringrazia i professori Delpino e Bassani a nome dell'Accademia.

Il segretario comunica una lettera del prof. Alfonso del Re con cui ringrazia l'Accademia della nomina a socio corrispondente nazionale.

Il socio prof. Piutti anche a nome dei soci Oglialoro e Scacchi legge il rapporto sulla Nota del Dott. Ezio Comanducci, presentata nella precedente tornata, proponendone l' inserzione nel Rendiconto, che viene approvato all' unanimità.

Il socio Oglialoro presenta una Nota della dottoressa M. Bakunin e del signor G. Dragotti dal titolo: *Contributo alla conoscenza dei pigmenti melanici,* e anche a nome dei soci Paladino e Piutti fa il rapporto favorevole all' inserzione della detta Nota nel Rendiconto. L' Accademia approva all' unanimità.

*

Il socio Fergola presenta le tavole del Dottor Eugenio Guerrieri, secondo assistente nel R. Osservatorio di Capodimonte, col titolo: *Riassunto delle osservazioni meteorologiche fatte nella R. Specola di Capodimonte nell' anno 1903.*

Il socio del Re presenta una Nota: *La rappresentazione dei complessi e delle congruenze lineari in Geometria descrittiva e sua applicazione alla statica grafica.* L' Accademia ne approva all'unanimità la inserzione nel Rendiconto.

Il Presidente legge una sua Nota dal titolo: *Ancora alcuni casi di udizione colorata. Notizie e considerazioni.*

Processo verbale dell' adunanza del dì 5 Novembre 1904.
Presiede il presidente **G. Paladino.**

Sono presenti i soci ordinari Bassani, Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo (segretario), Delpino, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci ed il socio ordinario non residente Torelli.

Il segretario legge il processo verbale della tornata precedente, che viene approvato, e presenta le pubblicazioni pervenute, fra le quali vanno notate le seguenti:

— Opere matematiche di F. Brioschi. Tomo 3.°

— Opere di Galileo Galilei. Vol. XIV.

— Sodales R. Lincearum Academiae. Annum CCC.

— Annali bibliografici Barbera e C.° (1854-1880).

— Due note del prof. G. de Lorenzo, una *Sull'attività vulcanica nei campi flegrei,* l'altra su l' *History of volcanic action in the phlegraean fields.*

Il Presidente annunzia con sommo dolore la grave perdita del socio Villari, avvenuta nei mesi feriali, e dà la parola al socio Pinto, il quale legge il discorso commemorativo.

Si delibera inviare le condoglianze dell'Accademia alla vedova del compianto socio Villari ed al fratello prof. Pasquale Villari.

Il segretario comunica varie lettere e cartoline di soci corrispondenti, stranieri, e Corpi scientifici con le quali esprimono le loro condoglianze per la morte del socio Villari.

Processo verbale dell' adunanza del dì 12 Novembre 1904.
Presiede il presidente **G. Paladino.**

Sono presenti i soci ordinari Bassani, Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo (segretario), Delpino, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci e il socio corrispondente del Re.

Il segretario legge il processo verbale della tornata precedente, che viene approvato, e presenta i libri giunti in cambio e in dono.

Il socio Delpino fa omaggio all'Accademia del Bullettino dell'Orto Botanico. Il Presidente ringrazia.

Il segretario comunica:

Una lettera del Ministro della Pubblica Istruzione di Berlino con cui accompagna la placa in bronzo che l'Accademia Reale di Berlino ha coniato in occasione del secondo centenario di fondazione.

Una lettera della R. Accademia di Scienze, Lettere e Belle Arti di Palermo, con cui si comunica la istituzione della Fondazione di studii Sensales.

Infine una circolare del Circolo matematico di Palermo, il quale Circolo in occasione del IV Congresso internazionale dei matematici che si terrà in Roma nel 1908, conferirà un premio internazionale di Geometria chiamato: *Medaglia Cuccia*, consistente in una medaglietta d'oro e di Lire tremila.

Il segretario riferisce intorno alle condizioni dei locali nella nuova Università destinati alla R. Accademia; prendono parte alla discussione varii soci e si rimanda ogni deliberazione ad altra tornata.

L'Accademia nomina a soci ordinarii residenti i soci corrispondenti professori Giuseppe de Lorenzo e Arnaldo Piutti.

Processo verbale dell'adunanza del dì 19 Novembre 1904.
Presiede il presidente **G. Paladino.**

Sono presenti i socii ordinarii Bassani, Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo (segretario), Delpino, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci, e i soci corrispondenti Piutti e del Re.

Il segretario legge il processo verbale della tornata precedente che viene approvato, e presenta i libri giunti in cambio e in dono, fra cui il tomo secondo delle *Opere matematiche di Eugenio Beltrani.*

Indi comunica una lettera

del socio prof. Pinto il quale desidera alcuni volumi della 1ª serie degli Atti, l'Accademia delibera favorevolmente,

un'altra del professor Pasquale Villari il quale ringrazia per le condoglianze,

ed infine una terza del Bibliotecario della R. Università a proposito dei locali adibiti per la Biblioteca della Società Reale. Prendono parte alla discussione tutti i soci presenti e l'Accademia delibera di far voti che i libri della Società Reale sieno trasportati nella sua sala, dove erano prima che si consegnassero alla Biblioteca Universitaria.

Il socio Piutti a nome suo e del prof. Stoppani presenta una Nota *Sulla presenza del Bismuto nelle piriti di Agordo.*

Il segretario presenta una Nota del socio ordinario non residente G. Torelli dal titolo: *Nuove formule per calcolare la totalità dei Numeri primi non superiori a un limite assegnato, contenuti nella serie naturale, o in una progressione aritmetica.*

Il prof. Fergola ne presenta una del secondo astronomo aggiunto V. Tedeschi dal titolo *Variazioni della declinazione magnetica osservate nella R. Specola di Capodimonte nell' anno 1902.*

La rappresentazione dei complessi e delle congruenze lineari in Geometria descrittiva e sua applicazione alla Statica grafica; *Nota del socio corrispondente* **A. Del Re.**

(Adunanza del dì 9 Luglio 1904)

Allorchè si riguarda, come io ho fatto sin dal Gennaio del 1900, nelle mie lezioni di Geometria descrittiva, il metodo della proiezione centrale (proiezione *polare* di Cousinery) come una rappresentazione dello spazio rigato sulle coppie di punti di un piano fisso (il quadro), i punti si presentano rappresentati da omotetie ed i piani da insiemi di ∞^1 omotetie aventi in comune una coppia di rette corrispondenti (la *traccia* e la *retta di fuga* del piano), o la costante se il piano è parallelo al quadro. Vi è dell' interesse a vedere ciò che avviene allorchè si vogliono rappresentare le forme fondamentali dello spazio rigato, come i complessi e le congruenze lineari, ed il partito che si può trarre da queste rappresentazioni quando se ne cerca una applicazione allo studio della composizione e decomposizione dei sistemi di forze nello spazio; i quali sistemi dànno origine, come si sa, ad un complesso lineare generale, o specializzato: il complesso degli assi nulli.

Lo scopo della presente nota è appunto quello di trattare di siffatte rappresentazioni ed applicazioni.

§ I.

Le correlazioni piane doppiamente lineari.

In vista del frequente uso, nel presente lavoro, delle correlazioni piane i cui sistemi polari fondamentali degenerano, in questo primo paragrafo io indico brevemente le principali proprietà di tali correlazioni, alcune, forse, non ancora sufficientemente notate, o rilevate.

1. Se la conica luogo dei punti di un piano che appartengono alle proprie rette corrispondenti in una data correlazione piana Γ si decom-

pone in due rette u, u', la conica inviluppo delle rette che appartengono ai proprii punti corrispondenti si decompone in due punti U, U', e la retta $p \equiv UU'$ di questi due punti appartiene al punto $P \equiv uu'$ di quelle due rette e corrisponde ad essa doppiamente in Γ. I punti U,U' si diranno *punti fondamentali* della correlazione; le rette u, u' si diranno *rette fondamentali* ed i due elementi P, p si diranno rispettivamente *punto principale* e *retta principale* della correlazione. La correlazione stessa si dirà *doppiamente lineare.*

Ognuno dei due punti fondamentali ha per corrispondente in Γ una delle due rette fondamentali, e per corrispondente in Γ^{-1}, l'altra; supporremo che ciò segua in modo che in Γ ad U corrisponda u'; epperò, ponendo l'un sotto l'altro due elementi corrispondenti, gli elementi fondamentali e gli elementi principali, dànno, per Γ,

$$\Gamma \equiv \begin{matrix} Pp\, UU'uu' \\ p\, Pu'u\, UU' \end{matrix}, \quad \text{d'onde segue, per } \Omega \equiv \Gamma^2: \quad \Omega \equiv \begin{matrix} PpU\, U'u\, u' \\ PpU'\, Uu'u \end{matrix};$$

cioè per Ω sono uniti il punto e la retta principale, e si corrispondono in doppio modo gli elementi omonimi fondamentali.

Ne segue che se Q è l'armonico di P rispetto ad U, U', e q è l'armonica di p rispetto ad u, u' saranno Q, q ulteriori elementi uniti per Ω, e quindi pure due altri elementi che si corrispondono in doppio modo in Γ. Questi elementi saranno detti *doppii* per la correlazione. La Ω non ha, evidentemente all'infuori di P, p, Q, q altri elementi uniti.

Una correlazione doppiamente lineare Γ è completamente individuata allorchè ne sono dati gli elementi fondamentali U, U', u, u' ed il modo come questi si corrispondono. Infatti, posto $UU' \equiv p$, $uu' \equiv P$, e supposto che in Γ ad U, U' devano corrispondere ordinatamente u', u, se per ogni punto arbitrario M si costruisce la retta m' che unisce i punti $UM.u' \equiv H'$, $U'M.u \equiv L$, e si fa poi a quel punto corrispondere questa retta, avverrà che mentre il punto M percorre una retta m, per un caso particolare conosciutissimo del teorema di correlativo di un teorema di Mac-Laurin, la retta m' girerà attorno ad un punto M'; epperò M ed m' al variare di M descrivono una correlazione che, come si vede facilmente col supporre M su u, o su u', ha per rette fondamentali u, u' e per punti fondamentali U, U' corrispondentisi nel modo precisamente indicato *).

---

*) Quantunque non occorra allo scopo del presente lavoro, stimiamo opportuno dare qui la dimostrazione della medesima proposizione nel modo come si presenta allorchè U, U' ed u, u' sono immaginarii coniugati.

Siano U, U' dati per mezzo di una involuzione ellittica J_p su una retta p, ed u, u' per mezzo di una involuzione ellittica J_p intorno ad un punto P

2. Il caso particolare, utile al nostro scopo, di una correlazione doppiamente lineare Γ, è quello nel quale una delle due rette fondamentali u, u', la u' p. es., è all'infinito. In tal caso, il punto principale P è il punto all'infinito di u, la retta principale $p \equiv UU'$ è $\|$ alla u, il punto doppio P_1 è il punto medio del segmento UU' e la retta doppia p_1 è la simmetrica di p rispetto ad u. La costruzione della retta corrispondente di un dato punto M la si fa tracciando pel punto $MU'.u$ la $\|$ ad MU.

---

di p; indicando con i segni $\rightarrow, \leftarrow$ i due versi della punteggiata (p) e con $\rightarrow, \leftarrow$ i due versi del fascio (P) sarà, alla maniera di Staudt (a parte il simbolismo) $U \equiv \overrightarrow{J_p}$, $U' \equiv \overleftarrow{J_p}$, $u \equiv \overrightarrow{J_P}$, $u' \equiv \overleftarrow{J_P}$, e la costruzione della retta m' per ogni dato punto M si farà osservando che essa è la retta reale dei due punti immaginarii coniugati sezioni delle rette MU, MU' con le rette u', u rispettivamente; e che, perciò, si ottiene come segue.

Si consideri una $\mathcal{S}$ delle due proiettività fra il fascio (P) e la punteggiata (p) che, mentre fanno corrispondere al raggio p il punto P mutano la involuzione J_P nella involuzione J_p; ed in essa corrispondano al coniugato p_1, di p in J_P il coniugato P_1 di P in J_p, ed ai raggi coniugati $MP \equiv r, r_1$ di J_P i punti (coniugati in J_p) R, R_1; allora, prendendo per U, U' le rappresentazioni $U \equiv PRP_1R_1$, $U' \equiv PR_1P_1R$ si potranno prendere per u', u rispettivamente le rappresentazioni proiettive ad esse $u' \equiv rpr_1p_1$, $u \equiv rp_1r_1p$; ed i punti, immaginarii coniugati $MU.u'$, $MU'.u$ si troveranno sulla retta reale m' dei punti reali $MR.p \equiv R$, $MR_1.p_1 \equiv H$, sulla quale starà pure il punto $MP_1.r_1 \equiv S$, perchè i due gruppi proiettivi $M(PRP_1R_1), rpr_1p_1$, per essere $MP \equiv r$, sono prospettivi; essa sarà, perciò, la retta domandata.

Se al punto M si fa percorrere una retta m, la punteggiata da esso descritta è prospettiva al fascio descritto da r; e come R_1 corrisponde ad r nel prodotto $\mathcal{S}\mathcal{J}_p$, così M ed R_1, descrivono punteggiate proiettive, nelle quali sono corrispondenti il punto P ed il punto $mp_1 \equiv Q$, poichè, quando $M \equiv Q$ è $r \equiv p_1$ $R \equiv P_1$, $R_1 \equiv P$; dunque, anche la punteggiata descritta da $H \equiv MR_1.p_1$ è proiettiva alla punteggiata descritta da R_1, e quindi pure a quella descritta da R. Se $M \equiv mp$, sarà $p \equiv r$, $R \equiv P$, $R_1 \equiv P_1$, ed in conseguenza, pure $MR_1.p_1 \equiv PP_1.p_1 \equiv pp_1 \equiv P_1$; sicchè, per le punteggiate proiettive descritte da R_1, H è P punto unito. Tali punteggiate sono dunque prospettive, e la retta m' al variare di M, varia intorno ad un punto fisso; il che prova che la dipendenza fra M ed m' è pure una correlazione Γ nel caso in esame.

La proiettività $\mathcal{S}$ è quella dovuta alla Γ; alle due $\mathcal{S}$ possibili fra J_P e J_p con la corrispondenza comune pP, corrispondono la Γ e la sua inversa Γ^{-1}.

N. B. Il ragionamento precedente è una dimostrazione diretta per via sintetica della verità del caso particolare del teorema dualistico del teorema di Mac-Laurin a cui abbiamo innanzi accennato, quando si abbia un triangolo variabile con un sol vertice ed un sol lato reali (e gli altri due vertici, o lati imm. coniug.).

3. Simmetria polare associata alla correlazione.—Un punto M' è detto reciproco di un dato punto M rispetto ad una correlazione Γ se appartiene alla retta m' corrispondente di M in Γ; ne segue che ogni punto è reciproco a tutti i punti della propria retta corrispondente, e che se M' è reciproco di M rispetto a Γ, M a sua volta è reciproco di M' rispetto a Γ^{-1}. Ogni punto M ha generalmente un sol reciproco M' sia rispetto a Γ che rispetto a Γ^{-1}, e questi due punti saranno detti *doppiamente reciproci*. Analoghe denominazioni saranno introdotte per le rette. Il punto doppio P_1 è doppiamente reciproco di tutti i punti della retta doppia p_1, e questa è doppiamente reciproca di tutte le rette di P_1. Supponendo di essere nel caso considerato al n.° 2, se si fa corrispondere ad un punto M il punto ad esso doppiamente reciproco, si ha fra tutte le coppie di punti bi-reciproci una trasformazione biunivoca involutoria; essa è hirstiana, col polo P_1 e con la conica fondamentale spezzata nella coppia delle rette $u, u' \equiv \infty$. La chiameremo *simmetria polare* di polo P_1 rispetto alla retta u, associata alla correlazione Γ, e la correlazione stessa sarà detta *correlazione con simmetria polare*. Tutte le coniche del sistema omaloidico base della trasformazione sono iperboli che passano per P_1 ed hanno un comune assintoto in p_1. Ogni iperbole è incontrata dalla propria retta corrispondente sulla u, e sulla retta all'infinito.

§ II.

Complessi lineari in proiezione centrale.

4. Indichiamo con σ il quadro per una rappresentazione in proiezione centrale, con C il centro di proiezione, con C' il punto principale, con φ il cerchio di distanza; e sia Σ un complesso lineare del quale si domandi la rappresentazione sul quadro.

Una retta generica m di Σ ha una traccia T ed un punto di fuga I'; e T è traccia altresì di tutte le rette di Σ che sono nel piano τ polare di T; i punti di fuga di tutte queste rette sono sulla retta di fuga t' di τ; d'onde segue che, per mezzo di Σ, resta determinata ed in modo unico, una retta t' per ogni punto T di σ; vale a dire una corrispondenza fra il piano σ_t delle tracce ed il piano $\sigma_{t'}$ delle rette di fuga. Ora questa corrispondenza è una correlazione con simmetria polare.

Infatti, quando il punto T descrive il sistema piano (σ), il piano polare τ, rispetto a Σ, descrive una stella ad esso correlativa intorno al polo S di σ; e questa stella, segata dal piano all'infinito, dà nella sezione, e quindi pure nella immagine fattane da C, su σ, in sistema polare $[\sigma']$ correlativo al sistema $[\sigma]$; dunque T e t' si corrispondono correlativamente. In questa correlazione che indicheremo con Γ_Σ due

punti reciproci sono, rispettivamente, la traccia ed il punto di fuga di una retta del complesso Σ; epperò un punto il quale sia reciproco di se stesso è contemporaneamente traccia, e punto di fuga, di una di tali rette, e viceversa; ma le rette del complesso per le quali i punti di fuga sono confusi con le tracce sono quelle del piano polare del centro di proiezione, e quelle parallele al quadro; dunque la *correlazione* Γ_Σ *è*, come volevasi dimostrare, *con simmetria polare*, e la sua retta fondamentale al finito, è la traccia $u \equiv \gamma\sigma$ del piano polare del centro di proiezione rispetto a Σ. Cerchiamo il significato dell'altra retta fondamentale, dei punti fondamentali, dei punti principali e della simmetria polare associata alla Γ_Σ.

Il punto fondamentale U' essendo tale che tutte le rette corrispondenti in Γ_Σ dei punti all'infinito di σ sono le rette di fuga dei piani polari di questi punti rispetto a Σ, e passano per esso, rappresenta il polo del piano all'infinito (*direzione* dei diametri), mentre che il punto fondamentale U rappresenta il polo del quadro, rispetto a Σ. Dunque, da una parte si ha che la retta fondamentale al finito è la polare, rispetto a Σ, del raggio proiettante il punto U [la retta di rappresentazione (U, U)], e dall'altra, che la retta fondamentale all'infinito ha per polare la retta rappresentata dalla coppia di punti fondamentali (U, U'); quest'ultima retta è, in altri termini, il diametro del complesso *aggiunto* al quadro.

La retta principale p contenendo i punti U, U' è insiememente la immagine del diametro (U, U') e la traccia, nonchè retta di fuga, del piano diametrale π polare del punto $P \equiv \infty$, poichè p corrisponde a P in doppio modo in Γ_Σ, e π contiene il centro di proiezione ed il diametro (U, U').

Come la retta t' che corrisponde in Γ_Σ ad un dato punto T è la retta di fuga del piano polare del punto T di σ, così la retta i che corrisponde ad un dato punto I' di σ in Γ_Σ^{-1} è la traccia del piano polare del punto all'infinito di direzione I'; d'onde segue che *data una retta* (T, I'), *la sua polare avrà per traccia il punto comune a* TU *ed alla retta* i *corrispondente di* I' *in* Γ_Σ^{-1} *e per punto di fuga il punto comune ad* IU' *ed alla corrispondente* t *di* T *in* Γ_Σ.

Si sa che lo scambio fra la traccia ed il punto di fuga di una retta equivale al cambiamento della retta nella sua trasformata per mezzo dell'omologia armonica principale (cfr. le mie lezioni autografate, pag. 186) Ω; dunque la stessa Γ_Σ col cambiamento del nome nelle sue diverse coppie di elementi reciproci, rappresenta il completo lineare Σ' corrispondente del complesso Σ in Ω; e poichè per le coppie della simmetria polare S, associata a Γ_Σ è indifferente prendere l'uno o l'altro, come punto di fuga, o traccia, per avere da essa la pappresentazione di una retta di Σ, o di Σ', così tali coppie rappresentano la congruenza lineare

θ comune a Σ, Σ'. Questa θ è iperbolica e dei suoi assi l'uno passa pel centro di proiezione C, e l'altro giace nel piano parallelo posteriore σ_2, poichè il fascio di Σ che ha per centro C ed il fascio che ha per piano σ_2 sono pure fasci di Σ'. Il piano del fascio di Σ che ha il centro in C ha per traccia e retta di fuga la $t \equiv i' \equiv u$; dunque u è pure la immagine dell'intersezione di γ con σ_2, cioè di uno degli assi della congruenza θ, i singoli punti di questa essendo rappresentati da altrettante simmetrie coi centri nelle loro immagini. Il centro del fascio di Σ giacente in σ_2 è il punto d'incontro di σ_2 col diametro (U, U') aggiunto a σ, epperò esso è il punto $P_2 \equiv (P_1; U, U')$, cioè, in σ, il punto singolare della simmetria polare; l'altro asse della congruenza è dunque il raggio proiettante P_1, cioè la retta che ha per coppia rappresentatrice (P_1, P_1). Resta a trovare il significato dell'asse p_1 della simmetria polare. Poichè P_1 e p_1 si corrispondono in doppio modo in Γ_Σ è (p, p_1) il piano polare, rispetto a Σ, del punto P_1 del quadro ed è (p_1, p) il piano diametrale coniugato alla direzione di punto di fuga P_1.

5. Come un complesso lineare è rappresentato da una correlazione con simmetria polare, così, viceversa, ogni correlazione con simmetria polare rappresenta un complesso lineare. Ne segue che, sul piano di rappresentazione ogni complesso lineare è individuato dai punti principali e dalla retta principale della *correlazione rappresentativa*. Questa sarà chiamata anche *complesso lineare* sul piano di rappresentazione.

Risolviamo su questi complessi i problemi fondamentali.

1.° *Dato un complesso lineare* Γ_Σ, *e dato un punto* $M \equiv (M'; H, L')$ *trovare il piano polare del punto.*

α) Se il punto M è sul quadro si cercherà di M la corrispondente m' in Γ_Σ, e sarà questa la retta di fuga del piano domandato; la traccia sarà la $\|$ condotta per M ad m' ($\|$ che deve passare per U). — β) Se il punto $M \equiv N'$ è sul piano all'infinito si cercherà la retta corrispondente n di N' in Γ_Σ^{-1}, e sarà questa la traccia del domandato piano polare; la retta di fuga sarà la parallela condotta per N' ad n ($\|$ che passerà per U'). — γ) Se il punto M non è sul quadro, nè sul piano all'infinito, si osserverà che la traccia e la retta di fuga del piano polare di M dovranno corrispondersi nell'omotetia rappresentatrice del punto, mentre che le coppie di punti corrispondenti di tale omotetia appartenenti a quella traccia ed a quella retta di fuga, devono essere coppie di punti reciproci rispetto a Γ_Σ. Ora, sia Ω l'omotetia del punto; il prodotto $\Omega^{-1}\Gamma_\Sigma$ è un'altra correlazione con simmetria polare, perchè ha, evidentemente la retta all'infinito come retta di punti reciproci di se stessi; dunque, la retta fondamentale al finito di $\Omega^{-1}\Gamma_\Sigma \equiv \Gamma'$ sarà la retta di fuga del piano domandato, e la retta fondamentale al finito di $\Omega\Gamma_\Sigma$ ne sarà la traccia. Del resto, costruendo dalla retta (H, L') del punto dato la polare (H_1, L'_1) rispetto a Σ nel modo indicato al n.° 4, il piano richiesto è quello che passa per questa polare e pel dato punto.

*

Si può osservare pure che, cercando la traccia T del diametro del complesso che passa per M, la corrispondente t' di T in Γ_Σ è la retta di fuga del piano polare domandato; quindi, trovando di T' il corrispondente J in Ω^{-1} sarà (J, J') una retta del complesso appartenente a tal piano polare, e quindi la $\parallel$ h condotta per J a t' sarà la traccia del piano stesso.

2.° *Dato un complesso lineare* Γ, *e dato un piano, trovare il polo del piano.*

Sia $\mu \equiv (h, t')$ il dato piano; se si cerca di t' il punto corrispondente T in Γ_Σ^{-1}, sarà (T, U') il diametro *aggiunto* al piano μ; il punto d'incontro di (T, U') con (h, t') sarà dunque il polo domandato M. Visto che T si trova proiettando da U', sulla $\parallel h_1$ a t' condotta per U, il punto $t'u$, si farà uso di p come retta di fuga del piano ausiliare per la costruzione di M. Se h passa per U, cioè se μ passa pel polo del quadro, è allora T il polo domandato. Se t' passa per U', cioè se μ passa pel polo del piano all'infinito, allora è il punto all'infinito di t' il polo domandato.

3.° *Dato un complesso lineare* Γ_Σ *costruire l'asse.* Si costruisca l'antipolare v' di U' rispetto a φ, e si proietti il punto $v'u$ da U' sulla $\parallel$ a v' condotta per U: la proiezione T sarà la traccia del domandato asse.

4.° *Dato un complesso lineare* Γ_Σ, *costruire di una retta la polare.* Questo problema è stato risoluto nel n.° 4.

5.° *Dato un complesso lineare* Γ_Σ, *costruire le rette normali alle proprie polari.* Sia $M \equiv (M'; H, L')$ un punto, e nel modo indicato nel probl. 1.° si costruisca il piano polare $\mu \equiv (h, t')$. È chiaro che il punto di fuga della polare di una retta passante per M è su t'; quindi il punto di fuga su una retta di M normale alla propria polare ed il punto di fuga di questa polare sono antireciproci rispetto a φ, allineati con U', ed uno di essi è su t'. Ne segue che, costruendo la conica $\varphi_{t'}$, corrispondente di t' nella involuzione hirstiana di polo U' rispetto a φ, tutti i punti di $\varphi_{t'}$, saranno punti di fuga di altrettante rette uscenti da M, normali alle proprie polari rispetto al dato complesso. Si vede da ciò, come è del resto notissimo, che le rette normali alle proprie polari formano un complesso di 2.° grado; il cono di vertice M di questo complesso ha per conica di fuga la $\varphi_{t'}$, e per traccia l'omotetica di φ_t, nell'inversa dell'omotetia rappresentatrice di M. Si può subito trovare l'inviluppo delle rette di tal complesso giacenti nel piano $\mu \equiv (h, t')$. L'antipolo di t', rispetto a φ, è su $\varphi_{t'}$; esso, proiettato da U' sopra t'

---

*) È utile aggiungere l'osservazione seguente: *Le immagini di due rette polari qualunque rispetto al complesso* Σ *si incontrano sulla retta fondamentale al finito della* Γ_Σ.

dà il punto di fuga della *caratteristica* del piano μ; sicchè questa risulta immediatamente costruita.

Tutte le coniche $\varphi_{U'}$, passano per tre punti fissi, di cui uno U' è reale e gli altri due sono immaginarii coniugati: essi sono immagini di punti singolari all' infinito del complesso.

§ III.

Le congruenze lineari in proiezione centrale.

6. Una congruenza lineare C essendo l' intersezione di due complessi lineari C_1, C_2 è rappresentata, sul piano del quadro dalle coppie di punti (M, M') che sono reciproci sia rispetto alla correlazione Γ_1 rappresentatrice di C_1 che rispetto alla correlazione Γ_2 rappresentatrice di C_2, epperò dalla trasformazione quadratica che è generata da quelle coppie.

Siano U_1, U_1', u_1 i due punti fondamentali e la retta fondamentale al finito della Γ_1, ed U_2, U_2', u_2 gli elementi analoghi della Γ_2; il corrispondente di un punto M in Γ si otterrà tracciando pei punti $MU_1'.u_1$, $MU_2'.u_2$ le parallele m'_1, m'_2 alle rette MU_1, MU_2 e cercando il punto M' comune a queste parallele; perchè m'_1, m'_2 sono rispettivamente le corrispondenti del punto M in Γ_1, Γ_2. Per la Γ il punto all' infinito U' di $u \equiv U_1U_2$ è fondamentale pel secondo dei due sistemi fra i quali la Γ intercede, perchè la retta $u \equiv U_1U_2$ appartiene tanto a Γ_1 quanto a Γ_2; epperò, qualunque punto di u, preso come traccia, insieme al punto U' all'infinito, rappresenta sempre una coppia di Γ. Altrettanto dicasi del punto all'infinito U di $u' \equiv U_1'U_2'$ il quale è fondamentale pel primo di quei due sistemi. Le rette fondamentali corrispondenti di U, U' sono rispettivamente u', u, e su queste si trovano le due coppie di rimanenti punti fondamentali, le quali sono reali e distinte, reali e coincidenti o immaginarie coniugate secondochè la C è iperbolica, parabolica o ellittica. Le u, u' sono rispettivamente le rette di C che appartengono al quadro, ed al piano all'infinito.

Per la Γ, la retta allinfinito è retta di punti uniti, poichè per ogni punto all'infinito le due rette corrispondenti passano pel punto stesso; è inoltre unito il punto $V \equiv u_1u_2$, poichè le rette corrispondenti di V in Γ_1, Γ_2 sono le VU_1, VU_2. La retta all'infinito rappresenta coi suoi punti, come coppie coincidenti di punti corrispondenti in Γ le rette della congruenza che sono $\parallel$ al quadro, ed il punto V la retta della congruenza che passa pel centro di proiezione. Nessun' altra retta della congruenza all'infuori di quelle indicate ha la traccia confusa col punto di fuga; epperò, ne segue che *la* Γ *ha*, in generale, *soltanto il punto unito* V, *e la retta all'infinito del quadro come retta di punti uniti.* In particolare la Γ avrà un'altra retta di punti uniti, al finito, se la C è iperbolica, o

parabolica, e se il centro di proiezione è punto singolare della congruenza.

La trasformazione quadratica Γ si dirà *rappresentatrice* della congruenza.

7. La proprietà di possedere una retta di punti uniti all'infinito è caratteristica per le trasformazioni quadratiche rappresentatrici di congruenze lineari C; poichè, componendo una T di siffatte trasformazioni con l'omotetia Ω^{-1} inversa dell'omotetia rappresentatrice di un punto M, la trasformazione risultante T' è pure quadratica con la stessa retta all'infinito quale retta di punti uniti. Perciò T' o possiede un altro unico punto unito V, al finito, o un'altra retta di punti V; sicchè, come ogni V ha lo stesso corrispondente sia in T che in Ω, per M passerà o un sol raggio della congruenza C, che T rappresenta, o un fascio di tali raggi. Se, invece di un punto M si dà un piano $\pi \equiv (t, i')$, cercando la conica φ'_t corrispondente di t in T, questa conica passerà pel punto all'infinito di t, e quindi pure di i', che è unito, ed avrà perciò un sol altro punto comune M' con i'; il quale punto M' essendo corrispondente di un punto M di t in T, darà la coppia (M, M') che rappresenta l'unica retta di C appartenente, in generale, a π. La congruenza C è dunque lineare.

8. Una schiera rigata R, individuata da tre rette $m \equiv (M, M')$, $n \equiv (N, N')$, $p \equiv (P, P')$ di una congruenza lineare C è formata di rette appartenenti tutte a C; epperò, cercando la traccia φ e la conica di fuga φ' di R, saranno φ, φ' corrispondenti nella trasformazione quadratica T rappresentatrice di C; la quale trasformazione determina su φ, φ' quella stessa proiettività R_φ che è individuata dalle tre coppie di punti omologhi MM', NN', PP', e che, perciò, può essere costruita direttamente, prima ancora che sia nota la T in tutto il piano. Le φ, φ' hanno all'infinito i medesimi punti reali e distinti, coincidenti, o immaginarii coniugati, e questi sono uniti per la R_φ.

Dare una R_φ fra due coniche φ, φ' con due punti all'infinito uniti è dare una schiera rigata R; se dunque si dà, insieme ad una R_φ una coppia QQ' di punti corrispondenti, resta individuata una congruenza lineare C e la T rappresentatrice. Il problema di costruire questa T si riduce a trovare due correlazioni con simmetria polare Γ_1, Γ_2 alle quali appartengono come coppie di punti reciproci quattro coppie date non appartenenti ad una stessa R_φ; e questo problema può essere ricondotto a quello di costruire due complessi lineari che passano per la congruenza alla maniera indicata a pag. 25, n.° 20, *e)* e segu. del mio libro: *Lezioni di Geometria descrittiva — Teorie preliminari*; ma può pure essere risoluto direttamente, e con minor numero di costruzioni nella maniera seguente.

Siano $m \equiv (M,M')$, $n \equiv (N,N')$, $p \equiv (P,P')$, $q \equiv (Q,Q')$ 4 rette di una

congruenza lineare C, e siano φ,φ' la traccia e la conica di fuga della schiera $R\equiv mnp...$; ψ,ψ' le coniche analoghe della schiera $S\equiv mnq...$ Le φ,ψ avranno, oltre ai punti M,N in comune altri due punti, reali e distinti, coincidenti, o immaginarii coniugati E,F, ed analogamente φ',ψ', oltre ad M',N', avranno in comune due punti E',F'. Le rette $u\equiv EF$, $u'\equiv E'F'$ sono rispettivamente le due rette della congruenza che appartengono al quadro ed al piano all'infinito; i punti E,F sono fondadamentali per T, ed E',F' lo sono per T^{-1}. Per T è ulteriore punto fondamentale il punto all'infinito U di u', e per T^{-1} il punto all'infinito U' di u; sicchè, se E,F (e quindi pure E',F') sono reali e distinti la costruzione del corrispondente di un dato punto M si fa trovando il punto d'incontro M' delle $\|$ rispettivamente condotte per E',F' ad ME, MF; e se E,F (quindi pure E',F') sono immaginarii coniugati, il punto M' si trova cercando il centro di prospettiva della involuz. $J\equiv EF$, considerata insieme od un senso e della involuzione $J_\infty\equiv E_\infty F_\infty$ secondo cui la retta all'infinito è segata dalla involuzione che da M proietta J_∞ col debito verso. Se E,F, e quindi pure E',F' coincidono, il che avviene quando φ e ψ oltre al segarsi in M,N si toccano in $E\equiv F$, allora, posto $EE'\equiv FF'\equiv s'$, $MM'.s'\equiv M_0$, $NN'.s'\equiv N_0$, $PP'.s'\equiv P_0$, la punteggiata $M_0N_0P_0...$ sarà proiettiva al fascio dei piani $s(m,n,p,...)$, e quindi pure al fascio delle tracce $E(M,N,P,...)$ di questi. Per costruire di un punto R il corrispondente R' si unirà R ad E, si cercherà della retta ER del fascio (E) il punto corrispondente R_0 nella proiettività suddetta, e si traccerà la retta $R_0R\equiv r'$; indi si condurrà per E' la $\|$ alla ER, e tale $\|$ incontrerà r' nel punto R' richiesto.

9. Il ragionamento fatto nel n.° 6, mostra che si costruisce la retta per un punto appartenente ad una data congruenza lineare C costruendo il punto unito al finito di una T, e precisamente di quella T che risulta dal prodotto della T' rappresentativa di C per l'inversa dell'omotetia rappresentatrice del punto. Ora, tre casi possono darsi secondochè C è iperbolica, parabolica o ellittica. Per la T rappresentatrice di una C iperbolica il punto unito al finito è il punto comune alle proiezioni dei due assi; per la T rappresentatrice di una C parabolica è il punto di s' (cfr. n.° 8, in fine) che corrisponde ad s' come raggio del fascio (E); per la T rappresentatrice di una C ellittica è il centro del fascio che contiene l'involuzione prospettiva alle involuzioni $J\equiv EF$, $J'\equiv E'F'$ considerate con i debiti versi.

Ecco a che cosa si riducono effettivamente le costruzioni per la ricerca della retta della congruenza $C\equiv\mathfrak{C}$ che passa per un dato punto $M\equiv(M';\ T,1')$.

Siano (E,E'), (F,F') i due assi della congruenza, e nella Ω^{-1} l'inversa dell'omotetia rappresentatrice di M siano E''_1, F''_1 i corrispondenti (reali o immaginarii) di E',F'; saranno (E,E''_1), (F,F''_1) gli stessi assi quando si

assume M come centro di proiezione; epperò, sarà $V_1 \equiv EE'_1 . FF'_1$ la traccia della retta cercata. Questa costruzione vale sia quando E, F sono reali e distinti, che quando sono immaginarii coniugati. Se E e F (quindi pure $E' \equiv F'$) si traccerà il piano del punto M e dell'asse (E, F'); di questo piano si cercherà la traccia t, e di t si troverà il punto corrispondente nella relazione proiettiva (n.° 8) fra (E) ed (s'); siffatto punto si unirà ad M' e la congiungente incontrerà t, i' nella traccia e nel punto di fuga della richiesta retta. Per trovare la retta della congruenza $C \equiv \mathfrak{T}$ che giace in un dato piano (t, i') si deve, come risulta dal n.° 8, trovare la seconda intersezione dell'iperbole ψ corrispondente di t in $\mathfrak{T}$ con i'; ora di tale ψ sono noti i punti E', F' e le direzioni i' ed u' degli assintoti, dunque basterà trovare di un tal punto di t il corrispondente in $\mathfrak{T}$ perchè si abbia immediatamente la retta domandata. Si possono anche trovare i punti nei quali il piano (t, i') incontra le rette EE', FF' perchè nella congiungente di essi si abbia quella retta.

Per trovare la schiera rigata delle rette della congruenza $C \equiv \mathfrak{T}$ che si appoggiano ad una data retta $h \equiv (h'; H, K')$, si osserverà, che per costruire la retta di C uscente da un dato punto $M \equiv (M'; H, K')$ di h, bisognerà trovare i nuovi punti di fuga E'_1, F'_1 degli assi di C rispetto ad M come nuovo centro di proiezione; il punto P comune alle due nuove proiezioni EE'_1, FF'_1 di quegli assi sarà la traccia della retta domandata. Ora, se si fa che M percorra la h, nel processo delle costruzioni restano ferme le rette $E'K', F'K'$, e perciò pure le rette HE'_1, HF'_1 sulle quali E'_1, F'_1 descrivono punteggiate proiettive. Descrivono dunque fasci proiettivi le rette EE'_1, FF'_1, e quindi il punto P descrive una conica, generale o specializzata, che è la traccia della schiera domandata. L'omotetico P' di P nell'omotetia variabile $\Omega \equiv (M'; H, K')$ descrive la conica di fuga della stessa schiera. Si può osservare che $E'_1 F'_1$ ed $E'F'$, come proiezioni da due centri diversi di una medesima retta all'infinito (retta di C) sono parallele; epperò P è il vertice variabile di un triangolo PE'_1F' i cui lati passano per tre punti fissi U', E, F e di cui due vertici scorrono sulle rette fisse EF'_1, EF'_1, e descrive in conseguenza una conica che passa per E, F, H e per $EU'.HF'_1, FU'.HE'_1$.

§ IV.

Il complesso lineare che passa per cinque rette.

10. Il problema di costruire il complesso lineare che passa per cinque date rette $m \equiv (M, M')$, $n \equiv (N, N')$, $p \equiv (P, P')$, $q \equiv (Q, Q')$, $r \equiv (R, R')$ sul piano di rappresentazione, è identico all'altro di costruire la correlazione con simmetria polare di cui sono note cinque coppie di punti reciproci, ed inversamente. Ora il problema può essere risoluto eseguendo

le costruzioni indicate nel mio libro citato, a pag. e n.° cit.; però, utilizzando quanto venne detto nei due paragrafi precedenti, si può risolvere in una forma molto ovvia, come segue.

Sia $\mathfrak{T}_1$ la trasformazione quadratica rrppresentatrice della congruenza lineare $C_1 \equiv mnpq$, e $\mathfrak{T}_2$ quella rappresentatrice della congruenza $C_2 \equiv mnpr$; indicando con u_1, u'_1 le due rette dei punti fondamentali al finito di $\mathfrak{T}_1$ e di $\mathfrak{T}_1^{-1}$, e con u_2, u'_2 le analoghe rette per $\mathfrak{T}_2$ e $\mathfrak{T}_2^{-1}$, saranno $U \equiv u_1 u_2$, $U' \equiv u'_1 u'_2$ i due punti fondamentali della correlazione con simmetria polare Γ rappresentatrice del complesso richiesto C. Indicando poi con V_1, V_2 i due punti uniti, al finito, di $\mathfrak{T}_1, \mathfrak{T}_2$ sarà $v \equiv V_1 V_2$ la retta fondamentale al finito della Γ; e la Γ resta, perciò, individuata (n.i 1, 2).

§ V.

Risultati analitici.

11. Nelle mie citate lezioni (pag. 181) ho stabilito che, scegliendo un sistema di coordinate cartesiane che abbia per piano XY il quadro, e per asse positivo delle z la retta che dal punto principale va al centro di proiezione, fra le coordinate $(\xi, \eta; \xi', \eta')$ della coppia rappresentatrice di una retta p di equazioni $x = rz + p$, $y = sz + q \ldots$ (1), ed i numeri r, s, p, q sussistono le relazioni

$$\xi = p \quad , \quad \eta = q \quad , \quad \xi' = -kr \quad , \quad \eta' = -ks \tag{2}$$

ove k è (cfr. n.° 1) la distanza principale.

Ora, se diciamo a, b, c, l, m, n le sei coordinate plückeriane della retta p, abbiamo con facili calcoli

$$a = rz \ , \ b = sz \ , \ c = 1 . z \ , \ l = -qz \ , \ m = pz \ , \ n = (rq - ps)z \ ; \tag{3}$$

dunque, possiamo alle (2) sostituire le relazioni seguenti

$$\left.\begin{aligned}
a &= -\frac{\xi'}{k} z . \equiv -\frac{\xi'}{k} \\
b &= -\frac{\eta'}{k} . z \equiv -\frac{\eta'}{k} \\
c &= \quad 1 . z \equiv \quad 1 \\
l &= -\eta . z \equiv -\eta \\
m &= \quad \xi . z \equiv \quad \xi \\
n &= \frac{1}{k} (\xi\eta' - \xi'\eta) z \equiv \frac{1}{k} (\xi\eta' - \xi'\eta)
\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

quali relazioni fondamentali del metodo della proiezione centrale.

12. Dalle formule (4) segue immediatamente che la correlazione Γ rappresentatrice del complesso lineare

$$\varphi = Al + Bm + Cn + Da + Eb + Fc = 0 \tag{5}$$

è data dalla equazione bilineare

$$(C\eta + D)\xi' - (C\xi - E)\eta' + k(-B\xi + A\eta - F) = 0 \tag{6}$$

ovvero, dall' altra equivalente (la quale, più propr. dà Γ^{-1}):

$$(C\eta' + kB)\xi - (C\xi' - kA)\eta - (D\xi' + E\eta' - kF) = 0 \tag{7}$$

Alla (6) possono sostituirsi le formule

$$u' = \frac{C\eta + D}{-B\xi + A\eta - F}, \quad v' = \frac{-C\xi + E}{-B\xi + A\eta - F},$$

ed alla (7) le formule

$$u = \frac{-C\eta' - kB}{D\xi' + E\eta' - kF}, \quad v = \frac{C\xi' - kA}{D\xi' + E\eta' - kF}$$

Il determinante delle (6), (7) è

$$\begin{vmatrix} 0 & -C & -kB \\ C & 0 & kA \\ D & E & -kF \end{vmatrix} = -kC(AD + BE + CF)$$

che è nullo nel caso in cui sia $C = 0$, o $AD + BE + CF = 0$, cioè quando il quadro sia un piano diametrale del complesso, o quando questo sia speciale.

13. Una retta $(a_1, b_1, c_1, l_1, m_1, n_1)$ è polare di un' altra $(a_2, b_2, c_2, l_2, m_2, n_2)$ rispetto al complesso lineare φ, se i tre complessi

$$\varphi = 0, \quad \varphi_1 = a_1 l + b_1 m + c_1 n + d_1 a + e_1 b + f_1 c = 0, \quad \varphi_2 = a_2 l + b_2 m + \ldots = 0$$

formano fascio; cioè se esiste un valore di λ per cui sia $\varphi \equiv \varphi_1 - \lambda\varphi_2 = 0$. Ciò richiede che si abbia $\mu A = a_1 - \lambda a_2$, $\mu B = b_1 - \lambda b_2$, ... ; epperò, data la $(a_1, b_1, c_1, \ldots)$ si deducono per la $(a_2, b_2, \ldots)$ le formole

$$a_2 \equiv a_1 - \mu A, \; b_2 \equiv b_1 - \mu B, \; c_2 \equiv c_1 - \mu C, \; l_2 \equiv l_1 - \mu D, \; m_2 \equiv m_1 - \mu E, \; n_2 \equiv n_1 - \mu F \tag{8}$$

con la condizione

$$(a_1 - \mu A)(l_1 - \mu D) + (b_1 - \mu B)(m_1 - \mu E) + (c_1 - \mu C)(n_1 - \mu F) = 0\,;$$

dalla quale segue, per μ, scartando il valore $\mu = 0$, che risponde alla retta $(a_1, b_1, \ldots)$, il valore

$$\mu = \frac{Da_1 + Eb_1 + Fc_1 + Al_1 + Bm_1 + Cn_1}{AD + BE + CF}\,.$$

Trasformando con le (4) i valori (8) quando le rette $(a_1, \ldots)$, $(a_2, \ldots)$ sul quadro siano rispettivamente le $(\xi_1, \eta_1; \xi'_1, \eta'_1)$, $(\xi_2, \eta_2; \xi'_2, \eta'_2)$, indicando con $\varphi(\xi_1, \eta_1; \xi'_1, \eta'_1)$ ciò che diventa il primo membro della (6) quando al posto delle $\xi, \eta; \xi', \eta'$ si pongono le $\xi_1, \eta_1; \xi'_1, \eta'_1$ e ponendo

$$\rho = -\frac{\varphi(\xi_1, \eta_1; \xi'_1, \eta'_1)}{AD + BE + CF}\,,$$

si avrà:

$$\xi_2 \equiv \xi_1 - \frac{\rho}{k} E$$

$$\eta_2 \equiv \eta_1 + \frac{\rho}{k} D$$

$$\xi'_2 \equiv \xi'_1 + \rho A$$

$$\eta'_2 \equiv \eta'_1 + \rho B$$

$$1 \equiv 1 - \frac{\rho}{k} C$$

che sono le formule le quali collegano, sul quadro, due rette polari rispetto al complesso lineare considerato.

14. Per avere le formule di rappresentazione di una congruenza lineare, indicando con (LM) il binomio $L_1M_2 - L_2M_1$, si osserverà che dalla soluzione rispetto alle ξ', η' delle equazioni che si deducono dalla (6) quando ai 6 coefficienti se ne sostituiscano altri muniti degli indici 1, 2, si ricava

$$\xi' = k\,\frac{(BC)\xi^2 + (CA)\xi\eta + [(FC) + (EB)]\xi + (AE)\eta + (EF)}{(DC)\xi + (EC)\eta + (ED)}$$

$$\eta' = k\,\frac{(BC)\xi\eta + (CA)\eta^2 + (BD)\xi + [(FC) + (DA)]\eta + (FD)}{(DC)\xi + (EC)\eta + (ED)}$$

che sono appunto le formule domandate.

*

§ VI.

La composizione e decomposizione delle forze concorrenti o parallele in proiezione centrale.

15. *a*) Rappresentazione di una forza. — Una forza F sarà rappresentata, in proiezione centrale, per mezzo delle proiezioni Q', M' degli estremi del segmento QM che la rappresenta nello spazio, e per mezzo della traccia T e del punto di fuga I' della retta che contiene questo segmento, ovvero per mezzo di quelle proiezioni e dell'omotetia rappresentatrice di uno dei punti di questa retta. Si scriverà, perciò

$$F \equiv (Q'M' ; T, I') \equiv (Q'M', \Omega),$$

ove Ω è l'omotetia che ha per centro un punto qualunque della $p' \equiv TI'$ e per coppia di punti corrispondenti TI'.

Poichè il punto di applicazione di una forza può essere trasportato dovunque sulla sua retta d'azione, indicando con $R \equiv (R' ; T, I')$ una sua nuova posizione, per trovare quale sia l'estremo $N \equiv (N' ; T, I')$ che conviene ad esso, bisognerà costruire il punto N' corrispondente di R' nella proiettività $\mathcal{S}_F$ definita dalle corrispondenti $\mathcal{S}_F \equiv \ddot{I}' \begin{matrix} Q' \\ M' \end{matrix}$; il che si fa tracciando per I' due rette distinte s, u, proiettando da un punto Q_0 di s, sopra u, in U, V i punti Q', M', poi proiettando da U in R_0 il punto R' su s, e poi proiettando da V, su $Q'M'$, in N', il punto R_0; e può anche farsi cercando dapprima una proiezione parallela qualunque, sul quadro, della forza F, ed operando su questa proiezione; ma è preferibile seguire la prima costruzione la quale ha pure il vantaggio di non richiedere l'uso della traccia della retta QM.

Una proiettività come $\mathcal{S}_F$ sarà chiamata proiettività *inerente* alla forza F; la proiettività inerente alla forza eguale e contraria alla F sarà la $\mathcal{S}^{-1}$. Se $Q'_1M'_1, Q'_2M'_2, \ldots, TS'$ sono coppie di punti corrispondenti, nella proiettività $\mathcal{S}_F$, inerente ad una forza F, la cui rettà d'azione sia $f \equiv (T, I')$ si potrà scrivere

$$F \equiv (Q'_1M'_1 ; T, I') \equiv (Q'_2M'_2 ; T, I') \equiv \ldots \equiv (TS' ; T, I')$$

b) Composizione di due forze che hanno la stessa retta d'azione. — Siano $F_1 \equiv (Q'_1M'_1 ; T, I')$ $F_2 \equiv (Q'_2M'_2 ; T, I')$ due forze sulla medesima retta d'azione $p \equiv (p' ; T, I')$; si ponga $Q \equiv M'_1$ e del punto Q si cerchi il corrispondente M' nella proiettività inerente alla F_2; sarà $F \equiv (Q'_1M' ; T, I')$ la risultante delle due date forze.

c) Composizione di due forze concorrenti. — α) Siano $F_1 \equiv (Q'_1 M'_1 ; T_1 , I'_1)$, $F_2 \equiv (Q'_2 M'_2 ; T_2 , I'_2)$ due forze concorrenti, e supponiamo fatte le costruzioni [*a*)] per portare il punto d'applicazione di ciascuna a coincidere col punto P comune alle loro rette d'azione, e che questo, in proiezione, siasi chiamato $Q \equiv Q'_1 \equiv Q'_2$. Posto $T_1 T_2 \equiv t$, $I'_1 I'_2 \equiv i'$, se si tracciano le $M'_1 I'_2$, $M'_2 I'_1$, e si pone $M' \equiv M'_2 I'_1 \cdot M'_1 I'_2$, $Q'M'(t, i') \equiv T, I'$ sarà $R \equiv (Q'M' ; T, I')$ la risultante delle due forze. β) Se $T_1 \equiv T_2$, sarà $Q \equiv T_1 \equiv T_2 \equiv T$; sicchè le costruzioni si semplificano. γ) Se è $I'_1 \equiv I'_2$ (le due forze sono parallele) alla costruzione precedente va sostituita la seguente. Tracciata per $I' \equiv I'_1 \equiv I'_2$ la $\parallel$ i' a $t \equiv T_1 T_2$ si ponga: $Q'_1 Q'_2 . i' \equiv L'$; $L'M'_1 \cdot Q'_2 M'_2 \equiv N'_2$; $L'M'_2 \cdot Q'_1 M'_1 \equiv N'_1$; $Q'_1 N'_2 \cdot Q'_2 N'_1 \equiv H'$; $M'_1 N'_2 \cdot N'_1 N'_2 \equiv K'$; $I'H'(t , Q'_1 Q'_2 , L'K') \equiv T, Q', N'$; indi si cerchi l'armonico M' di Q' rispetto ad $N'I'$; sarà $R \equiv (Q'M' ; T, I')$ la risultante delle due forze. Se le $M'_1 M'_2$, $N'_1 N'_2$ si tagliano sulla $Q'_1 Q'_2$, le due forze formano *coppia*; allora il punto H' è sulla i' ed è $Q' \equiv L' \equiv M'$.

d) Rappresentazione di una coppia. — Se è i' la retta di fuga del piano di una coppia ed è I' l'antipolo di i' rispetto al circolo di distanza, la coppia verrà rappresentata da una proiettività parabolica di unico punto unito I', per la quale il segmento compreso fra due punti corrispondenti qualunque sia (in vera grandezza e verso) quanto il *momento* della coppia. Indicando con $r \equiv (r' ; T, I')$ la retta che contiene il momento (e può essere una qualunque di quelle che hanno I' per punto di fuga) e con Q', R' le proiezioni degli estremi di questo segmento, la coppia sarà rappresentata scrivendo

$$M \equiv (Q'R' ; T, I') .$$

Per decidere se le due rappresentazioni $(Q'_1 M'_1 ; T_1 , I')$, $(Q'_2 M'_2 ; T_2 , I')$ convengono ad una stessa coppia basta esaminare se le rette $Q'_1 Q'_2$, $M'_1 M'_2$ concorrono sulla $\parallel$ i' condotta alla $T_1 T_2$ per I', cioè se sono prospettive col centro sulla i' le due proiettività $I'Q'_1 \ldots \barwedge I'M'_1 \ldots$, $I'Q'_2 \ldots \barwedge I'M'_2 \ldots$

e) Decomposizione di una forza. — Date due forze $F_1 \equiv (Q'_1 M'_1 ; T_1 , I'_1)$, $F \equiv (Q'M' ; T, I')$ il problema di cercare una terza $F_2 \equiv (Q'_2 M'_2 ; T_2 , I'_2)$ tale che sia F la risultante delle F_1, F_2, suppone che necessariamente F_1 ed F abbiano rette d'azioni coincidenti, parallele, o concorrenti. In tutti e tre questi casi il problema si risolve cercando la risultante delle forze F e $-F_1$ della quale [*a*), in fine] si sa la rappresentazione. Se è domandato di decomporre la forza $F \equiv (P'R' ; T, I')$ in due altre le quali agiscano su due date rette $p_1 \equiv (p'_1 ; T_1 , I'_1)$, $p_2 \equiv (p'_2 ; T_2 , I'_2)$ necessariamente giacenti in uno stesso piano e concorrenti in uno stesso punto $P \equiv (P' ; T, I')$ con la retta d'azione $p \equiv (p' ; T, I')$ della F, si tracceranno le $I'_1 R'$, $I'_2 R'$ e si determineranno i punti $p'_2 \cdot R'I'_1 \equiv R'_2$, $p'_1 \cdot R'I'_1 \equiv R'_2$; saranno allora $F_1 \equiv (P'R'_1 ; T_1 , I'_1)$, $F_2 \equiv (P'R'_2 ; T_2 , I'_2)$ le componenti domandate.

Nello stesso modo si procede se, data la F, è data la retta d'azione p_1 della F_1 e la direzione I'_2 della F_2; ovvero se è data I'_2 ed è dato un piano non contenente la direzione di F_1 nel quale si vuole che stia F_1. Per es., si tratti di decomporre $F \equiv (Q'R'; T, I')$ in due forze della quale l'una F_1 sia nel quadro e l'altra abbia la direzione J'. Si troverà dapprima il punto S' corrispondente di T nella proiettività inerente alla F, sicchè sia $F \equiv (TS'; T, I')$, e poi, tracciate le $\parallel t, s'$ per T, S' alla $J'I'$, si proietterà S' da J', su t, in S_0, e si determinerà il punto $S'_1 \equiv s' \cdot TJ'$; saranno TS_0, $(TS'_1; T, J')$ le due componenti domandate. Se J' è il punto principale C', la decomposizione fatta dà la componente normale al quadro e la componente giacente nel quadro stesso. Se, invece del quadro, si dà un piano parallelo ad esso che passi pel punto d'applicazione $Q \equiv (Q'; T, I')$ di F, le $\parallel$ alla $J'I' \equiv i'$ condotte per T, S' si condurranno per Q', R' e si determineranno analogamente ad S'_0, S' i punti R'_0, R' su queste $\parallel$; le componenti domandate saranno $(Q'R'_0; \infty, \infty)$ con $Q \equiv (Q'; T, I')$ e $(Q'R'_1; H, J')$ con $H \equiv Q'J' \cdot t$, t essendo la $\parallel$ ad i' condotta per T.

§ VII.

La composizione di un sistema qualunque di forze.

16. Riduzione a due forze o ad una forza ed una coppia.—*a*) Siano $F_i \equiv (M'_i Q'_i; T_i, I'_i)$ con $i \equiv 1, 2, \ldots, n$ le forze di un sistema qualunque, e sia Γ_i la proiettività inerente alla forza F_i; cerchiamo di T_i il corrispondente N'_i in Γ_i, sicchè si abbia $F_i \equiv (T_i N'_i; T_i, I'_i)$, e poi, fissato un punto al finito L', decomponiamo F_i in una forza R_i di direzione L' ed in un'altra S_i giacente sul quadro. Le forze R_i composte due a due, come in 14, *a*), γ) hanno, in generale una risultante R, o si riducano ad una coppia, o si fanno equilibrio, ed altrettanto dicasi delle forze S_i le quali composte direttamente con un poligono (S) delle forze ed un poligono funiculare (S_F) hanno una risultante S, si riducono ad una coppia, o si fanno equilibrio. Supponendo di essere nel caso generale, suppongasi $R \equiv (TN'; T, L')$ $S \equiv HK$, $TK' = \parallel = HK$, e, condotte le $\parallel N'M'$, $L'I'$ ad S, che incontrino rispettivamente $L'K'$, TM' in M', I'; sarà TI' il diametro del complesso Σ degli assi di momento nullo, aggiunto al quadro; cioè saranno T, I' i due punti fondamentali della correlazione Γ_Σ rappresentatrice di questo complesso (*correlazione di momento nullo* del dato sistema di forze); e posto $HK \cdot TI' \equiv P$, la $\parallel u$ condotta per P a TI' ne sarà la retta fondamentale al finito; sicchè questa Γ_Σ resta completamente individuata. Se si traccia per T il segmento TK'' eguale, $\parallel$ e contrario a TK', con la costruzione precedente si sarà ridotto il sistema dato di forze alle due forze sghembe $S, (TM'; T, L')$ nonchè

alla forza $(TN'; T', I')$ equipollente alla risultante del sistema ed alla coppia $(\overline{HK'}, \overline{TK''})$.

Per ridurre il sistema a due forze tali che la retta d'azione di una $p_1 \equiv (p'_1; T_1, I'_1)$ sia data, si comincerà dal costruire (n. 4) la polare $p_2 \equiv (p'_2; T_2, I'_2)$ di essa rispetto a Σ (i punti T_1, I'_1 non devono essere reciproci rispetto a Γ_Σ e sarà T_1T_2 non $\parallel$ ad $I'_1I'_2$); indi si tracceranno le rette I'_1N', I'_2N' le quali taglieranno I'_2T'', I'_1T'' rispettivamente nei nei punti M'_2, M'_1; conducendo per questi punti le $\parallel$ alla T_1T_2, queste incontreranno p'_2, p'_1 nei punti M'_1, M'_2 tali che si avranno nelle $R_1 \equiv (T_1M'_1; T_1, I'_1)$, $R_2 \equiv (T_2M'_2; T_2, I'_2)$ due forze costituenti un sistema equivalente al dato.

b) Questa costruzione non regge se p_1 è sul quadro, nel qual caso la $p_2 \equiv (p'_2; T, R')$ passa per T, ma è ovvio allora fare che la coppia (HK, TK'') sia trasformata in modo che conservando ad una delle sue forze il punto di applicazione T, l'altra abbia la sua retta d'azione su p_1. Dicendo (H_1K_1, TK''_1) la nuova coppia, e conducendo per N' la $\parallel$ a p_1 che incontri p'_2 in M'' si avrà in $(TM''; T, R')$, la componente domandata sulla p_2. Si può osservare che, unendo un punto V di p_1 con T, I', conducendo per $VI' \cdot u$ la $\parallel$ a VT e per I' la $\parallel$ a p_1 si avrà nel punto comune a queste $\parallel$ il punto R'; sicchè, tracciando ancora per N' la $\parallel$ a p_1 che incontri TR' in M'' si arriverà alla componente considerata senza trasformare, nel modo indicato, la coppia (HK, TK'').

c) Nelle precedenti costruzioni è inclusa la riduzione del sistema ad *una forza ed una coppia*; basta, in fatti, prendere per una p_1 di due rette polari, una retta che abbia il punto di fuga in I'.

Se per la p_1 si prende l'asse di Σ (n. 5, 3°) si ridurrà il sistema alla *forma canonica.*

d) Da *a*) e *b*) risulta che *due sistemi di forze i quali sono equivalenti o si fanno equilibrio, posseggono la stessa correlazione di momento nullo.* Per l'equivalenza occorre inoltre che siano identiche le proiettività inerenti alle due risultanti su uno stesso diametro; per l'equilibrio occorre invece, ulteriormente, che queste due proiettività siano inverse.

e) Tornando a quanto si è detto in *a*) se si proiettano le forze R_i nelle R'_i sul quadro dal punto all'infinito della direzione normale ad uno qualunque dei piani bisettori dei diedri formati dal quadro stesso da un piano la cui retta di fuga passi per L', sarà $R'_i = R_i$ per $i = 1, 2, \ldots, n$, e tutte le R'_i saranno parallele fra loro. Allora, col poligono delle forze R'_i (pol. ridotto all'assieme di segmenti in una retta) e col poligono funicolare (R'_F) in compagnia dei poligoni (S), (S_F) possono essere decise, sul quadro, tutte le particolarità relative al dato sistema di forze.

EMILIO VILLARI

COMMEMORAZIONE LETTA DAL SOCIO L. PINTO

(Adunanza del dì 5 Novembre 1904)

Colleghi carissimi,

Alle perdite del De Martini e del Nicolucci che rimpiangemmo prima di separarci nel passato Luglio, un'altra più dolorosa ed inaspettata se n'è aggiunta durante le nostre vacanze.

Il collega VILLARI che credemmo di lasciare sofferente di semplice reumatismo e che eravamo sicuri di rivedere oggi tra noi ristabilito e rinvigorito, cessò di vivere, all'età di 68 anni [1]), il 21 Agosto p. p., quando le scuole e le Accademie tacevano e la maggior parte dei colleghi e discepoli, sparsi per le varie Provincie, non poteva rendergli l'ultimo tributo di affetto. E forse questa scarsezza di pubblico ai suoi funerali era da lui desiderata, perchè di natura egli rifuggiva dalle folle e rifuggiva dal mostrarsi. Preferiva invece la solitudine, per avere, io credo, maggiore agio di concentrarsi e continuare fuori dell'Istituto il lavoro che vi faceva dentro, esaminando e discutendo fra sè i risultati dell'esperienze che mano mano eseguiva ed i modi onde queste potevano essere variate.

In tal guisa il lavoro del VILLARI può dirsi sia stato continuativo; e non meraviglia per ciò nè la enorme mole ed il pregio delle sue memorie, nè l'interessante contributo che egli apportò nelle svariate quistioni di Fisica. E perchè il pubblico, da cui egli si tenne lontano, comprenda la grave perdita subìta dall'Accademia e dalla Università, consentite, egregi colleghi, che io di quelle tante memorie e note rapidamente vi esponga il contenuto. Avremo così il conforto di convivere ancora un poco col compagno carissimo che eravamo abituati a vedere in quel posto e che non vedremo mai più.

a) *Acustica* — Comincio dai lavori di Acustica.

1.° La prima memoria del VILLARI su tale parte della Fisica, è quella apparsa nel *Nuovo Cimento* il Maggio del 1869, quando egli era Professore di Fisica all'Istituto Tecnico di Firenze. Ha per titolo: *studî*

---

[1]) Nacque in Napoli il 25 Settembre 1836.

acustici sulle fiamme e contiene una serie di esperienze sulle fiamme situate vicine ai diapason vibranti.

Egli osservò che con tale avvicinamento sempre il suono del diapason è rinforzato e la fiamma vibra, presentando alternativamente zone lucide ed oscure, il cui intervallo tra due zone consecutive è proporzionale alla lunghezza d'onda del suono eccitatore. Ed a ragione egli spiegò il fenomeno con le condensazioni e rarefazioni successive comunicate al gas illuminante.

2.° Il 2.° lavoro di Acustica è quello che fece insieme col Prof. Marangoni nello stesso anno 1869 *sul limite della percezione dei suoni in riguardo alla loro durata.* Chiudendo, mercè congegno elettrico, in determinati tempi la estremità di un tubo che conduceva lontano il suono di un corista, egli dimostrò che il tempo minimo necessario per ascoltare le diverse note diminuisce col crescerne l'intensità (si sente p. es. una nota dopo 4 centesimi di secondo se sonata debolmente e dopo 3 centesimi se suonata fortemente) e diminuisce anche quel minimo col crescere l'altezza del suono: talchè l'orecchio avverte i suoni forti più presto dei deboli ed i suoni acuti più presto dei gravi o bassi.

3.° Nel 1872, quando già da un anno era Professore ordinario nell'Università di Bologna, pubblicò una memoria sulla *Composizione ottica dei movimenti vibratorii di due o più coristi oscillanti in piani paralleli od ortogonali.* Il Lissajous, obbligando un raggio di luce a riflettersi prima sulla superficie speculare di un corista e poi su quella di un altro postogli di contro, faceva vedere proiettate sopra un piano le curve risultanti dalla composizione delle loro vibrazioni. Il Villari, raccogliendo l'immagine non sopra uno schermo fisso, ma sopra uno schermo mobile, composto di 6 rettangoli di cartone bianco fissati all'estremità di altrettanti raggi di una ruota rapidamente girevole, ottenne quelle curve in rilievo; con che, oltre a poterne meglio fare lo studio e il confronto con i risultati dell'Analisi, conseguì il gran vantaggio che si desidera per le pubbliche lezioni, quello cioè di far osservare quelle curve contemporaneamente da molte persone.

4.° Nel 1891, quando già da due anni era venuto fra noi a sostituire il compianto Prof. Govi, presentò all'Istituto di Bologna una nota *intorno ad alcune esperienze di Acustica*, nella quale nota descrive un suo elegante apparecchio atto a mostrare ad un numeroso uditorio i differenti stadii delle vibrazioni dei varii segmenti di una lastra vivrante e le interferenze da esse prodotte, e rileva un'osservazione da lui fatta per il primo, l'esistenza, cioè, di una superficie di interferenza, la quale è il prolungamento della superficie della lastra.

b) Meccanica molecolare — 1.° Di meccanica molecolare è notevole un suo lavoro pubblicato nel *Nuovo Cimento* del 1869 *sulla elasticità*

del cauciù. Egli, oltre a riconfermare quanto sapevasi, che cioè il rapporto tra l'aumento di volume e l'aumento di lunghezza dei corpi soggetti alla trazione non è costante, ma varia secondo i casi e secondo il grado di deformazione, dimostrò che nel cauciù il restringimento del diametro è $\frac{1}{3}$ dell'allungamento per deboli trazioni, ma per trazioni più forti è successivamente $\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$.

2.° Nel 1876 in una memoria, presentata dallo Jamin all'Accademia delle Scienze di Parigi, *sull' efflusso del mercurio per tubi di vetro di piccolo diametro*, il Villari esaminò il modo, onde le leggi stabilite dal Poiseuille per l'efflusso di liquidi da tubi che ne sono bagnati, si modificano per quelli non bagnati, e dimostrò che quando l'efflusso accade a gocce distinte e separate ed i tubi superano una lunghezza minima, la velocità di efflusso è proporzionale alla quarta potenza dei raggi dei tubi ed in ragione inversa della lunghezza dei medesimi.

c) Calore — 1.° La sua prima memoria su quistioni puramente termiche è pubblicata nel 3.° volume (1ª serie, 1867) degli Atti di questa R. Accademia col titolo: *Ricerche sperimentali intorno alcune proprietà fisiche del legno tagliato parallelamente e perpendicolarmente alle sue fibre.*

Il Villari studiò di varii legni la dilatazione per il calore, la dilatazione per imbibizione, la conducibilità per l'elettricità statica e la conducibilità per la elettricità dinamica e ne ottenne risultati importantissimi ed indiscussi. Senza diffondermi ad enumerarli tutti, mi limito a dire che egli trovò (com'era da aspettarsi, stante la varia struttura nelle varie direzioni) i coefficienti di dilatazione variabili secondo che i legni sono tagliati parallelamente o perpendicolarmente alle fibre, e quei dei legni tagliati nella direzione perpendicolare molto maggiori di quelli relativi ai legni tagliati secondo le fibbre ed a segno che nel bossolo il 1° è 25 volte maggiore del 2°; ma, quello ch'è più, egli misurò con mirabile precisione i due coefficienti per ciascuna qualità di legno, ed oltre che tra loro, li confrontò con i coefficienti dei varii corpi solidi e liquidi.

2.° La seconda memoria del defunto collega, la quale riguarda quistioni puramente termiche, è inserita nel Rendiconto del R. Istituto Lombardo del 1869 sul *calorico sviluppato nel Caoutchouc per effetto della trazione.*

3.° La 3ª fu letta all'Istituto di Bologna nella sessione del 27 Dicembre 1877 ed ha per titolo: *sul potere emissivo e sulla diversa natura del calorico emesso da diverse sostanze riscaldate a 100 gradi.*

Nella 1ª parte di detta memoria si occupa di trovare la profondità

dello strato superficiale, da cui l'emissione del calorico avviene nelle varie sostanze e nelle varie circostanze; ed essendosi accertato che per ciascuna sostanza vi è una grossezza di strato, alla quale corrisponde il massimo potere emissivo, egli determina cotesto strato (che chiamò *strato di massima emissione*) per i corpi più usati nelle ricerche scientifiche e specialmente per quelli su cui esperimentarono il Leslie ed il Melloni e lo determina per ciascun corpo nelle varie forme onde esso presentasi, p. es. per il nero fumo, secondo che è stato depositato direttamente con la lampada, ovvero si è depositato dopo essere stato sospeso nel solfuro di carbonio.

Nella 2ª parte il Villari esamina la natura del calorico emesso dai varii corpi riscaldati a 100°, facendolo passare attraverso differenti lastre più o meno diatermane. Ed essendosi assicurato che i varii corpi riscaldati alla temperatura dell'acqua bollente hanno un potere emissivo diverso non solo per la quantità, ma eziandio per la qualità del calorico emesso, hanno cioè un potere emissivo termico ed un potere termocroico diverso e specifico, egli determina cotesti due poteri per parecchi corpi.

Nel 1899 il Kurlbaum arrivò agli stessi risultati del Villari e li dette come nuovi. Il nostro collega ne rivendicò la priorità con la nota, presentataci nella tornata del 16 Giugno 1900, ed intitolata: *Su di un lavoro di A. Kurlbaum sul potere emissivo dei corpi a 100°.*

4.° La 4.ª memoria sul calore, presentata all'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna nel 1879, si intitola: *Osservazioni sulla variazione di temperatura del corpo umano prodotta dal movimento.* Trovandosi nell'estate di quell'anno sulle Alpi, il Villari con esperienze fatte su stesso e su altra persona, determinò la variazione di temperatura che succede dopo un'ascensione e dopo una discesa, e ne paragonò l'aumento osservato con quello che avrebbe dovuto essere secondo le leggi della Termodinamica, non tenendosi conto dell'accelerazione dei battiti del polso e della respirazione.

d) Ottica — Di pura Ottica, per quanto mi sappia, il nostro collega non pubblicò che una sola nota negli Atti dell'Accademia di Bologna il 1890 dal titolo *Osservazioni intorno ad alcuni fenomeni di fosforescenza e fluorescenza.*

e) Elettricità — Ben più numerosi ed importanti sono i lavori che il defunto collega fece nel campo dell'elettricità. Per brevità mi limito ad accennare la memoria pubblicata nel *Nuovo Cimento* del 1866 *intorno ad alcuni fatti singolari di elettromagnetismo ed all'ipotesi del Weber sulle elettrocalamite*, la memoria del 1870 *sui fenomeni che si manifestano quando la corrente elettrica si stabilisce nel ferro ed*

in altri metalli, la memoria del 1873 *sulle correnti interrotte ed invertite studiate nei loro effetti termici ed elettrodinamici* e quella del 1874 *sulla diversa tensione delle correnti elettriche indotte fra circuiti totalmente di rame od in parte di ferro*, pubblicate negli Atti dell'Accademia di Bologna e riportate dal *Nuovo Cimento*, non che quelle pubblicate nei *Poggendorf's Annalen* il 1873 sul *tempo che occorre al flint-glass per calamitarsi, scalamitarsi e produrre la rotazione del piano di polarizzazione della luce;* e mi soffermo sulla memoria che io reputo la più ponderosa, quella cioè presentata all'Accademia dei Lincei il 1879, la quale comprende tutte le altre [1]) presentate prima all'Accademia di Bologna, vo' dire la lunga memoria *sulle leggi termiche e galvanometriche delle scintille elettriche prodotte dalle scariche complete, incomplete e parziali dei condensatori.*

Il Villari fu il primo a studiare ampiamente il calore della scintilla elettrica che si produce nei diversi gas. Dopo aver ideato e fatto costruire uno speciale termometro, cominciò a cercare la relazione tra la quantità di calore sviluppato dalla scintilla e la quantità di elettricità da cui questa scintilla è prodotta, e trovò, come 1.ª legge, che l'una quantità è esattamente proporzionale all'altra. Quindi cercò determinare l'influenza della lunghezza della scintilla sul calore sviluppato, e trovò la 2.ª legge che il calore sviluppato dalla scintilla aumenta in proporzione della sua lunghezza; donde consegue che la temperatura della scintilla nei suoi diversi punti è indipendente dalla sua lunghezza, precisamente come il Riess avea trovato per i fili metallici.

La 3.ª legge da lui trovata è che la quantità di calore prodotto dalla scarica di un condensatore è indipendente dalla sua superficie.

Dopo aver determinate le leggi termiche relative alle scariche complete di un condensatore, il Villari studiò quelle delle scariche incomplete, quelle cioè che avvengono tra una batteria carica ed una allo stato naturale, non che quelle sulle *scariche d'induzione.* Senza specificare coteste leggi, mi limito a dire che esse concordano perfettamente con quelle che deduconsi col calcolo, purchè però si tien conto di tutti gli altri fenomeni che accompagnano la scarica. E di questi fenomeni concomitanti e *residui*, il Villari fece minute e pazienti ricerche du-

---

[1]) I titoli delle predette memorie sono:

1. *Studii sul calorico svolto dalla scintilla elettrica esplodente nei vari gas.*

2. *Intorno alle leggi termiche e galvanometriche che governano la formazione delle scintille elettriche nei gas* (1.ª memoria).

3. *Ricerche sulle leggi termiche e galvanometriche delle scintille elettriche prodotte dalle scariche complete, incomplete e parziali dei condensatori* (2.ª memoria).

4. *Intorno alla totale quantità di calorico svolto dai fili metallici percorsi dalle scariche medesime.*

rate oltre un decennio, e ne espose i risultati in svariate memorie, di cui devo per brevità dare solo i titoli. Esse sono:

1.ª *Le scariche interne dei condensatori* (Istituto Lombardo, 1880).

2.ª *Sui fenomeni termici e luminosi che si manifestano nelle bottiglie di Leida* (Istituto Lombardo, 1880).

3.ª *Sulla carica dei coibenti, sulla teoria dell' elettroforo e sulla sua analogia coi condensatori* (Lincei, 1881).

4.ª *Sulla lunghezza di una o più scintille elettriche di un condensatore e sulle modificazioni che subiscono per effetto delle diverse resistenze introdotte nel circuito di scarica* (Lincei, 1882).

5.ª *Sulle figure elettriche dei condensatori* (Accademia Bologna 1882).

6.ª *Intorno ad un singolare effetto meccanico della scarica elettrica* (Nuovo Cimento, 1883).

7.ª *Ricerche microscopiche sulle tracce delle scintille elettriche incise sul vetro e sui diametri delle scintille stesse* (Atti della R. Accademia di Napoli, tomo 1.°, serie 2.ª).

8.ª *Sul calorico totale svolto da una o più scintille generate dalla scarica di un condensatore* (Accademia Bologna).

9.ª *Sul calore svolto nei liquidi dalle scariche dei condensatori* (N. C. 1886).

10.ª *Ricerche sulle scariche interne ed esterne dei condensatori.* Idem.

11.ª *Sulle diverse resistenze elettriche opposte da alcuni circuiti metallici alla scarica dei condensatori ed alla corrente della pila* (Atti Accademia Napoli, serie 2.ª, vol. 3.°).

12.ª *Studi ed osservazioni intorno alle macchine elettriche ad induzione e descrizione di una nuova e grande macchina ad otto dischi* (Memorie Accademia Bologna, tomo 8.°, 1888).

13.ª *Sulla resistenza dell'idrogeno e di altri gas alle correnti ed alle scariche elettriche e sul calorico svolto in essi dalle scintille*) Rendiconto Lincei, 1889).

Prima di andare avanti ricordo le *modificazioni* che il nostro collega apportò *all'elettrometro a quadrante del Thomson* e che egli descrisse in una nota presentata al R. Istituto d'Incoraggiamento di Napoli il 1892 e per le quali modificazioni è triplicata la sensibilità dell'istrumento ed è reso più facile e spedito il ritorno dell' ago allo zero. Ricordo pure la sua *Pila a gas* con gli elettrodi di palladio, di cui sin dal 1869 avea determinato la f. e. m. (Rendiconto Istituto Lombardo) e ricordo pure la sua *Bussola a torsione* che ammirasi nell'Istituto Fisico di questa Università.

f) Magnetismo — Un' altra serie di lavori originali del Villari riguarda l' isteresi magnetica, la determinazione cioè di quanto vale per accrescere od accelerare la magnetizzazione e la smagnetizzazione. Fu

anzi con le originali osservazioni su questo argomento che egli cominciò a farsi conoscere nel mondo scientifico.

Nel 1865, quando era già tornato da Berlino (dove era andato a perfezionare sotto Gustavo Magnus gli studi intrapresi a Napoli e Pisa), ed insegnava al Liceo di Firenze, il VILLARI osservò che, riunendo con i capi del filo del galvanometro gli estremi di un'asta di ferro od acciaio che avea magnetizzato trasversalmente coll'averla fatta percorrere longitudinalmente da una corrente elettrica, e quindi battendo vigorosamente quest'asta, vi si svolge una corrente della medesima direzione della primitiva, dovuta alla smagnetizzazione trasversale del ferro. Tale corrente egli la chiamò prima *corrente meccanica o di scuotimento.* In seguito, perchè a produrla, anzichè battere il ferro o l'acciaio, lo magnetizzava con una spirale di rame, la chiamò *corrente magneto-meccanica.* I fisici, per eternarne la memoria, intitolano dal suo nome il fenomeno dianzi accennato, come dicono *punto critico del Villari* quello che delimita il senso dell'azione.

Sul predetto fenomeno, oltre le prime notizie date negli *Annali del Poggendorf* e nel *Nuovo Cimento* con la nota:

Ueber die Aenderungen welche in magnetischen stäben das Ziehen hervorbringt so wie das Hindurchleiten eines galvanischen stromes. — (Intorno alle modificazioni del momento magnetico, ecc.) e poi con le altre: 1.ª *Intorno al magnetismo trasversale del ferro e dell'acciaio* (Nuovo Cimento, 1869); 2.ª *Influenza della magnetizzazione sulla conducibilità elettrica del ferro e dell'acciaio* (Rendiconto Istituto Lombardo, 1868); 3.ª *Nuove ricerche sulle correnti indotte fra il ferro ed altri metalli* (Rend. Ist. Lombardo 1869),

il VILLARI pubblicò nelle Memorie dell'Accademia di Bologna il 1892 una 1.ª nota dal titolo: *Intorno all'azione del magnetismo ordinario sul trasversale studiata nel ferro e nell'acciaio*, e poi una 2.ª col titolo *Azione del magnetismo trasversale sul magnetismo ordinario del ferro e dell'acciaio.* In questa 2.ª nota egli ebbe riconfermati i risultati che avea ottenuti nel 1865 e che il Prof. Wiedemann avea ritenuto inesatti. All'incontro il VILLARI ritenne poco sensibile il metodo seguito dal Wiedemann. E dalle reciproche azioni e dalle variazioni osservate nei singoli magnetismi, il nostro collega concluse che nel magnetismo ordinario ed in quello trasversale gli assi delle molecole sono disposti, all'incirca, o parallelamente o perpendicolarmente all'asse del magnete; onde l'una magnetizzazione contrasta l'altra: per ciò a seconda della loro relativa intensità si producono tutti gli svariati fenomeni che si osservano ed in modo che a ciascuno di essi provocati dal magnetismo ordinario sul trasversale ne risponde un altro simile prodotto dal magnetismo trasversale sull'ordinario.

g) Raggi X — Dal 1896 cominciò una nuova serie di lavori, quelli cioè sui raggi catodici, sui raggi Roentgen o raggi X, sulla ionizzazione dei gas e sulla radioattività, la maggior parte dei quali lavori è pubblicata nei Rendiconti della nostra Accademia e che voi, egregi colleghi, certamente ricordate, avendoceli l'autore esposti in diverse tornate, con semplicità e chiarezza singolari.

Per brevità ne cito i titoli ed aggiungo solamente che anche in questo nuovo campo il Villari impresse la sua orma incancellabile e che di parecchie osservazioni è stata già riconosciuta a lui la priorità.

Per ordine di tempo, oramai tanto necessario per stabilire e rivendicare cotesta priorità, i titoli delle note presentate alle varie Accademie nel 1896 dal defunto nostro collega sono i seguenti:

1. *Ricerche sui raggi Röntgen*, 2 note (sedute del 15 Febbraio e 7 Marzo di questa R. Accademia di Napoli).

2. *Sui raggi catodici e sui raggi Röntgen*, ricerche (seduta del 12 Aprile, Accademia di Bologna).

3. *Sulle cariche e figure elettriche alle superficie dei tubi del Crookes e del Geissler* (seduta del 17 Maggio, Accademia dei Lincei).

4. *Sul modo col quale i raggi X facilitano la scarica dei corpi elettrizzati* (16 Giugno, Lincei).

5. *Del ripiegarsi dei raggi X dietro i corpi opachi* (21 Giugno, Lincei).

6. *Della scarica provocata pei raggi X dai conduttori circondati da coibenti solidi, liquidi* o *gassosi* (4 Luglio, Accademia di Napoli).

7. *Del modo col quale i raggi X scaricano i corpi elettrizzati e della maniera con la quale i tubi opachi ne scemano l'efficacia* (4 Luglio, Napoli).

8. *Dell' azione dei tubi opachi sui raggi X, del come questi scaricano i conduttori elettrizzati e delle differenze che essi raggi manifestano quando vengono studiati con l' elettroscopio o con la fotografia* (19 Luglio, Accademia dei Lincei.

9. *Sulle proprietà scaricatrice e conduttrice prodotte nei gas dai raggi X e dalle scintille elettriche* (6 Agosto, Istituto d'Incoraggiamento Napoli).

10. *Della proprietà scaricatrice svolta nei gas dai raggi X e dalle scintille e della persistenza nei medesimi* (18 Ottobre, Accademia dei Lincei).

I titoli delle note presentate dal Villari nel 1897 sono i seguenti:

1. *Dell' azione dell' ozonatore sui gas attivati dai raggi X*, (3 e 17 Gennaio, Accademia Lincei).

2. *Dell'azione dell' ozonatore sulla proprietà scaricatrice destata nei gas dalle scintille e dalle fiamme* (7 Febbraio, Accademia Lincei).

3. *Intorno alle azioni delle diverse cariche elettriche sulla proprietà scaricatrice destata nell'aria dai raggi X* (Aprile, Accademia Scienze, Napoli).

4. *Sullo stato elettrico dei prodotti elettrolitici dell'acqua e sulla condensazione dei vapori d'acqua per le scintille* (1.° Maggio, Accademia Scienze, Napoli).

5. *Delle azioni dell'elettricità sulla virtù scaricatrice indotta nell'aria dai raggi X* (5 Giugno, Accademia Lincei).

6. *Sulla proprietà scaricatrice prodotta pei gas dall'uranile* (Luglio, Accademia Scienze, Napoli.

7. *Sui raggi X* (L'*Elettricista*, N. 10 e seguenti).

I titoli delle pubblicazioni fatte nel 1898 sono:

1. *Sul potere refrigerante dei gas attraversati dalle scintille elettriche e sul diffondersi del fumo nei medesimi* (16 Gennaio, Accademia Scienze, Bologna).

2. *Dell'azione dei tubi opachi sui raggi X* (17 Aprile, Accademia Lincei).

3. *Le ombre dei raggi X studiate con la fotografia* (11 Giugno, Accademia Lincei).

4. *Come i tubi scemano la virtù scaricatrice dei raggi X* (20 Novembre, idem.).

5. *Su una nota del Prof. De Heen dell'Università di Liegi dal titolo:* « Quelques observations sur les radiations infraélectriques et sur les expériences de M. E. Villari » (20 Novembre, Accademia Lincei).

Le note presentate nel 1900 hanno i seguenti i titoli:

1. *Dell'azione dell'elettricità sulla virtù scaricatrice dell'aria ixata* (28 Gennaio, Accademia Bologna).

2. *Di alcune nuove proprietà dell'aria attivata dai raggi X* (Accademia Scienze, Napoli).

3. *Intorno ad un lavoro del Prof. E. Riecke* (23 Giugno, Accademia Scienze, Napoli).

4. *Les charges electriques et les gaz ionisés* (Rapport présenté au Congrès international di Physique réuni à Paris en 1900).

5. *Come l'aria ixata perde la sua proprietà scaricatrice e come svolge cariche di elevati potenziali* (22 Aprile, Accademia Lincei).

Nel 1901 il Villari fece le seguenti pubblicazioni:

1. *How Air subjected to X-rays loses its Discharging Property, and how it produces Electricity* (22 Febbr. *Procedings of the Physical Society of London, e Philosophical Magazine*, May).

2. *Di alcuni notevoli fenomeni osservati con una corrente di aria attivata dai raggi X* (10 Marzo, Accademia Scienze Bologna).

3. *Intorno ad una nota del Signor Prof. Ernst Dorn dal titolo: Di una possibile spiegazione delle cariche osservate dal Signor Prof. E. Villari svolte dall'aria Röntgenizzata* (Nuovo Cimento, Vol. 1.°, 5.ª serie).

Nel 1902 pubblicò nelle Memorie della R. Accademia di Scienze di Bologna una nota *sul riscaldamento polare prodotto dalle scintille elettriche e sulla resistenza che esse incontrano nell'idrogeno.*

Nel 1903 ne pubblicò un'altra dal titolo: *Di alcune esperienze sull'abrasione degli elettrodi, prodotta dalle scintille.* E nella tornata del 19 Marzo ultimo ci espose, illustrandola con esperienze, una nota che intitolò *Confronto fra i raggi Röntgen e le radiazioni emesse dal radiotellurico.*

Nel 1900 pubblicò pure per le stampe un volume contenente le sue lezioni *sul Magnetismo e l'elettricità,* mentre quelle sul *suono* e sul *calore* sono ancora litografate.

Cito da ultimo la traduzione che egli fece nel 1891 delle *Lezioni elementari di Elettricità e Magnetismo di Silvanus Thompson.*

Il rapido cenno di alcune memorie ed il semplice elenco delle altre, mi paiono sufficienti a mostrarvi, egregi colleghi, a quali e quante pazienti ricerche avesse rivolto la sua mente il fu nostro compagno ed amico Emilio Villari, e quale importante contributo egli apportò al progresso delle Scienze Fisiche.

Per tali e tanti meriti indiscussi, nel lasciare l'Università di Bologna per venire in questa di Napoli, egli fu nominato Professore Onorario di quella Università. Inoltre era uno dei dodici socii onorarii stranieri della *Physical Society of London*, socio onorario della *Royal Institution of Great Britain*, socio nazionale dell'Accademia dei Lincei, membro della Società italiana delle Scienze, detta dei *Quaranta*, e socio di tutte le Accademie scientifiche di Napoli, non che di quelle di Bologna, Torino, Firenze, Catania, Siena, ecc.

Alle qualità di mente acuta e perspicace, alle qualità di instancabile e paziente ricercatore, armoniosamente in lui si accoppiavano la chiarezza e l'eleganza dei discorsi e delle lezioni, le qualità dell'animo buono e n ite, la lealtà del carattere e la esemplare rettitudine della vita.

Alla sua memoria il nostro ultimo reverente saluto.

Ancora alcuni casi di udizione colorata; *Notizie e considerazioni del Prof.* **Giovanni Paladino.**

(Adunanza del dì 9 Luglio 1904)

Nel circolo delle conoscenze della Signorina E. Geiges, che mi fornì i dati per la mia prima comunicazione in proposito [1]), ed a mezzo della cortese condiscendenza di lei ho potuto raccogliere le seguenti altre notizie sull' udizione colorata. Credo utile pubblicarle non solo per accrescere le nozioni di fatto per l'importantissimo fenomeno, ma altresì per patrocinare alcune norme generali indispensabili per fare che i dati di fatto che d'ora in poi si raccoglieranno al riguardo potessero essere tra loro comparabili. Gli è così che i soggetti da sottoporsi a studio dovrebbero essere non malati, non di famiglia di neuropatici e dovrebbero sottomettersi ad un interrogatorio uniforme e possibilmente nella stessa lingua (ad esempio la latina) a simiglianza di quanto si ottiene colla universalità delle *note musicali.*

Incitato dalla mia prima comunicazione il Signor Mass. Iklé ha riferito su due casi di udizione colorata in persona di due Signore, madre e figlia, nella *Naturwissenschaftliche Rundschau di Berlino* [2]). Entrambi i casi presentano delle particolarità degne di nota, ma uno dei due è soltanto un *esempio genuino* di udizione colorata, come si dirà più innanzi.

Mi è noto altresì che il Dott. Chalupechky si è occupato dello interessante fenomeno con articoli nella *Wiener Klinische Rundschau*, ma non ho potuto ancora leggerli e nè averne almeno cognizione sommaria.

I tre esempii, dei quali passo a dare notizia sono tutti per circostanze diverse molto interessanti. Una in persona di un uomo e due in persona di donne colte ed esperte di musica.

I.

Un tal. O. Ung. di Friburgo adolescente vedeva colori udendo tanto le parole quanto i suoni, sia isolati, sia in associazione armonica o melodica. Collo stesso pezzo avvertiva sempre gli stessi colori. Più tardi perdette la sensazione pei colori consecutivi alla musica, ed ora ecco i

---

[1]) Vedi: *Rendiconto della R. Accademia delle scienze fisiche e matematiche di Napoli*, fasc. 2.° 1904.

[2]) *Naturwiss. Rundschau herausgegeben von Prof. Dott. W. Sklarek.* Berlin 21 luglio 1904, p. 325.

colori che vede udendo le vocali:

La vocale	*a*	desta	sensazione	di	*bianco*
»	»	*e*	»	»	»	*rosso*
»	»	*i*	»	»	»	*blù oscuro*
»	»	*o*	»	»	»	*giallo*
»	»	*u*	»	»	»	*verde*
»	»	*ü*	»	»	»	*verde bluastro*
»	»	*ä*	»	»	»	*rosso chiaro*

II.

Il secondo caso è presentato da una Signora, M. Geiges, che tanto bambina quanto adulta presenta la fotostesia e per le lettere (vocali e consonanti), e per i suoni, ed ecco le informazioni che fornisce:

La lettera	*a*	desta	la sensazione	di	*bianco*
»	»	*b*	»	»	»	*bruno grigiastro*
»	»	*c*	»	»	»	*giallo bruno*
»	»	*d*	»	»	»	*bruno*
»	»	*f*	»	»	»	*blù*
»	»	*g*	»	»	»	*verde*
»	»	*i*	»	»	»	*giallo*
»	»	*l*	»	»	»	*giallo pallido*
»	»	*m*	»	»	»	*rosso*
»	»	*o*	»	»	»	*rosso bruno*
»	»	*r*	»	»	»	*blù verdastro*

In ordine ai suoni fa sapere quanto segue:

Il	*do maggiore*	desta	la sensazione	di	*blù*
»	*re* maggiore	»	»	»	*diversi colori*
»	*fa* maggiore	»	»	»	*bruno*
»	*fa* minore	»	»	»	*rosso chiaro*
»	*sol* maggiore	»	»	»	*azzurro*
»	*sol* minore	»	»	»	*varii colori*
»	*la* maggiore	»	»	»	verde chiaro
»	*la* minore	»	»	»	rosso chiaro
»	*si* maggiore	»	»	»	*nero*
»	*si* minore	»	»	»	*bianco*

*

La M. G. aggiunge che la sensazione colorata che destano le lettere è differente a norma della voce differente delle persone che le pronunziano.

III.

Il terzo esempio è dato del pari da una Signora, dalla Signora I. Schmitt, che rappresenta uno dei casi più completi di udizione colorata, ed ha fornito le maggiori informazioni.

Colori delle note musicali

Il *do*	maggiore	desta	la sensazione	di	*bianco*
» *do*	minore	»	»	»	*blù grigio*
» *re*	maggiore	»	»	»	*violetto oscuro*
» *re*	minore	»	»	»	*brunastro*
» *mi*	maggiore	»	»	»	*rosso-ciliegia*
» *mi*	minore	»	»	»	*rosso-fragola*
» *fa*	maggiore	»	»	»	*bruno cioccolata*
» *fa*	minore	»	»	»	*bruno giallastro*
» *sol*	maggiore	»	»	»	*grigio chiaro*
» *la*	maggiore	»	»	»	*verde carico*
» *la*	minore	»	»	»	*verde pallido*
» *si*	maggiore	»	»	»	*grigio*
» *si*	minore	»	»	»	*nero bluastro*

Colori di alcune cifre

1	desta	la sensazione	di	*bianco*
2	»	»	»	*verde*
3	»	»	»	*rosso*
4	»	»	»	*giallo*
5	»	»	»	*grigio*
6	»	»	»	*bruno oscuro*
7	»	»	»	*bruno chiaro*
8	»	»	»	*nero*
9	»	»	»	*rosso*
10	»	»	»	*bianco*
20	»	»	»	*verde*
30	»	»	»	*rosso*
40	»	»	»	*giallo*

Colori dei giorni della settimana

Montag (lunedì)	dà	sensazione	di	*bruno*
Dienstag (martedì)	»	»	»	*verde*
Mittwoch (mercoledì)	»	»	»	*rosso*
Donnerstag (giovedì)	»	»	»	*bruno cioccolata*
Freitag (venerdì)	»	»	»	*fulvo*
Samstag (sabato)	»	»	»	*blù*
Sonntag (domenica)	»	»	»	*blù celeste*

Colori di alcuni nomi proprii

Paul, Pauline	desta	sensazione	di	*rosso matto*
Eugen	»	»	»	*blù chiaro*
Joseph	»	»	»	*blù chiaro*
Adolf, Rudolf	»	»	»	*bruno*
Heinrich	»	»	»	*nero*
Erick	»	»	»	*bianco*
Walther	»	»	»	*verde*
Wilhelm	»	»	»	*bruno*
Peter	»	»	»	*grigio*
Friedrich	»	»	»	*bruno chiaro*
Humbert	»	»	»	*grigio*
Franz	»	»	»	*grigio*
Nicolaus	»	»	»	*bruno*
Eduard	»	»	»	*brunastro*
Christian	»	»	»	*giallo*
Luise	»	»	»	*grigio*
Victoria	»	»	»	*brunastro*
Margarethe	»	»	»	*bruno*
Marie	»	»	»	*nero*
Anna	»	»	»	*rosso bruno*
Livia	»	»	»	*giallo*
Sophie	»	»	»	*giallo grigiastro*
Helene	»	»	»	*rosso*
Elisabeth	»	»	»	*bianco*
Mathilde	»	»	»	*giallo*
Frieda	»	»	»	*bruno giallastro*
Auguste	»	»	»	*giallo brunastro*
Isabella	»	»	»	*bianco*
Clara	»	»	»	*rosso*
Hedwig	»	»	»	*bianco bluastro*

I predetti esempii sono tutti e tre ma con diversa estensione esempii di *genuina udizione colorata*, cioè tre casi *genuini* di *pseudofotostesia* o di *pseudocromostesia*, da non confondersi quindi con quegli altri casi nei quali le *parole*, le *lettere*, le *note scritte* purchè siano viste e senza essere *pronunziate* o *cantate pure destano sensazioni di colori*. Casi simili, come è precisamente uno di quelli riferiti e giustamente apprezzati da M. Iklé, sono da riferirsi ad alterazione puramente ottica, per la quale la semplice visione delle parole e delle note scritte è accompagnata da sensazione di colori.

In ordine alla spiega del detto importante fenomeno si aggiungono alle vecchie nuove fantastiche congetture. Intanto il giusto apprezzamento dei fatti sempre più mi conferma nel modo di vedere già esposto nella mia precedente comunicazione più indietro citata, che cioè più che vagare per infondate supposizioni, e più che rinunziare ad una possibile spiega, il fenomeno anzidetto cioè il fenomeno dell'udizione colorata entra nell'ordine delle attività specifiche delle stazioni centrali sensoriali e delle peculiari ed accidentali connessioni strutturali e funzionali delle stesse.

Variazioni della declinazione magnetica osservate nella R. Specola di Capodimonte nell'anno 1902; *Nota del 2° Astronomo aggiunto* **V. Tedeschi.**

(Adunanza del dì 19 Novembre 1904)

Le osservazioni della declinazione magnetica per l'anno 1902 furono, come sempre, fatte nella 1.ª Stazione Magnetica col magnetometro differenziale di Heurtaux [1]).

Le letture della scala del magnetometro, dal 1° giorno dell'anno fino all'osservazione delle ore 7 dell'11 agosto, sono state tradotte in numeri rappresentanti i valori assoluti della declinazione magnetica mediante la formola:

$$D = k + 0'.3289(550 - n)$$

nella quale D rappresenta la declinazione magnetica corrispondente ad una lettura n della scala e k rappresenta il valore della declinazione assoluta corrispondente alla divisione 550 della stessa scala.

Dopo le ore 7 dell'11 agosto l'antica riga dritta di legno, sulla quale era incollata la striscia di cartoncino con la scala litografata, fu sostituita dal meccanico signor Pasquale Moreno, con una riga di ottone piegata ad arco di circolo, di raggio uguale alla distanza dallo specchio

---

[1]) Le osservazioni del mattino sono state fatte dal dott. Guerrieri, quelle della sera dal dott. Nobile e quelle delle 15^h sono state fatte da me.

mobile fissato al magnete, cioè m. 5,320, portante incollata una copia della stessa scala precedente.

Il valore angolare delle parti della scala è stato rideterminato dal Dott. Contarino, con la mia assistenza nelle misure, impiegando due metodi completamente indipendenti: il 1° basato sulla misura metrica delle parti della scala e della distanza della scala allo specchio, ed il 2° basato sulla misura in parti della scala dell'intervallo corrispondente alla rotazione di 10′ in azimut del telescopio di osservazione.

1° Metodo — La distanza R della scala allo specchio, misurata orizzontalmente, è risultata da due operazioni indipendenti:

$$\begin{array}{lll} \text{millimetri} & 5319 & \pm 1.5 \\ \quad\text{»} & 5322 & \pm 1.5 \\ \text{medio } R = & 5320.5 & \pm 1.27. \end{array}$$

Nello eseguire le due operazioni non si è mancato di constatare che la normale allo specchio quasi coincide con la orizzontale, non allontanandosi da essa che di millimetri 1.8 alla distanza della scala; e perciò la riduzione, della distanza orizzontale misurata, alla normale è stata trascurata.

Le 500 parti della scala eguagliano esattamente la lunghezza di 500 millimetri, quindi il valore angolare di una parte della scala è:

$$1^p = \frac{3437'.75}{2 \times 5320.5} = 0'.32307 \pm 0'.00008.$$

Questo valore deve subire una piccola correzione a causa della refrazione a traverso la lastra che chiude la custodia del magnete e la lastra che costituisce lo specchio, l'effetto della quale è di avvicinare il raggio riflesso al raggio incidente della quantità:

$$\varepsilon = 2(\lambda + \sigma)\sec r . \operatorname{sen}(i - r)$$

misurata sulla scala che, come si è detto, è circolare e concentrica allo specchio. Nella formola $\lambda = 1^p.8$ e $\sigma = 3^p.0$ sono gli spessori delle due lastre in parti della scala o millimetri; i ed r sono l'angolo d'incidenza e l'angolo di refrazione e $\frac{\operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} r} = 1.5$, rapporto del quale si farà uso in seguito, è il coefficiente di refrazione del vetro.

Pei piccoli valori di i (80′ al massimo) sotto i quali si fanno al magnetometro le letture della scala si può mettere, con sufficiente approssimazione, ε sotto la forma:

$$\varepsilon = 2(\lambda + \sigma)\left(1 - \frac{\operatorname{sen} r}{\operatorname{sen} i}\right) \operatorname{sen} 1' \times i'$$

e si ha:

$$\varepsilon = 2(1^p.8 + 3^p.0)\left(1 - \frac{1}{1.5}\right) 0\,000291 \times i' = 0^p.00093 . i' .$$

Per avere la quantità della quale le due lastre diminuiscono l'intervallo di 1^p letta sulla scala, basta mettere per i' il valore trovato di una parte della scala, 0'.323. Si ha $\varepsilon = 0.00030$; e per tradurre in arco le parti della scala lette a traverso le due lastre si ha:

$$1^p = \frac{0'.32307}{1 - 0.00030} = 0'.32317 \pm 0'.00008 .$$

2° Metodo — Fissato il magnete alla custodia e con esso lo specchio in posizioni successive, mediamente indicate qui appresso sotto la denominazione « Scala » si sono fatte le seguenti letture degl'intervalli della scala corrispondenti alla rotazione orizzontale di 10' del telescopio:

Scala	10'	Δ
2		
33	$31^p.46$	$+ 0^p.15$
54		
95	31 .62	— 0 .01
126		
157	31 .56	+ 0 .05
188		
219	31 .72	— 0 .11
250		
281	31 .52	+ 0 .09
312		
343	31 .90	— 0 .29
374		
405	31 .49	+ 0 .12
436		
467	31 .62	— 0 .01
498		

Ogni intervallo corrispondente a 10' è medio di otto, e risulta da letture fatte in due punti diversi del circolo azimutale e nelle due corrispondenti parti contigue della scala, girando il telescopio alternativamente nel senso diretto e nel senso inverso per eliminare l'effetto di un piccolo movimento della custodia causato forse dalla variazione diurna dell'umidità e della temperatura. Le deviazioni Δ dalla media, con l'alternanza dei segni, dimostrano che la scala è esente da errori sistematici di centramento e di curvatura. Altre misure si sono fatte analogamente fissando in altri 8 punti del circolo un indice, e percorrendo nelle misure con quattro degl'indici una metà della scala e con

gli altri quattro l'altra metà. I risultati medii ottenuti ciascuno con 8 misure sono i seguenti:

	10′	Δ
	$31^p.54$	$+0^p.23$
	31 .68	+ 0 .09
	31 .81	— 0 .04
	31 .69	+ 0 .08
	32 .27	— 0 .50
	31 .23	+ 0 .54
	31 .55	+ 0 .22
	31 .75	+ 0 .02
	32 .11	— 0 .35
	32 .04	— 0 .27
Medio	31 .767	± 0 .066.

Questo valore medio sarebbe l'equivalente di 10′ in parti della scala se l'asse verticale di rotazione del telescopio stesse sulla scala; ma trovasi fuori della circonferenza della quale la scala è un arco ad una maggior distanza dal centro: $r =$ mm. 294.5, e per conseguenza l'asse ottico del telescopio taglia sull'arco della scala, tra la posizione origine delle misure e la posizione termine, 5′ a destra e 5′ a sinistra della congiungente del centro della scala, nel quale trovasi lo specchio, e del centro del circolo azimutale, un intervallo 2ε che deve essere sottratto da 31′.767. Per questo intervallo si ha il valore:

$$2\varepsilon = 2R \operatorname{arc\,sen}\left\{\frac{R+r}{R}\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha\left(1-\sqrt{1-\frac{(R+r)^2-R^2}{(R+r)^2\cos^2\alpha}}\right)\right\}$$

ovvero, essendo per $\alpha = 5'$, ε un arco di pochi secondi e $\cos\alpha = 1$, con più che sufficiente approssimazione, si ha:

$$2\varepsilon = 2r \operatorname{sen} 5' = 0^p.858 .$$

Pertanto

$$10' = 31^p.767 - 0^p.858 = 30^p.909 \pm 0^p.066$$

e

$$1^p = \frac{10'}{30.909} = 0'32353 \pm 0'.00069$$

è il valore di una parte della scala.

I risultati ottenuti coi due metodi:

1.° $1^p = 0'.32317 \pm 0'.00008$

2.° $1^p = 0'.32352 \pm 0'.00069$

sono tra loro di accordo dentro i limiti degli errori probabili; ma il secondo, che è di esattezza molto minore, non serve che ad una conferma dell'esattezza del primo, e per valore definitivo è stato adottato il primo valore arrotondato, cioè:

$$1^p = 0'.3232 .$$

Pertanto dalla osservazione delle ore 15 dell'11 agosto in poi si è fatto uso della formola:

$$D = k + 0'.3232\,(500 - n)$$

nella quale k rappresenta il valore della declinazione assoluta corrispondente alla divisione 500 della nuova scala.

La costante k è stata determinata più volte, a diversi intervalli, mediante osservazioni contemporanee fatte nella 1.ª Stazione magnetica da me e nel Padiglione Magnetico dal compianto Prof. Alberti.

Come risulta dalle prime due tavole, secondo la vecchia scala si è avuto per k il valore 9°28'09; e secondo la nuova si è avuto il valore 8°22'.70.

Per il calcolo dei medii relativi all'anno tutti i medii mensuali sono stati ritenuti dello stesso peso.

I risultati delle osservazioni sono stati esposti in cinque tavole: le prime due contengono le determinazioni della costante k, una secondo la vecchia e l'altra secondo la nuova scala; la terza contiene i valori della declinazione magnetica; la quarta le escursioni diurne; e la quinta contiene i medii mensuali ed il medio annuo della declinazione magnetica.

Durante il mese di giugno le osservazioni si son dovute interrompere per rendere impermeabile all'umidità la parte bassa delle pareti della Stazione e per la costruzione di Scaffali destinati alla conservazione di pubblicazioni meteorologiche e magnetiche. Il ferro è stato escluso accuratamente da queste nuove costruzioni come da quelle precedenti.

Non sarà superfluo di riunire, qui appresso, i valori della costante dell'antica scala, ottenuti dal 1899, anno in cui le osservazioni cominciarono a farsi nella 1.ª Stazione magnetica, al 1902, e riferite a divisioni varie nelle pubblicazioni già fatte. Tali valori tutti riferiti alla divisione 500 sono i seguenti:

Anno	Valore di *k*.
1889	9°41′.2
1890	9 42.1
1891	9 42.3
1892	9 42.9
1893	9 42.9
1894	9 43.5
1895	9 43.6
1896	9 44.7
1897	9 44.8
1898	9 46.8
1899	9 44.8
1900	9 42.8
1901	9 42.7
1902	9 44.5

Determinazioni della declinazione magnetica, corrispondente alla lettura di 550.p0 del Magnetometro differenziale di Heurtaux.

Data 1902	T. M. di Napoli (Ora del princip. e della fine)	N.° dei confronti	Declinaz. data dal Magnetom. assoluto	Lettura della scala al Magnet. differenziale	Declinaz. magnetica per 550p.o
	h m h m		° ′	p	° ′
Febbraio 19	13 30 — 14 00	7	9 2.72	622.50	9 26.59
Maggio 23	15 15 — 15 45	7	9 3.15	617.73	9 25.43
Giugno 27	13 00 — 13 30	7	9 7.32	621.16	9 30.72
Luglio 24	15 35 — 16 05	14	9 3.73	628.70	9 29.62
Medio					9 28.09

Determinazione della declinazione magnetica, corrispondente alla lettura di 500^{p}.0 del Magnetometro differenziale di Heurtaux.

Data 1902	T. M. di Napoli (Ora del princip. e della fine)	N.° dei confronti	Declinaz. data dal Magnetom. assoluto	Lettura della scala al Magnet differenziale	Declinaz. magnetica per 500^{p}.0
	^{h} ^{m}		° ′	^{p}	° ′
Agosto 12	13 45 — 14 15	7	9 6.67	367 14	8 23.73
Ottobre 30	14 35 — 15 05	7	9 2.27	379.44	8 23.31
Nov. 14	14 25 — 14 55	7	9 4 14	379.17	8 25.09
Nov. 25	13 45 — 14 15	7	8 58 53	378.01	8 19.10
Dic. 18	14 15 — 14 45	7	8 59 05	386.23	8 22 28
Medio					8 22.70

Declinazione magnetica occidentale in valore assoluto.

9°+

1902	Gennaio				Febbraio				Marzo			
	8h	15h	21h	Medio	8h	15h	21h	Medio	8h	15h	21h	Medio
1	3'.8	6'.3	4'.6	4'.9	2'.6	5'.6	3'.8	4'.0	2'.1	3'.2	3'.3	2'.9
2	3.7	5.7	4.7	4.7	3.5	5.9	3.3	4.2	1.8	3.3	3.2	2.8
3	4.7	5.9	4.8	5.1	3.5	5.6	3.5	4.2	2.0	4.5	3.8	3.4
4	4.3	4.7	4.3	4.4	3.4	5.9	3.9	4.4	1.9	4.1	3.4	3.1
5	4.5	5.0	4.1	4.5	3.6	6.0	3.5	4.4	2.6	4.1	3.8	3.5
6	4.8	6.3	4.2	5.1	3.3	6.9	4.0	4.7	2.1	6.1	3.4	3.9
7	4.0	5.7	4.4	4.7	4.0	6.3	4.1	4.8	2.9	4.9	3.1	3.6
8	5.3	5.7	4.1	5.0	3.6	5.4	3.5	4.2	2.9	5.8	4.4	4.4
9	4.4	6.4	4.1	5.0	2.5	5.6	3.2	3.8	2.8	5.7	3.9	4.1
10	4.2	4.9	4.2	4.4	2.4	5.3	3.2	3.6	1.8	6.8	3.7	4.1
11	3.9	6.3	4.8	5.0	2.8	5.1	3.5	3.8	1.8	6.7	4.5	4.3
12	4.1	6.8	4.2	5.0	2.0	5.7	3.7	3.8	3.4	6.3	4.0	4.6
13	4.4	7.0	4.3	5.2	3.6	4.6	2.8	3.7	3.4	6.9	3.8	4.7
14	4.6	6.4	3.8	4.9	2.8	6.1	3.9	4.3	2.6	6.8	4.3	4.6
15	3.5	7.0	3.9	4.8	2.7	5.2	3.1	3.7	2.4	7.0	4.7	4.7
16	5.9	6.6	4.3	5.6	3.8	5.9	2.7	4.1	2.3	6.3	3.5	4.0
17	5.6	7.1	4.8	5.8	3.4	4.6	3.3	3.8	1.8	5.6	4.3	3.9
18	4.6	6.5	3.7	4.9	2.6	6.1	3.5	4.1	2.4	5.1	4.6	4.0
19	4.1	6.2	4.9	5.1	3.9	4.1	2.6	3.5	1.6	6.4	4.5	4.2
20	3.4	5.7	4.3	4.5	3.4	4.2	4.1	3.9	1.3	5.7	3.0	3.3
21	3.2	7.6	4.1	5.0	3.0	4.2	3.2	3.5	1.8	6.9	3.9	4.2
22	3.9	6.6	4.4	5.0	3.1	3.8	3.8	3.6	1.6	5.0	3.8	3.5
23	3.6	6.9	3.9	4.8	3.8	3.9	3.5	3.7	1.3	6.4	4.2	4.0
24	3.5	5.9	3.9	4.4	3.9	4.9	3.1	4.0	1.5	6.9	4.5	4.3
25	3.8	5.7	3.7	4.4	4.9	5.9	5.1	5.3	0.4	5.4	2.8	2.9
26	3.5	6.7	3.9	4.7	3.0	—	3.4	—	1.0	7.4	3.3	3.9
27	3.4	5.7	3.5	4.2	2.6	—	3.6	—	1.5	6.5	5.4	4.5
28	3.7	5.7	3.4	4.3	2.4	5.1	3.7	3.7	1.4	5.0	3.5	3.3
29	3.4	5.5	3.6	4.2					1.1	6.2	3.8	3.7
30	2.9	5.1	3.8	3.9					0.8	6.1	4.1	3.7
31	2.6	5.2	3.9	3.9					−0.0	5.6	4.5	3.4
Medio	4.0	6.1	4.1	4.8	3.2	5.3	3.5	4.0	1.9	5.8	3.9	3.9

Declinazione magnetica occidentale in valore assoluto.

8°+

1902	Aprile				Maggio				Giugno			
	7h	15h	21h	Medio	7h	15h	21h	Medio	7h	15h	21h	Medio
1	61.4	67.5	62.1	63.7	60.3	63.8	63.4	62.5	60.9	64.7	62.0	62.5
2	62.4	66.9	63.9	64.4	60.9	63.7	62.5	62.4	59.3	66.3	62.3	62.6
3	61.8	—	62.2	—	60.8	65.5	62.4	62.9	60.4	64.3	62.4	62.4
4	62.0	66.7	62.9	63.9	61.2	65.3	62.9	63.1	60.1	65.4	62.3	62.6
5	60.7	65.6	63.1	63.1	59.6	65.8	61.8	62.4	60.1	66.4	62.2	62.9
6	61.6	68.9	64.1	64.9	59.9	65.1	62.8	62.6	60.2	65.9	62.8	63.0
7	61.5	65.3	64.8	63.9	60.3	66.3	63.5	63.4	60.5	66.0	62.4	63.0
8	61.7	67.5	63.9	64.3	60.4	66.6	63.9	63.0	58.7	—	—	—
9	61.9	68.5	63.7	64.7	60.9	67.1	—	—	—	—	—	—
10	61.9	—	—	—	61.4	66.9	65.1	64.5	—	—	—	—
11	—	64.9	63.5	—	60.2	66.6	63.1	63.3	—	—	—	—
12	61.8	65.9	63.1	63.6	61.7	64.7	63.5	63.3	—	—	—	—
13	62.6	67.0	62.7	64.1	60.6	65.4	—	—	—	—	—	—
14	62.6	66.1	63.3	64.0	60.4	65.7	63.0	63.0	—	—	—	—
15	62.7	64.0	63.1	63.3	61.7	63.5	62.7	62.6	—	—	—	—
16	62.3	64.4	63.0	63.2	61.3	64.3	62.0	62.5	—	—	—	—
17	60.5	65.4	62.7	62.9	60.7	65.1	62.8	62.9	—	—	—	—
18	61.1	65.8	62.9	63.3	59.6	65.4	62.5	62.5	—	—	—	—
19	61.0	65.5	62.0	62.8	59.3	64.3	62.7	62.1	—	—	—	—
20	60.9	64.4	62.1	62.5	58.8	63.3	62.5	61.5	—	—	—	—
21	60.9	66.0	63.0	63.3	59.9	63.8	63.3	62.3	—	—	—	—
22	60.6	64.4	61.6	62.2	61.3	64.1	62.5	62.6	—	—	—	—
23	59.0	63.8	62.8	61.9	61.6	66.2	62.7	63.5	—	—	—	—
24	61.0	63.9	62.4	62.4	60.7	67.2	62.8	63.6	—	—	—	—
25	59.0	68.6	62.5	63.4	61.3	65.6	63.1	63.3	57.8	66.8	60.2	61.6
26	60.6	65.1	62.1	62.6	61.0	66.7	62.6	63.4	56.0	66.0	59.5	60.5
27	62.2	66.3	62.2	63.6	61.0	67.8	62.5	63.8	56.8	66.2	61.0	61.3
28	60.1	65.6	63.4	63.0	58.3	67.2	62.3	62.6	56.7	63.7	60.8	60.4
29	60.2	65.6	63.0	62.9	59.3	67.0	62.8	63.0	57.3	66.3	61.1	61.6
30	59.8	64.9	62.8	62.5	60.5	66.6	62.6	63.2	57.6	64.9	61.7	61.4
31					61.1	64.7	61.9	62.6				
Medio	61.2	65.9	62.9	63.3	60.5	65.5	62.8	62.9	58.7	65.6	61.6	62.0

Declinazione magnetica occidentale in valore assoluto.

8°+

1902	Luglio				Agosto				Settembre			
	7h	15h	21h	Medio	7h	15h	21h	Medio	7h	15h	21h	Medio
1	56'.5	63'.3	58'.1	59'.3	57'.4	62'.1	59'.0	59'.5	59'.2	63'.4	60'.9	61'.2
2	58.4	63.3	60.8	60.6	56.1	62.4	58.3	58.9	58.6	63.6	61.2	61.1
3	57.6	62.8	60.9	60.4	57.8	62.6	60.0	60.1	58.7	63.9	62.2	61.6
4	58.9	—	60.1	—	55.9	62.5	60.2	59.5	59.1	63.2	61.6	61.3
5	57.2	63.9	60.4	60.5	57.0	64.0	59.6	60.2	58.1	63.9	61.2	61.1
6	57.4	63.8	60.0	60.4	56.3	63.3	58.9	59.5	58.2	63.9	61.0	61.0
7	56.0	64.4	60.7	60.4	57.8	61.5	59.1	59.5	60.0	63.3	61.3	61.5
8	54.8	—	60.1	—	57.7	63.4	58.6	59.9	59.5	64.7	62.1	62.1
9	58.7	64.0	59.8	60.8	55.4	63.6	59.4	59.5	59.8	64.6	61.9	62.1
10	58.4	64.4	59.5	60.8	56.7	63.1	58.1	59.3	58.7	63.4	61.4	61.2
11	57.9	63.3	60.6	60.6	56.2	63.1	60.8	60.0	59.0	62.0	61.4	60.8
12	55.5	65.1	60.7	60.4	57.6	65.3	60.8	61.2	58.9	64.1	61.5	61.5
13	55.7	64.5	60.0	60.1	—	63.1	61.6	—	58.5	65.0	60.7	61.4
14	57.3	64.9	60.6	60.9	58.2	63.6	62.3	61.4	59.8	62.3	61.5	61.2
15	57.4	62.3	60.7	60.1	58.5	64.6	62.8	62.0	58.2	62.8	60.2	60.4
16	57.5	64.1	60.0	60.5	58.9	65.9	—	—	58.7	63.4	61.6	61.2
17	56.2	63.1	60.5	59.9	—	—	—	—	59.3	61.7	63.4	61.5
18	56.3	63.1	60.3	59.9	—	64.6	—	—	60.5	63.3	59.5	61.1
19	57.5	62.6	60.5	60.2	57.1	64.8	61.9	61.3	60.2	64.2	60.9	61.8
20	57.3	63.4	59.1	59.9	59.2	64.7	61.7	61.5	58.5	63.4	60.1	60.7
21	55.7	63.8	59.0	59.5	57.4	67.3	58.5	61.1	58.5	63.9	59.8	60.7
22	57.2	62.1	59.9	59.7	56.8	66.0	59.9	60.9	59.2	64.5	60.5	61.4
23	56.1	64.0	59.0	59.7	60.4	64.9	60.7	62.0	60.5	64.6	60.8	62.0
24	57.7	63.6	57.6	59.6	59.3	64.7	61.3	61.8	59.5	64.4	61.3	61.7
25	55.7	60.5	57.9	58.0	58.7	65.3	61.7	61.9	60.3	64.3	60.6	61.7
26	56.0	63.6	58.9	59.5	59.3	63.9	62.1	61.8	59.2	64.8	61.3	61.8
27	55.1	63.3	59.2	59.2	59.4	63.6	61.2	61.4	60.7	63.9	61.3	62.0
28	57.4	62.2	59.5	59.7	58.9	62.9	61.8	61.2	59.8	63.1	61.1	61.3
29	55.9	61.7	58.3	58.6	59.0	63.9	61.6	61.5	59.4	62.4	61.3	61.0
30	58.4	61.3	59.5	59.7	59.8	64.1	61.8	61.9	59.7	62.8	61.2	61.2
31	57.8	61.7	58.9	59.5	59.3	65.0	61.8	62.0				
Medio	57.0	63.2	59.7	59.9	57.9	64.0	60.6	60.8	59.3	63.6	61.2	61.4

Declinazione magnetica occidentale in valore assoluto.

8°+

1902	Ottobre				Novembre				Dicembre			
	8h	15h	21h	Medio	8h	15h	21h	Medio	8h	15h	21h	Medio
1	58.9	62.3	60.3	60.5	58.4	61.6	58.9	59.6	58.7	60.1	58.0	58.9
2	58.4	62.6	61.1	60.7	57.7	60.0	57.2	58.3	58.5	59.9	58.0	58.8
3	57.9	62.8	60.9	60.5	57.3	60.2	59.0	58.8	58.4	60.2	58.2	58.9
4	57.5	—	61.3	—	57.8	61.2	58.0	59.0	58.4	59.8	58.4	58.9
5	56.9	63.6	60.0	60.2	57.3	59.8	58.8	58.6	59.3	59.8	59.2	59.4
6	57.3	62.7	59.8	59.9	57.9	60.6	—	—	58.9	59.8	58.7	59.1
7	58.2	62.5	59.2	60.0	58.4	60.6	59.0	59.3	59.5	60.1	58.4	59.3
8	57.8	62.7	59.7	60.1	58.9	61.2	59.2	59.8	59.0	59.8	58.7	59.2
9	58.2	62.7	59.4	60.1	57.4	61.1	58.9	59.1	59.8	59.7	58.9	59.5
10	57.3	62.4	59.5	59.7	58.0	61.0	59.1	59.4	60.0	59.7	58.6	59.4
11	57.7	61.9	59.9	59.8	57.6	61.8	59.2	59.5	59.4	59.7	56.7	58.6
12	57.2	63.0	60.3	60.2	58.0	61.9	59.1	59.7	59.7	59.5	57.4	58.9
13	56.6	61.7	58.7	59.0	57.6	60.9	58.7	59.1	58.7	59.7	58.3	58.9
14	55.2	62.3	59.3	58.9	58.4	61.8	59.0	59.7	58.6	59.5	57.8	59.3
15	56.8	62.8	59.5	59.7	59.0	60.6	58.8	59.5	59.5	59.2	58.9	59.2
16	55.8	60.8	59.6	58.7	59.3	59.8	59.2	59.4	59.1	58.4	58.9	58.8
17	55.8	60.8	58.4	58.3	58.6	60.1	59.0	59.2	58.4	58.4	57.7	58.2
18	58.2	60.3	59.2	59.2	58.7	60.3	58.2	59.1	59.0	59.3	56.9	58.4
19	57.7	62.3	59.2	59.7	59.3	60.4	58.0	59.2	59.7	58.9	57.3	58.6
20	57.1	63.1	60.3	60.2	59.7	61.1	58.4	59.7	59.0	59.5	58.1	58.9
21	58.3	63.2	60.0	60.5	60.3	60.8	—	—	58.2	60.0	57.9	58.7
22	56.4	62.7	59.2	59.4	58.8	60.7	59.5	59.7	58.1	60.2	57.8	58.7
23	56.3	62.4	60.6	59.8	59.3	60.5	59.1	59.6	59.7	60.0	56.9	58.9
24	57.4	64.7	59.4	60.5	59.7	61.9	56.1	59.2	59.1	60.9	58.3	59.4
25	58.8	62.0	60.1	60.3	59.2	61.8	55.5	58.8	59.5	61.5	59.3	60.1
26	57.3	61.4	59.5	59.4	58.4	61.0	56.0	58.5	58.7	60.1	58.6	59.1
27	57.3	62.8	60.5	60.2	58.2	60.7	58.4	59.1	59.4	60.0	58.5	59.3
28	56.9	61.3	59.5	59.2	59.2	60.8	58.4	59.5	50.4	59.6	58.6	59.2
29	56.5	61.3	57.8	58.5	58.9	59.7	58.3	59.0	58.7	59.4	58.2	58.8
30	57.8	61.5	57.9	59.1	58.9	60.2	57.9	59.0	58.9	59.1	58.7	58.9
31	58.7	58.9	55.0	57.5					58.7	59.4	58.4	58.8
Medio	57.4	62.2	59.4	59.7	58.5	60.8	58.4	59.2	59.0	59.7	58.2	59.0

Escursione diurna della declinazione magnetica.

1902	Genn. h h 15—8	Febb. h h 15—8	Marzo h h 15—8	Aprile h h 15—7	Magg. h h 15—7	Giugno h h 15—7	Luglio h h 15—7	Agosto h h 15—7	Sett. h h 15—7	Ottob. h h 15—8	Nov. h h 15—8	Dic. h h 15—8
1	+2.5′	+3.0′	+1.1′	+6.1′	+3.5′	+3.8′	+6.8′	+4.7′	+4.2′	+3.4′	+3.2′	+1.4′
2	2.0	2.4	1.5	4.5	2.8	7.0	4.9	6.3	5.0	4.2	2.3	1.4
3	1.2	2.1	2.5	—	4.7	3.9	5.2	4.8	5.2	4.9	2.9	1.8
4	0.4	2.5	2.2	4.7	4.1	5.3	—	6.6	4.1	—	3.4	1.4
5	0.5	2.4	1.5	4.9	6.2	6.3	6.7	7.0	5.8	6.7	2.5	0.5
6	1.5	3.6	4.0	7.3	5.2	5.7	6.4	7.0	5.7	5.4	2.7	0.9
7	1.7	2.3	2.0	3.8	6.0	5.5	8.4	3.7	3.3	4.3	2.2	0.6
8	0.4	1.8	2.9	5.8	6.2	—	—	5.7	5.2	4.9	2.3	+0.8
9	2.0	3.1	2.9	6.6	6.2	—	5.3	8.2	4.8	4.5	3.7	—0.1
10	0.7	2.9	5.0	—	5.5	—	6.0	6.4	4.7	5.1	3.0	—0.3
11	2.4	2.3	4.9	—	6.4	—	5.4	6.9	3.0	4.2	4.2	+0.3
12	2.7	3.7	2.9	4.1	3.0	—	9.6	7.7	5.2	5.8	3.9	—0.2
13	2.6	1.0	3.5	4.4	4.8	—	8.8	—	6.5	5.1	3.3	+1.0
14	1.8	3.3	4.2	3.5	5.3	—	7.6	5.4	2.5	7.1	3.4	+0.9
15	3.5	2.5	4.6	1.3	1.8	—	4.9	6.1	4.6	6.0	1.6	—0.3
16	0.7	2.1	4.0	2.1	3.0	—	6.6	7.0	4.7	5.0	0.5	—0.7
17	1.5	1.2	3.8	4.9	4.4	—	6.9	—	2.4	5.0	1.5	0.0
18	1.9	3.5	2.7	4.7	5.8	—	6.8	—	2.8	2.1	1.6	+0.3
19	2.1	0.2	4.8	4.5	5.0	—	5.1	7.7	4.0	4.6	1.1	—0.8
20	2.3	0.8	4.4	3.5	4.5	—	6.1	5.5	4.9	6.0	1.4	+0.5
21	4.4	1.2	5.1	5.1	3.9	—	8.1	9.9	5.4	4.9	0.5	1.8
22	2.7	0.7	3.4	3.8	2.8	—	4.9	9.2	5.3	6.3	1.9	2.1
23	3.3	0.1	5.1	4.8	4.6	—	7.9	4.5	4.1	6.1	1.2	0.3
24	2.4	1.0	5.4	2.9	6.5	—	5.9	5.4	4.9	7.3	2.2	1.8
25	1.9	1.0	5.0	9.6	4.3	9.0	4.8	6.6	4.0	3.2	2.6	2.0
26	3.2	—	6.4	4.5	5.7	10.0	7.6	4.6	5.6	4.1	2.6	1.4
27	2.3	—	5.0	4.1	6.8	9.4	8.2	4.2	3.2	5.5	2.5	0.6
28	2.0	2.7	3.6	5.5	8.9	7.0	4.8	4.0	3.3	4.4	1.6	0.2
29	2.1		5.1	5.4	7.7	9.0	5.8	4.9	3.0	4.8	0.8	0.7
30	2.2		5.3	5.1	6.1	7.3	2.9	4.3	3.1	3.7	1.3	0.2
31	2.6		5.6		3.6		3.9	5.7		0.2		0.7
Medio	2.0	2.1	3.9	4.7	5.0	6.9	6.3	6.1	4.3	4.8	2.3	0.7

Medii mensuali e medio annuo della declinazione magnetica.

West

1902	Genn.	Febb.	Marzo	Apr.	Mag.	Giug.	Lugl.	Agos.	Sett	Ott.	Nov.	Dic.	Anno
	8° +												
7h o 8h	64'.0	63'.2	61'.9	61'.2	60'.5	58'.7	57'.0	57'.9	59'.3	57'.4	58'.5	59'.0	59'.9
15h	66.1	65.3	65.8	65.9	65.5	65.6	63.2	64 0	63.6	62.2	60.8	59.7	64.0
21h	64.1	63.5	63.9	62 9	62 8	61.6	59.7	60.6	61.2	59.4	58.4	58.2	61.4
Medio	64.8	64.0	63.9	63.3	62.9	62.0	59.9	60.8	61.4	59.7	59.2	59.0	61.7
Escursione	2.0	2.1	3.9	4.7	5.0	6.9	6.3	6.1	4 3	4.8	2.3	0.7	4.1

Paragonando il valor medio 9°1'.7, ottenuto per l'anno 1902, con quelli ottenuti per gli anni precedenti, a fine di dedurre la variazione annua, si ha:

Anno	Declinaz. magnet. (Medio annuo)	Variazione annua
1884	10° 31'.4	
1885	10 26.1	— 5'.3
1886	10 20.9	— 5.2
1887	10 16.0	— 4.9
1888	10 11.7	— 4.3
1889	10 7.0	— 4.7
1890	10 2.3	— 4.7
1891	9 56.4	— 5.9
1892	9 52.1	— 4.3
1893	9 47.0	— 5.1
1894	9 41.7	— 5.3
1895	9 37 0	— 4 7
1896	9 32.1	— 4.9
1897	9 26.3	— 5.8
1898	9 22.6	— 3.7
1899	9 15.8	— 6.8
1900	9 10.2	— 5.6
1901	9 5.7	— 4.5
1902	9 1.7	— 4.0

Napoli, Capodimonte 1904.

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Agosto 1904

Latitudine. . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich.
Altitudine. . 149^{m} sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 + 9^{h}	15^{h}	21^{h}	Medio diurno	Temperatura centigrada 9^{h}	15^{h}	21^{h}	Min.	Mass.	Medio diurno	Umidità assoluta in mm. 9^{h}	15^{h}	21^{h}	Medio diurno	Umidità relativa in cent. 9^{h}	15^{h}	21^{h}	Medio diurno	Quantità delle nubi 9^{h}	15^{h}	21^{h}	Vento Direzione 9^{h}	15^{h}	21^{h}	Velocità oraria in chilom. 9^{h}	15^{h}	21^{h}	Pioggia delle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
1	52.9	52.4	52.7	52.66	25.4	29.1	24.0	20.9	29.7	25.00	11.6	14.4	16.3	14.10	49	48	74	57.0	0	0	1	N	N	W	0	5	0	—	5 1
2	52.3	51 7	52.3	52.10	25.5	29.1	24.7	21.1	29.7	25.25	18.6	12.8	17.3	16.23	77	43	75	65.0	0	0	0	SE	W	SSW	0	3	0	—	3 4
3	52.1	50 6	51.8	51.50	25.7	25.5	19 0	18.2	27.2	22.52	18.9	20 9	14.0	17.93	77	91	86	84.7	6	8	10	S	SW	N	0	1	1	7.8	3.2
4	52.1	51 2	52 0	51.77	24.6	28.5	24.1	18.8	28.5	24.00	14.6	12.9	10.2	12.57	63	45	46	51 3	1	0	0	E	E	E	0	0	0	—	3 0
5	51.6	50.5	51.3	51.13	26.1	29.5	25.7	21.3	30.3	25.85	10.6	12.8	10 7	11.37	43	41	44	42.7	0	1	0	E	NE	NW	0	0	0	—	6.8
6	52 2	51.7	52 6	52.17	26.3	30.1	25.5	21.8	30.2	25.95	10.9	13.2	11.4	11 83	43	42	47	44.0	0	0	0	N	SW	W	0	1	0	—	7 1
7	53.7	52 9	53.6	53.40	27.0	31.3	25.2	22 5	31.5	26.55	12.6	14.1	13.7	13.47	47	42	58	49.0	0	0	0	NW	SW	N	0	2	0	—	5.6
8	53.9	53 2	52 9	53 33	26.4	28.3	24.7	21.9	28.7	25.43	19.2	20.5	19.5	19.73	75	72	84	77.0	1	0	0	S	S	SW	0	0	0	—	4 3
9	51.0	49.6	49.1	49.90	25.7	29.6	25.0	22.7	29.8	25.80	19.6	12.3	15.7	15.87	80	40	67	62.3	5	0	0	SW	W	NW	0	0	0	—	2 1
10	47.1	46.2	46.9	46.73	26.3	29.5	25.1	22 2	29.9	25.87	19.2	12.4	15.5	15.70	76	40	66	60.7	2	0	3	W	W	N	0	0	0	—	2.9
11	47.1	47.0	48.1	47.40	26.8	28.5	24.7	23.1	29.7	26.08	18.9	14.9	12 5	15.43	72	52	55	59.7	2	2	0	N	W	W	0	0	0	—	4 6
12	50.1	48.7	51 5	50.10	25.7	28.7	25.0	22 0	29 5	25 55	19.4	21.9	19 3	20.20	79	75	82	78.7	2	1	0	W	SE	SW	0	0	0	—	3.4
13	51.4	50 5	50.9	50.93	27.5	31.4	26.8	22.6	31.5	27.10	16.6	16 8	16 5	16.63	61	49	64	58.0	0	0	0	N	SW	NW	0	7	0	—	2 9
14	51.1	50.4	50 8	50.77	28.4	31.1	26.2	24 3	31.4	27.57	14.3	18 4	13.9	15 53	50	55	56	53.7	0	0	0	E	SW	E	0	2	0	—	6 1
15	51.1	50.1	50 2	50.47	28.3	31.3	25.8	24 0	31.9	27 50	14.0	14 5	12.3	13.60	50	43	50	47.7	0	0	0	E	SW	W	0	1	0	—	6.1
16	49.7	48 6	49.1	49.13	27.1	29.5	25.6	22.9	30.3	26.48	18 0	20.0	19.7	19.23	68	65	81	71 3	0	0	0	WSW	SW	W	0	4	0	—	5 0
17	48 5	47.7	47.5	47.90	27.2	29.3	25.0	23.4	29 7	26 32	20 2	20.9	20.6	20.57	75	68	88	77 0	2	1	0	W	SSW	W	0	0	0	—	2.9
18	46.4	45.3	45.3	45.67	26.8	29.9	24.9	23.0	30.2	26.23	20.1	20.5	19 8	20.13	77	65	85	75.7	1	1	0	W	SW	W	0	2	0	—	2 4
19	46.7	45 4	47.5	46 53	27.0	28.2	25.2	23.0	29 7	26.22	19.0	20.4	16.6	18.67	72	71	70	71 0	4	3	0	W	W	W	0	4	0	—	2 6
20	48.3	47.9	48.8	48.33	27.1	30.8	25.3	22.4	30.8	26.40	19.3	15.5	19 2	18.00	72	47	81	66.7	1	1	0	N	SW	W	0	0	0	—	3 0
21	49.7	49.4	49.8	49.63	27.0	29.7	24.3	23 2	29.7	26.05	19.6	18.1	16.3	18.00	74	59	72	68.3	3	1	0	W	W	W	0	3	0	—	3 3
22	49.1	47.2	45.6	47 30	25.4	27.1	25.2	21.6	27.8	25.00	17.9	17 1	17.7	17.57	75	64	74	71.0	4	2	8	E	SW	SW	0	2	1	—	3.1
23	43.6	43 3	43 8	43.57	25.1	24.3	21.5	19.2	5.5	22.83	16.1	14 4	13.4	14.63	69	64	71	68.0	4	2	0	W	W	W	6	12	8	15.0	3 5
24	45.4	45 2	46.0	45 53	22.4	24.8	20.7	17.6	25.6	21.57	12.4	11.2	12.5	12.03	62	48	69	59.7	0	0	0	N	W	W	0	3	0	—	5 9
25	43.8	42.5	44 3	43.53	21.9	21.7	18 5	17.6	22 8	20.20	11.9	13.7	12.7	12.77	61	71	80	70.7	10	4	4	SE	W	W	0	7	6	2.0	4 0
26	45.8	46 8	49.5	47.37	18.5	21.4	16.3	16.0	21.4	18 05	10.3	10 8	10.4	10 50	64	57	75	65 3	3	2	0	SW	WSW	N	14	12	0	—	4.2
27	51.6	51.5	51.8	51 63	20.5	24 0	19.3	16.0	24.1	19.97	9.2	9.1	11.5	9.93	51	41	69	53.7	0	0	0	NE	WSW	NW	0	4	0	—	3 9
28	52.1	51 2	52 0	51.77	21.7	25.7	19.5	16.7	26.0	20.98	9.8	10.5	12.0	10.77	51	43	71	55.0	0	0	0	N	SW	W	0	3	0	—	4.4
29	52 7	52.0	52 8	52 50	22.7	25.3	20.3	17.1	25.8	21.47	13 0	10.9	13 0	12.30	64	46	74	61.3	0	0	0	NE	SW	W	0	4	0	—	3.1
30	52.7	52.0	51.3	52.00	22.1	25 5	21.3	18.0	25.7	21.78	15.1	15.0	11.5	13.87	76	62	62	66 7	0	0	2	SE	SW	W	0	3	0	—	2.8
31	50.7	49.7	49.3	49.90	21.8	24.4	20.7	18.3	25.7	21 62	14.5	12.2	15.0	13.90	75	54	83	70.7	0	0	1	NE	SW	N	0	7	0	—	2 3
Medi mens	49.92	49.14	49.75	49.60	25.25	27.94	23.48	20.84	28.49	24.51	15.73	15.34	14.91	15 33	65.4	54.9	69.5	63.3	1.6	0.9	0.9							somma 24.8	somma 123.0

Osservazioni Meteoriche

Settembre 1904

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Latitudine. . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich
Altitudine. . 149 " sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700+				Temperatura centigrada						Umidità assoluta in mm.				Umidità relativa in cent.				Quantità delle nubi			Vento Direzione			Vento Velocità oraria in chilom.			Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Min.	Mass.	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	9h	15h	21h	9h	15h	21h		
1	49.3	48.6	48.9	48.93	22.5	25.2	22.3	18.7	26.7	22.55	13.7	11.4	16.1	13.73	68	48	81	65.7	4	5	4	N	SW	SW	0	1	0	—	2.7
2	48.8	47.8	47.2	47.93	21.3	22.6	20.2	18.2	23.1	20.70	12.7	11.8	11.6	12.03	68	58	66	64.0	4	5	3	W	SW	SW	1	6	0	—	2.8
3	45.0	44.8	46.1	45.30	19.0	22.7	16.9	16.9	22.9	18.92	14.0	14.1	11.4	13.17	86	69	80	78.3	8	1	10	SE	SW	NE	0	1	0	8.1	3.2
4	46.9	46.5	48.6	47.33	19.5	23.3	18.8	15.7	23.7	19.43	9.8	11.5	11.1	10.80	58	54	69	60.3	0	2	0	NE	W	ENE	0	2	0	1.3	2.3
5	50.4	49.5	50.8	50.23	20.1	24.3	20.4	16.9	24.6	20.50	10.4	9.7	11.1	10.40	59	43	63	55.0	3	2	0	N	NE	WNW	0	1	0	—	3.3
6	51.3	50.8	52.3	51.47	20.3	24.2	18.4	17.7	24.2	20.15	10.6	11.6	11.8	11.33	60	51	75	62.0	6	5	2	N	SW	N	0	5	0	—	4.1
7	53.1	52.6	53.2	52.97	20.5	24.6	19.5	16.1	24.7	20.20	10.9	12.4	13.2	12.17	61	54	79	64.7	0	1	0	N	SW	SW	0	2	0	—	2.7
8	52.1	50.7	50.5	51.10	20.8	24.2	20.3	18.7	25.8	21.40	11.9	13.5	14.4	13.27	66	60	82	69.3	8	6	5	NW	SSW	NW	0	1	0	—	3.0
9	51.0	50.1	51.3	50.80	22.3	25.0	21.4	19.0	25.8	22.12	12.6	13.5	12.0	12.70	63	58	64	61.7	0	1	0	E	SW	W	1	4	1	—	3.5
10	51.6	50.8	51.7	51.37	23.2	27.3	21.7	19.0	27.8	22.93	11.8	12.7	12.3	12.27	56	47	64	55.7	0	2	0	NNE	W	W	0	0	0	—	3.6
11	52.0	50.9	51.3	51.40	23.1	26.5	21.1	19.5	27.0	22.68	14.1	12.6	12.8	13.17	68	49	69	62.0	2	2	0	NW	SW	SW	0	2	0	—	3.9
12	52.4	52.2	53.0	52.53	22.6	26.0	20.4	18.4	26.3	21.92	16.0	14.2	15.8	15.33	78	57	89	74.7	1	0	0	SW	W	N	0	4	0	—	2.8
13	53.7	52.6	53.0	53.10	22.6	26.5	20.7	18.2	26.7	22.05	14.0	12.9	11.9	12.93	69	50	66	61.7	0	0	0	NE	SW	W	0	1	0	—	2.4
14	51.6	50.3	49.5	50.47	23.5	25.5	22.1	18.9	25.5	22.50	10.3	11.4	13.5	11.73	48	47	69	54.7	0	2	10	W	S	SW	0	0	0	—	2.9
15	48.0	47.4	46.8	47.40	21.3	22.3	20.7	16.5	23.2	20.42	16.4	16.8	13.9	15.70	87	84	77	82.7	1	5	3	SSE	SSE	SW	0	0	4	45.7	3.7
16	46.8	46.3	47.5	46.87	20.8	23.9	19.7	17.7	24.4	20.65	10.6	10.5	12.6	11.23	58	48	74	60.0	1	1	0	E	NE	W	0	0	2	—	1.9
17	47.6	46.9	48.2	47.57	20.8	23.5	16.4	15.3	23.7	19.05	10.0	11.2	9.1	10.10	54	52	66	57.3	0	0	2	N	SSW	N	0	0	0	—	4.0
18	49.1	48.3	49.2	48.87	15.8	18.4	13.7	13.3	19.0	15.45	8.5	8.7	7.9	8.37	64	55	68	62.3	9	1	3	E	N	NE	0	1	1	—	2.8
19	48.3	47.2	48.2	47.90	14.3	17.9	12.4	12.3	18.7	14.42	7.3	9.1	7.1	7.83	60	60	66	62.0	10	8	0	NE	E	NE	0	0	0	—	3.5
20	47.3	46.4	46.4	46.70	14.7	18.5	14.0	10.2	18.8	14.43	7.2	7.6	7.4	7.40	57	48	62	55.7	0	6	7	ENE	NE	NE	2	0	2	—	3.1
21	43.5	42.9	43.8	43.40	12.8	15.4	13.6	12.2	15.4	13.50	9.1	10.7	9.6	9.80	83	82	83	82.7	10	10	0	NNE	NNE	N	2	0	0	1.7	3.3
22	46.7	47.6	47.5	47.27	16.9	19.8	16.9	12.0	20.8	16.65	9.7	10.2	9.8	9.90	68	59	69	65.3	0	8	1	NE	SW	SW	0	3	0	—	1.5
23	49.2	46.9	45.7	47.27	14.4	20.6	19.8	14.0	21.1	17.32	11.4	13.0	10.9	11.77	94	72	63	76.3	10	10	4	W	W	NNW	3	3	2	1.8	2.7
24	47.2	47.9	49.4	48.17	19.3	23.3	19.2	15.8	23.5	19.45	14.2	15.9	14.8	14.97	85	75	89	83.0	2	4	10	N	SSW	NW	0	0	0	1.0	2.2
25	50.3	49.0	49.5	49.60	20.3	24.3	20.1	17.1	24.3	20.45	15.2	14.3	15.8	15.10	86	63	91	80.0	3	0	0	NW	ENE	N	0	0	0	—	0.9
26	49.6	48.9	46.2	48.23	22.0	21.7	18.2	17.9	24.9	20.75	14.3	14.7	14.0	14.33	73	76	90	79.7	1	10	10	NE	SW	N	0	1	0	2.6	1.4
27	44.8	45.6	48.5	46.30	18.7	20.8	18.7	16.9	21.1	18.85	14.0	13.8	12.6	13.47	87	76	79	80.7	8	2	2	SW	WSW	SW	3	20	8	13.7	1.5
28	49.7	50.1	50.4	50.07	19.5	18.5	14.7	14.7	20.8	17.42	12.1	13.8	11.6	12.50	72	87	93	84.0	6	10	1	SW	SW	N	0	3	0	0.6	2.2
29	50.1	48.8	48.2	49.03	18.8	20.5	16.3	14.4	20.6	17.53	11.5	13.8	12.8	12.70	71	77	93	80.3	2	2	10	S	SE	SW	0	0	0	1.5	1.4
30	46.1	46.4	45.1	45.87	16.6	19.0	15.2	14.0	19.8	16.40	12.0	12.7	12.2	12.30	85	78	94	85.7	10	9	10	N	W	NE	0	0	0	29.5	1.3
Medi mens	49.12	48.49	48.93	48.85	19.61	22.54	18.46	16.21	23.16	19.36	11.88	12.34	12.04	12.08	69.7	61.2	75.8	68.9	3.6	4.0	3.2							somma 107.5	somma 80.6

Osservazioni Meteoriche

Ottobre 1904

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Latitudine. . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich.
Altitudine. . 149^{m} sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 + 9h	15h	21h	Medio diurno	Temperatura centigrada 9h	15h	21h	Min.	Mass.	Medio diurno	Umidità assoluta in mm. 9h	15h	21h	Medio diurno	Umidità relativa in cent. 9h	15h	21h	Medio diurno	Quantità delle nubi 9h	15h	21h	Vento Direzione 9h	15h	21h	Velocità oraria in chilom. 9h	15h	21h	Pioggia delle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
1	44.1	44.9	47.3	45.43	16.3	18.0	16.2	14.7	18.6	16.45	11.2	13.1	11.4	11.90	81	85	83	83.0	10	10	0	N	NE	N	0	0	0	3.6	1.0
2	47.7	46.8	45.6	46.70	17.5	21.0	18.5	14.0	21.6	17.90	11.5	12.6	11.0	11.70	77	68	70	71.7	2	9	3	N	E	NE	0	0	4	—	1.2
3	44.3	44.6	46.5	45.13	15.2	17.4	16.9	15.0	18.6	16.42	12.0	13.4	12.1	12.50	93	91	85	89.7	10	10	10	E	ENE	NW	0	0	0	30.1	2.9
4	49.2	49.8	50.5	49.83	18.5	18.7	16.8	15.7	19.4	17.60	13.7	12.6	12.6	12.97	86	79	89	84.7	7	7	0	SW	SW	W	2	10	0	6.1	0.6
5	49.8	48.6	48.9	49.10	18.5	20.1	16.7	16.0	20.2	17.85	14.1	12.5	13.0	13.20	89	72	92	84.3	2	2	0	SW	SW	W	0	4	0	11.2	1.1
6	48.2	46.8	45.7	46.90	18.2	19.4	18.2	15.5	20.5	18.10	13.5	13.7	14.1	13.77	87	82	91	86.7	4	5	10	SW	SW	SW	0	0	1	—	1.3
7	45.3	47.0	45.3	45.87	18.1	18.6	18.4	17.4	20.2	18.53	14.7	14.6	13.7	14.33	95	92	87	91.3	10	10	9	WSW	S	SSE	0	0	0	3.9	1.2
8	44.3	43.6	43.8	43.57	19.8	19.9	16.6	15.9	20.7	18.25	16.4	11.8	9.9	12.70	95	68	70	77.7	10	3	4	SW	SW	SW	3	16	9	—	0.6
9	40.9	40.0	39.4	40.10	15.8	16.0	11.9	9.7	16.9	13.57	8.0	7.1	8.1	7.73	60	53	79	64.0	9	4	10	SW	SW	SW	26	14	11	4.8	4.6
10	39.8	39.3	41.5	40.20	13.6	13.8	11.7	10.2	13.9	12.35	9.5	9.8	8.5	9.27	82	84	84	83.3	10	5	0	N	E	WSW	1	1	3	22.3	2.9
11	46.5	48.9	50.6	48.67	12.3	14.3	15.2	11.0	15.2	13.42	9.5	11.0	10.2	10.23	90	92	80	87.3	10	6	5	SW	ESE	SW	20	0	10	8.5	1.4
12	52.9	52.8	53.4	53.03	15.2	17.6	15.0	12.7	17.7	15.15	11.0	11.0	9.8	10.60	86	73	77	78.7	10	0	0	SE	SSE	SE	3	4	4	10.0	1.4
13	53.9	52.8	52.9	53.20	16.5	19.6	15.4	13.2	19.9	16.25	12.1	13.8	10.9	12.27	86	81	84	83.7	0	0	0	E	SW	NE	0	5	1	2.4	1.9
14	50.6	48.4	46.7	48.57	15.5	14.0	15.2	13.5	15.8	15.00	9.8	11.4	12.2	11.13	75	96	94	88.3	10	10	10	N	NW	S	5	6	0	32.5	1.8
15	46.2	46.6	48.7	47.17	16.6	19.9	16.8	14.0	19.9	16.82	12.4	12.5	12.3	12.40	89	73	87	83.0	9	4	4	NW	NNW	W	5	0	0	10.2	0.7
16	49.8	49.1	49.6	49.50	17.3	20.7	15.7	14.8	20.7	17.13	11.4	12.0	10.5	11.30	78	67	79	74.7	7	2	4	NW	W	WSW	0	0	7	—	1.3
17	48.4	47.5	48.3	48.07	16.5	19.2	15.5	13.4	19.3	16.17	9.8	10.1	9.2	9.70	70	61	70	67.0	2	5	9	WNW	NNW	NW	5	3	0	—	2.4
18	49.9	49.9	52.8	50.87	18.1	20.2	16.9	14.0	20.7	17.43	9.8	10.7	10.4	10.30	63	61	73	65.7	2	0	1	NNW	NNW	NNW	4	9	4	0.2	3.9
19	55.0	54.6	56.0	55.20	18.5	22.1	18.5	15.3	22.3	18.65	10.6	11.6	11.1	11.10	67	59	70	65.3	1	0	0	W	SW	SW	2	1	1	—	4.2
20	56.5	54.7	54.0	55.07	18.5	22.0	16.7	16.0	22.1	18.32	9.9	11.8	11.7	11.13	62	60	82	68.0	0	0	0	NW	WNW	W	2	6	0	—	3.6
21	52.3	50.5	49.7	50.83	16.7	18.8	16.0	15.4	19.2	16.82	12.8	14.1	12.4	13.10	91	87	91	89.7	10	9	10	S	W	NE	1	1	1	—	1.9
22	49.4	49.1	50.1	49.53	17.6	20.2	16.3	15.3	20.3	17.38	12.9	13.2	12.9	13.00	86	75	94	85.0	10	3	10	N	NE	SW	0	0	0	—	1.0
23	51.3	51.0	51.1	51.13	18.1	20.2	15.9	14.4	0.2	17.15	12.8	12.9	12.6	12.77	83	74	93	83.3	6	2	2	SSW	W	SW	1	1	0	—	0.9
24	49.6	47.9	49.1	48.87	18.3	19.2	17.7	15.3	19.5	17.70	13.9	15.4	13.7	14.33	89	93	91	91.0	10	10	10	SSE	W	SW	12	15	0	3.2	1.3
25	50.3	49.9	50.1	50.10	17.9	20.8	17.5	15.7	21.1	18.05	12.2	13.3	12.0	12.50	80	73	81	78.0	6	7	2	N	WNW	W	1	0	0	1.1	0.7
26	49.4	46.9	45.3	47.20	17.3	20.3	17.2	15.6	20.8	17.72	12.9	13.3	13.2	13.13	88	75	91	84.7	1	1	10	NE	NW	SW	2	3	0	—	1.4
27	41.9	42.1	43.0	42.33	17.4	14.3	12.0	10.2	17.4	14.25	12.4	7.8	6.1	8.77	84	64	58	68.7	10	8	0	NNW	NNE	NNE	0	5	12	7.0	1.3
28	42.0	40.9	41.9	41.60	11.7	14.2	10.7	9.6	14.3	11.57	6.1	6.1	5.9	6.03	69	51	62	57.7	0	0	0	N	NNE	N	7	3	2	—	3.5
29	45.8	45.8	47.9	46.50	13.3	15.7	13.8	9.4	15.7	13.05	6.9	7.8	8.0	7.57	61	59	68	62.7	6	7	7	NW	N	WNW	0	0	1	—	2.8
30	49.0	48.5	48.8	48.77	14.8	17.7	15.4	10.9	18.3	14.85	8.5	9.8	9.6	9.30	68	65	73	68.7	0	1	0	WSW	N	W	0	0	0	—	2.4
31	48.4	47.7	48.8	48.30	14.3	16.5	14.1	12.7	17.2	14.57	9.6	9.2	8.3	9.03	79	66	69	71.3	6	2	10	N	ENE	NE	3	8	7	—	1.0
Medi mens	48.16	47.59	48.19	47.98	16.60	18.41	15.81	13.78	18.99	16.29	11.36	11.63	10.90	11.30	80.0	73.6	80.6	78.1	6.1	4.6	4.5							somma 157.1	somma 59.1

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Novembre 1904

Latitudine. . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich
Altitudine. . 149 " sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700+ 9h	15h	21h	Medio diurno	Temperatura centigrada 9h	15h	21h	Min.	Mass.	Medio diurno	Umidità assoluta in mm. 9h	15h	21h	Medio diurno	Umidità relativa in cent. 9h	15h	21h	Medio diurno	Quantità delle nubi 9h	15h	21h	Vento Direzione 9h	15h	21h	Velocità oraria in chilom. 9h	15h	21h	Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
1	49.9	50.0	51.0	50.30	15 2	18 5	15 0	12.2	**18,6**	15.25	9 3	9 3	9.0	9.20	72	59	71	67.3	0	1	10	NE	NNE	N	2	1	0	—	3.3
2	50.9	49.8	50 7	50.47	15 8	17.2	12 9	12.9	17.8	14.85	9.1	10.7	10 3	10 03	67	73	94	78.0	1	5	4	NE	NNE	NNE	1	0	0	9.6	2,6
3	51.7	51.9	53.4	52.33	13.8	15 3	10 9	10.8	15 9	12.85	8 6	7.7	6 5	7.60	73	59	68	66.7	2	0	0	NNE	NNE	N	1	4	0	—	18
4	54 3	53 4	54.3	54.00	11.4	15.4	12 5	9.3	15 6	12.20	7.1	8 8	8.8	8.23	71	67	82	73 3	2	0	0	NNW	NNW	N	1	3	1	—	2 6
5	54.7	53 7	54 1	54.17	12.8	16 2	12.2	10.5	16.3	12.95	9.1	10.7	9.4	9.73	83	78	90	83.7	1	0	0	S	S	E	1	2	0	—	1.2
6	52 3	51.1	50.6	51 33	14.0	15 2	12.6	12.0	15.2	13.57	9.9	9 2	9.8	9.63	84	71	91	82 0	10	9	7	E	WSW	NE	0	5	0	1.8	0.8
7	50.0	49.0	48.9	49 30	13.1	16.8	14 7	11.7	16 7	14.30	9.9	10 9	11.2	10 67	89	76	90	85 0	7	10	10	N	N	N	1	0	1	0.8	0 9
8	46 1	43.9	44 7	44.90	15.3	16 5	13.5	13.2	17.5	14.95	**12.0**	11.1	11.1	11.40	92	79	97	89 3	5	2	10	SSE	WSW	NNE	3	10	6	7.4	0 9
9	47.4	48.3	49 3	48.33	13.7	16 0	14.2	12 0	17.7	14 15	9 8	11.4	8.9	10.03	85	84	74	81 0	0	1	0	NNE	ESE	NW	9	8	19	3.8	0.9
10	49.0	47.9	48.5	48.47	13.8	14 9	13.5	11.9	17 8	13.61	9.8	10.4	10.1	10.10	84	83	88	85.0	10	9	6	**S**	WNW	WSW	4	8	0	—	1.7
11	50 6	50.7	53 0	51.43	13.2	17 2	14.3	12.0	17.2	14.18	9.5	10.0	8.8	9.43	85	68	73	75 3	0	0	0	N	NNW	NNW	13	4	6	—	0.9
12	55 0	54.4	54 8	54.73	12.9	16 9	14.3	12.3	17 3	14.20	8.6	11 0	10.2	9.93	78	77	85	80 0	0	0	0	NNW	SSW	NW	17	15	11	—	1 7
13	53.2	51 5	53.1	52 60	14.7	16 3	12.3	12 1	16 3	13 85	11 2	10 9	7 1	9.73	90	79	66	78 3	10	0	0	WNW	NNW	NNE	0	12	21	—	1.0
14	54.6	54 9	**56.4**	55 30	8.9	9.0	5.4	5.2	12 6	8 02	4.7	4.6	4.0	4.44	55	53	60	56.0	0	0	0	NNE	NE	NNE	28	15	18	—	2 8
15	56.2	54 9	55.1	55.40	5.6	7 3	6 3	4.2	7.4	5.87	4.0	**3 7**	4.2	3.97	60	**49**	59	56 0	2	0	8	NNE	NNE	N	30	47	7	—	4 5
16	51 3	49.3	49 6	50.07	8.1	8.7	6.7	5.8	10 7	7.83	5.7	5.9	4 3	5.30	71	70	58	66 3	4	3	4	NNE	NNE	NNE	14	24	17	—	2.4
17	52.4	52 6	54.0	53 00	5.6	8.4	6 3	3.0	8 7	5 90	4 0	4.6	4 2	4.27	60	56	59	58.4	4	3	4	NE	NNE	WNW	18	14	5	—	2 2
18	53.7	52 3	52.9	52 97	7.2	11.0	7 3	4.9	11 5	7.72	4 5	5 3	5 3	5.03	60	54	60	61 0	0	0	2	N	NNW	WNW	8	12	3	—	1.9
19	54.9	54 6	55.7	55 07	9.3	12 4	10.4	7.2	12 6	9 88	5 1	6.4	5.1	5 53	68	60	54	60.7	0	0	0	NE	NNW	NW	9	8	20	—	2 2
20	55.5	54.2	53.8	54.50	8.8	13.1	10 2	7.3	13.3	9 90	5 8	6.7	7 0	6.50	68	60	76	68.0	0	0	0	NNW	WNW	WSW	11	4	1	—	2 5
21	53.5	51.3	50.6	51.80	11.3	13.4	11.9	8 8	13.8	11 45	8.6	9.0	9.2	8.94	87	78	90	85.0	9	3	9	SW	SSE	W	11	14	16	—	1.0
22	48.6	48.2	47.7	48.50	11.6	14 4	12 2	10.4	14 4	12 15	9 7	9 8	9 4	9.63	96	81	90	89.0	10	2	2	S	SSW	SSE	7	18	14	1.9	0.7
23	44.6	43 1	42 6	43 43	13.9	14 0	14 8	12.0	15 0	13 92	8.9	9 4	9 8	9 37	76	79	78	77 7	2	9	4	SSE	SSE	SSE	34	29	35	—	1 3
24	39.7	**36.9**	38.3	38.30	12.4	10.7	10 9	9.8	15.4	12 13	10.5	9 1	8 3	9.30	**98**	95	86	93 0	10	10	10	SW	SW	SSW	44	20	6	47.7	2.9
25	38 2	37 1	38.8	38.03	9.1	10 0	8.6	6 9	11.4	9.00	7.1	7.1	6 2	6.80	83	78	74	78.3	10	10	10	SW	SW	WSW	28	41	24	11.3	0.7
26	39.9	38 7	41.6	40.07	6.6	5.5	5 1	4.2	10.1	6.50	6.5	6.0	5.3	5 93	90	89	82	87.0	10	9	0	NNE	ENE	NNW	12	11	5	10.5	2.9
27	40 2	41 9	43 9	42.00	5 5	6.1	4 7	**2.9**	6.5	4.90	6.4	6 6	4.9	5 97	96	95	76	89.0	10	0	2	SSE	NW	N	12	13	9	14.2	0 8
28	43 7	42 2	42.8	42 90	5.8	8.4	4.8	3.2	8.4	5.55	5 2	5 3	5 3	5.27	76	65	82	74 3	7	7	0	N	NE	NNW	8	4	19	—	1.1
29	43.5	44.1	46.6	44.73	5.5	6.6	4.4	3.6	7.1	5.15	4.6	5 0	4 4	4.67	68	68	70	68 7	10	9	0	N	NE	NNE	17	15	18	—	1.6
30	49.7	49 6	50.9	50.07	5 1	8.9	7.2	3 0	9 2	6.12	3.9	4 9	4.5	4.43	60	59	60	59.7	0	0	0	N	NNW	NW	18	18	10	—	2.1
Medi mens	49.54	48.72	49.59	49.28	10.67	12.68	10.34	8.51	13 54	10.77	7 64	8.05	7.42	7.70	77.5	71.4	76.4	75 1	4.5	3.4	3 4							somma 109.0	somma 53.9

CATALOGO

DELLE PUBBLICAZIONI PERVENUTE ALL'ACCADEMIA

dal 10 Luglio al 19 Novembre 1904

PUBBLICAZIONI ITALIANE

Catania — *Società degli spettroscopisti italiani* — Memorie, vol. XXXIII, disp. 5ª-8ª — 1904.

Accademia Gioenia di scienze naturali — Bollettino, fasc. LXXX-LXXXI — 1904.

Firenze — *R. Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento* — Pubblicazioni, fasc. 18.

Biblioteca nazionale centrale — Bullettino delle publicazioni italiane, n. 42-46 — 1904.

Rivista scientifico industriale — Anno XXXVI, n. 11-19 — 1904.

Opere di Galileo Galilei — Vol. XIV — 1904.

Società entomologica italiana — Bullettino, Anno XXXVI, trimestre I-II — 1904.

Annali Bibliografici e Catalogo ragionato delle edizioni di Barbéra Bianchi e C. 1854 1880 — Firenze 1904.

Genova — *Rivista ligure di scienze, lettere ed arti* — Anno XXVI, fasc. III-V — 1904.

Società ligustica di scienze naturali e geografiche — Atti, vol. XV, n. 3 — 1904.

Iesi — *Giornale di agricoltura* — Anno LXV, n. 7-10 — 1904.

Livorno — *Periodico di matematica per l'insegnamento secondario* — Anno XIX, fasc. VI, anno XX, fasc. I-II; *Supplemento al periodico di matematica* — Anno VII, fasc. VIII-IX — 1904.

Messina — *R. Accademia Peloritana* — Atti, vol. XIX, fasc. I — (1904-1905).

Milano — *Reale Istituto lombardo di scienze e lettere* — Rendiconti, serie II, vol. XXXVII, fasc. XI-XIII; Memorie, vol. XIX, fasc. XIII-XVI — 1904.

Società italiana di scienze naturali e del Museo Civico — Volume XLIII, fasc. 2° e 3° — 1904.

Opere matematiche di Francesco Brioschi, pubblicate per cura del Comitato per le onoranze a F. Brioschi — Tomo terzo — 1904.

Opere matematiche di Eugenio Beltrami pubblicate per cura della Facoltà di Scienze della R. Università di Roma — Tomo 2° — 1904.

Modena — *Le stazioni sperimentali agrarie italiane* — Vol. XXXVII, fasc. IV-IX — 1904.

Napoli — *Collegio degli ingegneri e architetti* — Bollettino, anno XXII, n. 10-17 — 1904.

Annali di nevrologia — Anno XXII, fasc. I-IV — 1904.

Casa di salute Fleurent — Bollettino, anno XXI, fasc. II-III — 1904.

*

Palermo — *Circolo matematico* — Rendiconti, tomo XVIII, fasc. IV-V — 1904.

Società siciliana d'igiene — Bollettino, nuova serie, anno VII, fasc. 1-2 — 1904.

Pavia — *Rivista di fisica, matematica e scienze naturali* — Anno 5, n. 54-58 — 1904.

Pisa — *Società toscana di scienze naturali* — Atti, processi verbali, vol. XIV, n. 3-4 — 1904.

Roma — *R. Accademia dei Lincei* — Atti e Memorie, serie V, vol. IV; Rendiconto dell'Adunanza solenne del 5 giugno 1904, vol. II; Friderici Cesi (1903); Rendiconti, vol. XIII, fasc. 11-12; vol. XIII, 2° semestre, fasc. 1-8 — 1904.

Società degli ingegneri e degli architetti italiani — Bollettino, anno XII, n. 25-46; Annali, anno XIX, n. 1 3 — 1904.

L'Elettricista — Anno XIII, s. II, vol. II, n. 12-22 — 1904.

Accademia pontificia dei nuovi Lincei — Atti, anno LVII, sessione I-VII — 1904.

R. Osservatorio Astronomico al Collegio Romano — Memorie, Serie III, vol. IV, parte 1ª — 1904.

R. Comitato geologico — Bollettino, vol. XXXV, n. 1-2; Carta geologica dei Vulcani vulsini — 1904.

Ministero di agricoltura, industria e commercio — Catalogo della mostra fatta dal Corpo reale delle Miniere all'Esposizione universale di Saint Louis nel 1904 — 1904.

Giornale medico del r. Esercito — Anno LII, fasc. VI-X — 1904.

Associazione elettrotecnica italiana — Atti, vol. VIII, fasc. 3 e 4 — 1904.

Rivista di Artiglieria e Genio — Vol. II, Annata XXI; Vol. III, Giugno-Ottobre — 1904.

Siena — *R. Accademia dei Fisiocritici* — Atti, serie IV, vol. XVI, n. 1-6 — 1904.

Torino — *Associazione « Mathesis »* — Bollettino, anno VIII, n. 6 — 1904.

Società degli ingegneri e degli architetti — Atti, anno 1904, fasc. 3-6 — 1904.

La rivista tecnica delle scienze, delle arti applicate all'industria e dell'insegnamento industriale — Anno IV, fasc. 6-8 — 1904.

R. Accademia d'Agricoltura — Annali vol. 46 — 1904.

R. Accademia delle scienze — Atti, vol. XXXIX, disp. 8-15; Osservazioni meteorologiche fatte nell'anno 1903 all'Osservatorio della R. Università; Memorie, serie 2ª, tomo LIV.

Venezia — *Osservatorio meteorologico del Seminario Patriarcale* — Bollettino mensile, Marzo-Settembre 1904.

Reale Istituto veneto di scienze lettere ed arti — Atti, tomo LXIII, disp. 5-10 — 1904.

Verona — *Accademia d'Agricoltura, scienze, lettere, arti e commercio* — Atti e Memorie, Appendice al vol. III della serie IV; serie IV, vol. IV — 1903-1904.

PUBBLICAZIONI STRANIERE

Amsterdam — *Revue semestrielle des publications mathématiques* — Tome XII, part II; Nieuw Archief voor wiskunde Tweede reeks deel VI, derde

stuk; Wiskundige opgaven met de Oplossingen, Negende deel 2de Stuk; Verslag van de 125me Algemeene Vergadering.

Amsterdam — *K. Natuurkundige Vereeniging in Nederl-Indie* — Tijdschrift, Deel XVIII—1904

Baltimore — *Peabody Institute, of the City of Baltimore* — Annual report, June 1 — 1904.

American Journal of Mathematics — Vol. XXV, n. 2-4 — 1904.

Joohns Hopkins university circulars — Vol. XXIII, n. 165.

American Chemical Journal — Vol. 29, n. 3-6; vol. 30, n. 1-6; vol. 31, n. 1-3 — 1904.

Barcellona — *R. Academia de Ciencias y Artes* — Memorias, terceva época, vol. IV, num. 37-38; Año academico de 1903 à 1904, nomina del personal académico.

Basel — *Naturforschenden Gesellschaft* — Verhandlungen, Band XV; Heft 2— 1904.

Batavia — *R. Magnetical and meteorological Observatory* — Observations, vol. XXV (1902); *Regenwaarnemingen in Nederlandsch-Indië* — 1902.

Berkeley — *University of California* — Bulletin (Issued Quarterly) Vol. V, n. 2; Publications University Chronicle, Vol. VI, n. 2-3; Geology, vol. 3, n. 13-15; Zoology, vol. I, n. 3-5; Astronomy, n. 41 — 1904.

Berlin — *Naturw. Verein des Regierungsb. Frankfurt a. d. O.* — Helios, Band 21 — 1904.

K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen — Abhandlungen, math. phys. K., Band III, n, 1 — 1904.

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik — Band 33, Heft 1-2 — 1904.

K. Preussisch. Akademie der Wissenschaften — Sitzungsberichte, XXV-XL — 1904.

K. Preussisch. Meteorologisch. Institut — Bericht über die Tätigkeit im Jahre — 1903.

Bordeaux — *Société des Sciences phisiques et naturelles* — Procés verbaux des séances année 1902-1903; Mémoires, tome III; Observations pluviométriques et thermométiques faites dans le département de la Gironde de juin 1902 à Mai 1903 — 1903.

Boston — *American Academy of arts and sciences* — Proceedings, v. XXXIX, n. 13-20 — 1904.

Boulder — *University of Colorado* — Studies, vol. II, n. 1-2 — 1904.

Bruxelles — *Académie Royale* — Mèmoires, tome LIV, fasc. 6; Mémoires couronnés et mémoires des savants étrangers, tome LXII, fasc. 5-6 — 1904; Bulletin, 1904, n. 1-4; Mémoires couronnés et autres mémoires, tome LXIV — 1903.

Société belge de Géologie de Paléontologie ed d'Hydrologie — Bulletin, Tome XVII, fasc. V-VI — 1903.

Société entomologique — Annales, tome 47; Mémoires, t. X-XI — 1904.

Société royale des sciences de Liége — Mémoires, tome V — 1904.

Bucuresci — *Meteorologic Lunar din Romania* — Buletinul, anul XII — 1903.

Buenos Ayres — *Bureau démographique national* — Publication, año V, numero 11 — 1904.

Calcutta — *Board of scientific advice for India* — Annual report 1902-1903.

Cambridge — *Philosophical Society* — Transactions, vol. XIX, part. III — 1904.

American Academy of arts and sciences — Memoirs, vol. XIII, n. 1 — 1904.

Cape Town — *South African Philosophical Society* — Transactions, vol. XIII, vol. XV, part. 1-2 — 1904.

Charlottenburg — *Phyisikalisch-Tecnishc Reichsanstalt* — Die Tätigkeit in Jahre 1903; Die bisherige Tätigkeit 1904.

Cherbourg — *Société nationale des sciences naturelles et mathématiques* — Mémoires, tome XXXIII, 2° fasc. — 1903.

Chicago — *Field Columbian Museum* — Publications n. 75, 77-80, 82, 85, 87 — 1904.

Cracovie — *Académie des Sciences* — Bulletin international, n. 4-7 — 1904.

Dublin — *Royal Irish Academy* — Proceedings, vol. XXV, n. 1, 2 — 1904.

Erlangen — *Physikalisch-medizinischen Sozietät.* — Sitzungsberichte, Heft 35 —

K. B. Friedrich-Alexanders Universität, Uebersicht des Personal-Standes: Winter-Semester 1903-1904; Sommer-Semester 1904.

Verzeichnis der Vorlesungen. Winter-Semester 1903-904; Sommer-Semester 1904.

Bibliotheksordnung der Königlich Baverischen Universität.

Inaugural-Dissertationen zur Erlangun der Doctorwürde:

1. Amberger Conrad, *Ueber Kolloidale Metalle der Platingruppe* — 1904.
2. Amberger Karl, *Synthetische Versuche zur Darstellung der Diamidostilbendicarbonsäuren* — 1904.
3. Amson Ernst, *Ueber ein zwei-zweideutige Punk tverwandtschaft der Ebene und eine ein-eindeutige, welche mit ihr in Zusammenhang steht* — 1904.
4. Arnold Venanz, *Ueber Scoliosis ischiadica* — 1903.
5. Bartels Rolf, *Ein fall von aneurisma der Carotis interna dextra in sinus cavernosus mit doppelseitiger stauungspapille.*
6. Beecker Adolf, *Die Nasenregion des Amniotenkopfes* — 1903.
7. Birk Simon, *Ueber den Einfluss von Kreosot, Jodoform, Salol, Chinain, Chlorcalcium und Chlormagnesium auf die Magenverdauung* — 1904.
8. Brachmann Otto, *Zur Kasuistik der Sarkome des Rektum* — 1903.
9. Brokschmidt Otto, *Morphologische, anatomische und biologische Untersuchungen über Hottonia palustris* — 1904.
10. Brunco Karl, *Zwei Fälle von linksseitiger interstitieller Hernie beim Weib* — 1904.
11. Dietrich Julius, *Der Gebämutterkrebs und seine Metastasen besonders im Peritonaeum* — 1904.
12. Doerfler Wilhelm, *Ein fall von Traumatischer Brown-séquard'scher Lähmung mit seinen Complicationen* — 1904.
13. Dorschky Karl, *Ueber Konstitution und Derivate der Orsellinsäure* — 1904.
14. Eberlein Ludwig, *Beiträge zur anatomischen Charakteristik der Lythraceen.*

15. Engels Oscar, *Ueber die Einwirkung von Amidosulfonsäure auf p. Xylidin und as-m.-Xilidin* — 1904.
16. Eisenach Heinrich, *Ueber die Konstitution der beiden Modifikationen des α-ortho-Nitrosoresorcinmonoaethylaethers* — 1904.
17. Fehn Hans, *Ueber heterobicyclische Verbindungen und Hydrazone von Dithiokohlensaureestern* — 1904.
18. Fiedler Heinrich, *Ein seltener Fall von polypösem Magenkarzinom* — 1903.
19. Fiesselmann Georg., *Ueber die Einwirkung von Formaldehyd auf Antranilsäure.*
20. Haffner August, *Untersuchungen über die physiologischen Verkalkungen der Placenta* — 1904.
21. Härter Alfred, *Zwei Fälle von perforierender Tuberkulose an den platten Schädelknochen* — 1903.
22. Heineke Albert, *Zur pathologischen Anatomie und Klinik der Kompression des Rückenmarks bei Karies der Wirbelsäule* —1903.
23. Honighaus Joseph, *Ueber die operative Entfernung von Gallensteinen aus dem Ductus choledochus* — 1903.
24. Hummel Leonhard, *Möller-Barlow'sche Krankheit.*
25. Jahn August, *Darminvagination und ihre chirurgische Behandlung* —1904.
26. Jamin Friedrich, *Experimentelle untersuchungen zur Lehre von der Atrophie Gelähmter Muskeln* — 1904.
27. Katagiri Toru, *Ueber Puerperal-Eklampsia mit besonderer Berücksichtigung der Nieren-und Leberveränderungen* — 1904.
28. Knöll Karl, *Zur Kasuistik und operativen Behanlung der Aneurysmen der unteren Extremitäten* — 1903.
29. Kös Rudolf, *Anatomische Untersuchungen über die Blattspreite der einheimischen Farne* — 1902.
30. Koelling Benjamin, *Ein Fall von aputrider Nekrose des Lungengeweber* — 1903.
31. Krebser Hermann, *Ueber die resultate der Entfernung maligner Ovarialtumoren.*
32. Kühn Alfred, *Ueber das Verhalten der Gruppierung* — 1903.
33. Kunstmann Adolf E. G. Th., *Ueber Peritonitis tuberculosa und deren operative Behandlung* — 1904.
34. Kurozawa K., *Ueber den Einfluss verschiedener Ernäkrungsweise auf die Grösse der Eiweissausscheidung bei cronischer Nephritis* — 1903.
35. Lohmann Johann, *Versuche zur Darstellung des Nitroxylchlorids* — 1904.
36. Lübben Karl, *Ueber einen Fall von Papillomen in einem Fistelgange mit sekundärer karzinomatöser Entartung* — 1904.
37. Lubowski Alfred, *Zur Geschichte der Fieber theorien* — 1903.
38. Mayr Josef, *Ueber die Beziehung der Skoliose zur lungentuberkulose* — 1904.
39. Meiner Willy, *Ueber Pubertätsalbuminurie* — 1904.

40. Metz August, *Anatomie der Laubblätter der Celastrineen mit besonderer Berücksichtigung des Vorkommens von Kautschuk*—1903.
41. Metzger Franz, *Zur Kenntnis der Reduktion der Ketone*—1904.
42. Michel Friedrich, *Ueber Dithiocarbamate sekundärer aromatischer Basen und über eine Verbindung des Formaldehyds mit dem Indigo* — 1903.
43. Mouson Johann G., *Ein Beithrag zur Kenntnis der Benzimidazole* — 1904.
44. Niederschulte Gustav, *Ueber den Dampfdruck fester Körper* — 1903.
45. Oberhofer Michael, *Ein seltener Fall von Leberruptur* — 1903.
46. Opfermann Erich, *Beitrag zur Kenntniss der Semicarbazide* — 1904.
47. Poeschel Ottmar, *Ein Fall von Verschluss der Vena cava superior* — 1903.
48. Ratz Heinrich, *Terapeutische Untersuchungen über Glykosal*— 1903.
49. Reichard Hans, *Radikaloperation bei doppelseitigem Leisten und Schenkelbruch* — 1904.
50. Rein F. Oscar, *Anatomischer Befund Bei einen Fall von Tabes dorsalis mit progressiver Muskelatrophie* — 1904.
51. Reinhardt Werner, *Ueber einige neue Abkömmlinge des Nitrotoluidins vom schmelzpunkte 107°* — 1904.
52. Resenscheck Friedrich, *Beitr ge zur Kenntniss des Tellurs*—1904.
53. Ruge Carl, *Ueber die puerperale Blase und die puerperale Ischurie* — 1904.
54. Ruge Hermann, *Ueber einen Fall von mactiger retroperitoneales Dermoidcyste beim Manne* — 1904.
55. Scheidemandel Eduard, *Ein Fall von primären Sarcom der Leber* — 1904.
56. *Schwarztrauber Johannes, Kloake und Phallus des schafes und scweines* — 1903.
57. Seltsan Adolf, *Untersuchungen über die physikalisch-chemischen Eigenschaften und physiologischen Wirkung der Salze der Alkalien und Erdalkalien* — 1903.
58. Seyler Gotthold, *Ueber die Erhaltung der Krümmungslinien bei Orthogonal-Projection* — 1903.
59. Simon Ludwig, *Ein Fall von entzündlichem Papillon* — 1904.
60. Spect Kurt, *Ueber das Verhalten d r Temperatur und des Pulses vor und nach Körperbewekung bey Gesunden und Kranken* — 1904.
61. Strunz Martin, *Klinischer Beitrag zur Lehre von der Spina bifida* — 1903.
62. Töll Friedrich, *Ueber Schschärfe und deren Bestimmung*—1904.
63. Ubber Johann, *Beitrag zur Kenntniss der Pyradazine* — 1903.
64. Vahle Heinrich, *Ein Fall von Mammakarzinom beim Manne*— 1904.
65. Veiel Otto, *Ueber Benzimidazole und deren spaltungsprodukte*— 1904.

66. Vix Karl, *Zur Lehre über die Aortenaneurysmen* — 1904.
67. Voss Franz, *Ueber colloidale Silbersalze* - - 1904.
68. Votsch Wilhelm, *Neue systematisch-anatomische Untersuchungen von Blatt und Achse der Theophrastaceen* — 1903.
69. Wachtel Fritz, *Ueber Taubstummheit in ihrer Rezienhung zum Untevricht der Taubstummen* — 1903.
70. Wittmann Otto, *Studien über den Abbau des Solanidins.*
71. Wollner Gustav, *Zur Kasuistik der Leberabscesse im Auschluss an Perityphlitis* — 1903.
72. Zander Enoch, *Der stilplan des mämlichen Genital apparates der Hexapoden* — 1903.

Frankfurt a. M. — *Senckenbergisch. Naturforschenden Gesellschaft* — Abhandlungen, Band XXVII, Heft. 3; Bericht — 1904.

Göttingen — *K. Gesellschaft der Wissenschaften* — Nachrichten, Geschätflich. Mittheilungen 1904, Heft 1; Mathem.-phys. K. Heft 2-4 — 1904.

Haarlem — *Musée Teyler* — Archives, série II, vol. VIII, p. 5 — 1904; Catalogue de la Bibliothéque, Tomo III (1888-1903) — 1904.

Halle — *K. Leopoldino-Carolinischen Deutschen Akademie der Naturforscher* — Leopoldina Heft XXXVII-XXXIX (1901-1903); Nova Acta, Abhandlungen, Band 80-81 — 1904.

Heidelberg — *Gross. Badisch. Ruprecht-Harls-Universität: Anzeige der Vorlesungen welche im Sommer — Halbjahr 1903; in Winter-Halbiahr 1903* — 1904.

Die Matrikel der Universität, IV Theil von 1704 bis 1807.

Akademische Rede — 1902

Inaugural Dissertation zur Erlangung der Doktorwürde:

1. Behr Sally, *Beitrag zur Casuistik der aus angeborenen Melanosen des Auges hervorgeheenden Tumoren* — 1903.
2. Bergdolt Bernard, *Ueber das Verhalten einiger organischer Verbindungen bei höheren Temperaturen und bei Gegenwart von Kontaktsubstanzen* — 1903.
3. Berkenbusch Florenz, *Die deutsche Portland-Cement-Industrie und ihre Kartellbestrebungen* — 1903.
4. Bettges Wilhelm, *Quantitative Bestimmungen und Trennung durch Hydrazinsalze* — 1902
5. Birckenstaedt Max, *Verallgemeinerung der in den « Principien der Mechanik für mehrere unabhängige Variable von Herrn L. Koenigsberger aus Heidelberg » dargestellten Hülfsätze über das Kinetische Potential* — 1902.
6. Bloch Franz, *Ueber die Einwirkung des Vasser auf anorganische Salze* — 1903.
7. Bluntschli Hans, *Der Feinere Bau der Leber von Ceratodus forsteri, zuglich ein Beitrag zur vergleichenden Histologie der Fischleber* — 1903.
8. Bohe Walter, *Die Reduktion von Oximen auf elektrolytischen Wege und die Homologen des Benzylamins* — 1903.

9. Bohn Rudolf, *Ein Beitrag zur Kenntis aromatische Aldehyde* — 1902.
10. Bollenbach Hermann F., *Ueber die Einwirkung von Hydrazinhydrat auf 2,4 Dinitrobenzoesäure* — 1902.
11. Bucher Karl, *Ueber genu valgum und seine Behandlung* — 1903.
12. Bundschuh Rudolf, *Zur Pathologie und Therapie der Bruceinklemmung* — 1901.
13. Charasoff Georg, *Arithmetische Untersuchungen über Irreduktibilität* — 1902.
14. Darapsky August, *Die Reduktion der Ketonhydrazine und Ketazine* — 1903.
15. Dertinger Karl, *Ueber Tiefsitzitzende Lipome* — 1903.
16. Erb Walter, *Ueber das Salsäurebindungsvermögen einiger reiner Eiweisskörper* — 1903.
17. Erler Arthur, *Ueber Condensationsreaktionen der 1-5 Diketone* — 1903.
18. Fellenz Johann Anton, *Ueber Xerostomie* — 1903.
19. Fischler Franz, *Ueber den Fettgehalt in Niereninfarcten, zugleich ein Beitrag zur Frage der Fettdegeneration* — 1902.
20. Flaecher Franz, *Ueber p. Methoxyphenyllutidin und p. Methoxyphenyllutidindicarbonsäure* — 1903.
21. Fleischmann Sigmund, *Die Agrarkrisis von 1845-1855* — 1902.
22. Focken R. Hermann, *Ueber chronisch ankylosierende Entzündung der Wirbelsäule* — 1903.
23. Fox Milton, *Kondensation von aliphatische aldehyden mit Malonsäure und Cyanessigsäre bei Gegenwart organischer Basen* — 1903.
24. Fraenkel Curt, *Ueber den Gefässbundelverlauf inden Blumenblättern der Amaryllidaceen* — 1903.
25. Garrett Henry, *Ueber die Viskosität und den Zusammenhang einiger Colloid Lösungen* — 1903.
26. Gast Paul, *Die Bahn der periodischen Kometen 1894* — 1903.
27. Goldschmidt Ernst, *Zur Aetiologie der Schrupfniere* — 1903.
28. Grund Georg, *Ueber den Gehalt des Organismus an gebundenen Pentosen* — 1903.
29. Gutmann Leo, *Ueber Abkömmlinge der Diazole* — 1903.
30. Gutmann Paul, *Ueber den Hydrazimonocarbonester* — 1903.
31 Haack Otto H. A., *Zur Kenntnis des Methylenaminoacetonitrils* — 1903.
32. Hahn Hein, *Eine neue Methode zur Gewinnung alkylierter Benzolkohlenwasserstoffe* — 1903.
33. Hamburger Clara, *Beiträge zur Kenntis von Trachelius ovum Ehrbg* — 1903.
34. Hanland Fritz, *Dynamische Untersuchungen über Einführung einer Alkylgruppe* — 1902.
35. Hasse Hermann, *Die Allgemeine Elektrizitäts-Gesellschaft und ihre wirtschaftliche Bedeutung* — 1902.

36. Kassel Karl, *Quantitative Trennung durc Persulfat in saurer Lösung* — 1903.
37. Hildenstab Ernst, *Magenerkrankungen bei Cholelithiasis* — 1903.
38. Hoffmann Walther, *Beitrag zur Kenntniss der Tuberkuloseverbreitung in Baden* — 1903.
39. Holzer Wilhelm, *Ueber Albuminurie im Kindesalter* — 1903.
40. Hütwohl Karl. *Ueber die Fälle von Strumitis* — 1903.
41. Jacobsthal Fritz, *Ueber Diamidosäuren aus Dichlorundecylsäure* — 1903.
42. Jahn Arthur, *Neue Reduktionsmethodenzur quantitativen Bestimmung der Halogene in Chloraten, Bromaten und Jodaten* — 1903.
43. Joesting Friedrich, *Beiträge zur Anatomie der Sperguleen, Policarpeen, Paronychieen, Scleranthеen und Pterantheen* — 1902.
44. Jost Ernst, *Parallaxenbestimmungen aus Durchgangsbeobachtungen im Meridian* — 1903.
45. Kaestel Rudolf, *Die augeborene Verlagerung der Niere in ihrer praktischen Bedeutung* — 1903.
46. Kalähne Alfred, *Schallgeschwindigkeit und Verhältnis der spezifischen Wärmen der Luft bei Hoher Temperatur* — 1902.
47. Kaldenberg Ernst, *Die Rechtliche Stellung des Versicherungs-Agenten* — 1903.
48. Koch Philipp, *Ueber Fistula gastrocolica carcinomatosa* — 1903.
49. Korte Reinhold, *Ueber die Reduktion von p. Isopropylbenzaldazin in alkalischer Lösung* — 1903.
50. Kaft Leo, *Studien in der Pyrazol-und Pyridinreihe* — 1902.
51. Kuliga Paul, *Zur genese der congenitalen Dünndarmstenosen und Atresieen* — 1903.
52. Küster Hermann A , *Ueber den Durhgang von Bakterien durch den Insektendarm* — 1903.
53. Lange Alfons Erich, *Ueber die Additions fähigkeit des Dimethyl-1-3-cyclohexenon-5* — 1902.
54 Lehmann Ottmar, *Ueber akute Osteomyelitis im sauglingsalter* — 1902.
55. Löffler Gustav, *Ueber Klein abgekapselte Empyeme im Kindesalter* — 1902.
56. Lottherhos G. W., *Zur Kenntnis der aromatischen Aldehyde* — 1902.
57. Lüttge Werner, *Panophthalmitis tubercolosa in puerperio* — 1902.
58. Malzi Joseph, *Uber ein Gesetz der Elektrolytischen Reduktion* — 1902.
59. Marangolo Carlo, *Ueber Einwirkung von Hydrazinhydrat auf m. Xylylmalonsäurediaethylester* — 1902.
60. Margolinsky Simon, *Synthese von Betaïnen aus dialkylierten Aminoacetonitrilen* — 1903.
61. Mayer Fritz, *Ueber das Metaxilobenzylhydrazin* — 1902.
62. Mayer Max, *Ueber die Einwirkung von Hydrazinhydrat auf 1,2,4 Dinitrophenylhydrazin* — 1902.

*

63. Miesemer Karl, *Ueber psychische Wirkungen Köperlicher und geistiger Arbeit* — 1902.
64. Miltsch Otto, *Ueber die Einwirkung von Luftsauerstoff auf Alkyläther* — 1903.
65. Morisse Rudolf, *Ueber die Addition von schwefliger Säure an ungesättigte Verbindungen* — 1903.
66. Morstatt Hermann, *Beiträge zur Kenntniss der Resedaceen*—1903.
67. Müller Leo, *Ueber Drei Fälle von Chorea Chronica Progressiva*— 1903.
68. Münch Gustav, *Ueber Diaethylresorcin und sein Derivate* — 1902.
69. Neff Joh. Heinrich, *Zwei Fälle von Exophthalmus pulsans traumaticus* — 1902.
70. Neu Maximilian, *Experimentelle und Klinische-Untersuchungen mit Gärtner's Tönometer* — 1902.
71. Baege Ernst, *Zwei Beiträge zur Harnröhrenchirurgie* — 1903.
72. Begelmann Karl, *Geologisch Untersuchung der Quellgebiete von Acher und Murg in nördlichen Schwarzwald* — 1903.
73. Reichard Adolf, *Ueber Cuticular-und Gerüst-substanzen bei wirbellosen Tieren* — 1902.
74. Renz Friedrich, *Die Colporraphia fusiformis und deren Ergebnisse* — 1903.
75. Ritzhaupt Otto, *Ein Fall von tumorartiger, secundärer Leberaktinomikose* — 1903.
76. Roeser Hermann, *Ein Beitrag zur chirurgie der Milz-und Leberverletzungen* — 1902.
77. Rönneburg Albert, *Ueber eine Synthese von Pyrazolen aus acetylaceton und Diazoessigester* — 1903.
78. Saager Adolf, *Ueber Derivate des Phenoxazins* — 1902.
79. Sanger Wilhelm, *Ueber Condensationen von Formaldehyd mit 1-3 Diketonen* — 1903.
80. Schaarwächter Hermann R., *Ueber bakterielle Darmauswanderung unter dem Einflusse von Curarin* — 1903.
81. Schlippe Paul, *Physikalische Untersughungen bey der Anwendung des Magenschlauches* — 1903.
82. Schmidt Willy, *Ueber 87 abdominale Myomoperationen aus der chirurgischen Klinik 1892* — 1901.
83. Schmitz Aloys J., *Ueber das Hydrazid der Trimesinsäure und der Hemimellithsäure* — 1902.
84. Schneider Wilhelm, *Nitril und Amid der Phenyllutidindicarbonsäure* — 1903.
85. Schobess R., *Die Behandlung der Chorioiditis disseminata mit Natrium salicylicum* — 1903.
86. Scholz Victor, *Dynamische Untersuchungen über die Verseifung von Säureestern und die Affinitätsconstanten derselben* — 1903.
87. Schöne Georg, *Vergleichende Untersuchungen über die Befestigung der Rippen an der Wirbelsäule* — 1902.
88. Schott Adolf, *Ueber Dauerheilungen nach gallensteinoperationen.*

89. Schröter Fritz, *Ueber Kondensationen von β-oxy-α-naphtaldehyd mit Acetessigester und Analogen.*
90. Schuch Hans, *Ueber die Einwirkung von Hydrazinhydrat und Semicarbazidchlorhydrat auf Oyœmethylencampher* — 1902.
91. Seligman Richard, *Ueber die Oxydation von Oximen und Prim. Aminen* — 1903.
92. Sevin Otto, *Beitrag zur Kenntniss von sieben und mehrgliedrigen heteroatomigen Ringen* — 1902.
93. Siebe Max, *Ueber den anatomischen Bauder Apostasiinae* — 1903.
94. Söhngen August, *Ueber Prostatitis acuta mit abseessbildung nach Furunkulose* — 1903.
95. Steiner Friedrich, *Ueber die Reduktion ungesättigter Phenoläther* — 1902.
96. Strumpf Otto, *Nitrile und Amide von Pyridindicarbonsäuren* — 1902.
97. Tischler Georg, *Die Berberidaceen und Podophyllaceen* — 1902.
98. Tomasczewski Alfred, *Ueber spaltungen des Benzoins unter dem Einfluss Katalitisch wirkender Substanzen* — 1902.
99. Umber Heinrich, *Ueber aliphatische Heptylamidosäuren* — 1903.
100. Warnecke Georg, *Ueber Nitrile von Monoalkylacetessigsäuren und über Amidopyrazole* — 1903.
101. Weber Walter, *Ueber Monopropylhydrazin und Dipropylhydrazin* — 1903.
102. Wilde Alfred, *Beiträge zur Anatomie der Linaceen* — 1902.
103. Wittmar Hugo, *Ein Beitrag zur Kenntnis der Beziehungen der Akuten Miliartuberkulose zur Operation Tuberkulöse zur Operation Tuberkulöser Lymphomata Colli* — 1901.
104. Wüstenfeld Richard, *Ueber die Bildung von Glycylketten mittelst Säureaziden* — 1903.

Jena — *Medizinisch.-naturwissenschaftlich. Gesellschaft* — Jen. Zeitschrift, Band. XXXIX, Heft I — 1904.

Jurjew (Dorpat) — *Naturforscher-Gesellschaft* — Sitzungsberichte, Band XIII, Heft 2 — 1902; Schriften XII — 1903.

Kansas — *University of Kansas* — Bulletin, vol. IV, n. 3, 6 — 1903.

Kasan — *Société physico-mathématique* — Bulletin, tome XIII, n. 3; — 1903.

Kiel — *K. Christian-Albrechts-Unixersität:*

Chronik der Universität für das Jahr 1902-1903.

Verzeichniss der Vorlesungen im Winterhalbjahr 1902-02; in Sommerhalbjahr — 1903.

Inaugural-Dissertation zur Erlangung der Doktor wurde:

1. Adam A., *Zur Kasuistik der Pachymeningitis haemorrhagica im Anschluss an Trauma.*
2. Althoff Ernst, *Ein Fall von Aneurysma der Aorta ascendens* — 1903.
3. Althoff Hugo, *9 Falle von Coxa vara* — 1903.
4. Autze Oscar, *Ueber primären Lungenkrebs* — 1903.
5. Arnd Thankmar, *Ueber die Einwirkung von Semicarbazid auf Benzil, Benzoin und verwandte stoffe.*

6. Back Martin, *Exostosis cartilaginea tibiae* — 1902.
7. Bering Friedrich, *Supramalleolare Längs fracturen der Fibula.*
8. Bibergeil Eugen, *Beitrag zur Lehre von der aetiologischen und diagnostischen Bedeutung der « punktirten Erythrocyten » Ehrlichs* — 1903.
9. Bilfinger Bernhard, *Ueber plastische Operationen bei Schlussunfähigkeit des Musculus sphincter ani* — 1903.
10. Bilfinger Oskar, *Ueber Leberabscess* — 1902.
11. Risping Heinrich, *Zur Casuistik der Luxatio genu congenita.*
12. Bockendahl Ernst, *Zur Differential diagnose zwischen kleinen submukösen Uterusmyom und chronischer Metritis.*
13. Boehm Erich, *Beitrag zur Theorie der gleicharmigen Wage.*
14. Borghorst Bernard, *Casuisticher Beitrag zur Lehre von der motorischen Aphasie und ihre Lokalisation* — 1903.
15. Bornstein Arthur, *Beitrag zur Lehre vom Aneurysma der Bauchaorta*— 1903.
16. Bottöttcher Wilhelm, *Zur Casuistik der Darminvagination* — 1902.
17. Boxberger Georg, *Ueber die Beziehungen der Hyperplasierten Thymusdrüse zum plötzlichen tode bei Kindern* — 1903.
18. Braess Louis, *Ueber Pfählungsverletzungen* — 1902.
19. Burdach Albrecht, *Der Nachweis der Typhusbacillen am menschen* — 1902.
20. Chastinet Mathias, *Casuisticher Beitrcg zur tabes dorsalis uit Oftalmoplegie und Muskelatrophie* — 1902.
21. Dammermann Heinrich, *Zur Casuistik der Ophthalmoplegie bei Tabes dorsalis* — 1903.
22. Darger Wilhelm, *Zur Kenntniss der Kraurosis vulvae* — 1902.
23. Dege Albert, *Trinkwasserveinigung mit besonderer Berücksichtigung der militaerischen Verhältnissə* — 1902.
24. Eckstein Hans, *Ein Fall von primärer Darmtuberkulose* — 1902.
25. Ehmke Ulrich, *Ueber die Syndactylie* — 1902.
26. Emden M. Oskar, *Ueber Schussverletzung der Leberer im Krieg und Frieden* — 1903.
27. Fischer Willy, *Ueber Kiemengangschysten* — 1903.
28. Freyer Eduard, *Ueber das Rhabdomyosarkom der Niere* — 1902.
29. Friderici Adolf, *Ein Fall von spontan geheiltem subphrenischen Abscess*— 1903.
30. Frohwein Fritz, *Ein Fall von primärem Coecumcarcinom mit seltenen Metastasen* — 1903.
31. Gericke Paul, *Beitrag zum Facialiskrampf* — 1903.
32. Göttsche Johannes, *Ueber Psychösen mach Eklampsie* — 1902.
33. Grabley A., *Pfählungsverletzungen* — 1903.
34. Grelck Johannes, *Ueber Arthropathien bei Tabes* — 1903.
35. Greve Heinrich, *Zur Statistik der primären und secundaren Leberkrebse* — 1902.
36. Greeven Johannes, *Ein Beitrag zur Casuistik der perforirten Magengeschwüre.*
37. Gulot Wollenburg Walter, *Calcaneusexostose* — 1903.

38. Hamel Otto, *Ueber Harnröhrenstricturen* — 1903.
39. Hansen Heinrich, *Ueber Paralysis agitans mit Extensionstypus* —1903.
40. Heger Ewald, *Ueber Gaumentumoren nebst Mittheilungen eines Falles von Sarkom des harten Gaumens* — 1902.
41. Heidsieck Carl, *Ein Fall von Echinococcus hepatis mit Durchbruch in die Blase.*
42. Hempell Heinrich, *Ein Fall von Luxation der Sehne des Extensor digiti V. proprius nach Trauma* — 1903.
43. Hertz Wilhelm, *Ueber partielle Differentialgleichungen, die in der Variationsrechnung vorkommen* — 1903.
44. Hesse Emil, *Kasuistischer Beitrag zur Lehre von der operativen Darmausschaltung* — 1903.
45. Hesse Gustav, *Beiträge zur Herstellung von Nährböden und zur Bakterienzüchtung* — 1903.
46. Heymann Fritz, *Die spaltungsprodukte des simmitrischen Dinitrobenzoyl acetessigester* — 1903.
47. Hoffmann Carl, *Ueber Bauchschussverletzungen* — 1902.
48. Hohenkirch Bernhard, *Beitrag zur Kasuistik der Fälle von Echinococcus hepatis* — 1903.
49. Janssen Ludwig, *Ein Fall von Aneurysma spurium der Carotis interna und Vena Jugularis communis sinistra infolge Stichrerletzung*—1903.
50. Janz Eugen, *Casuistischer Beitrag zur Lehre von der Aphasie.*
51. Jess Ernst, *Ein Beitrag zur Lehre vom induzierten Irresein* — 1903.
52. Kaehler Karl, *Ueber die durch Wasserfälle erzeugte Leit fähigkeit der Luft* — 1903.
53. Kerssenboom Johann, *Ueber einem Fall von Hysterie* — 1903.
54. Köbrick Rudolf, *Ein Fall von cavernöser Umwandlung der Pfortader* — 1903.
55. König August, *Zur Kenntnis der Dauerresultate nach Hauttransplantation* — 1903.
56. Kreft Emil, *Ueber janchige Meningitis als Folge von Decubitus*—1903.
57. Kruse Ernst, *Ein Fall von Meningocele occipitalis* — 1902.
58. Laband Ludwig, *Beitrag zur Lehre von den Benzoylestern der Kohlehydrate im Harn* — 1903.
59. Ladisch Wilhelm, *Ein Fall von Akromegalie mit bitemporaler Hemianopsie* — 1904.
60. Latz Benno, *Beobachtungen bei der Klinischen Untersuchung und Operation eines Falles von Sarkoma cerebri* — 1903.
61. Leisner Sophus, *Ueber Konservative Behandlung der in den ersten Schwangerschaftsmonaten unterbrochenenen Tubargravidität* — 1903.
62. Lenschau Emil, *Spontanheilung eines Pneumothorax phthisicus.*
63. Leschke Max, *Beiträge zur Kenntniss der pelagischen Polychaetenlarven der Kieler Föhrde* — 1903.
64. Luyken Ewald, *Ein Fall von combinirter Misbildung aus dem pathologischen Institute* — 1903.
65. Mahr Josef, *Ueber Verkrummung des Reines nach Resektion des Kniegelenkes im Kindesalter* — 1903.

66. Marcus Hermann, *Vom Tetanus neonatorum und seiner Behandlung, mit Serumeinspritzungen* — 1903.
67. Matzen Jens, *Ein Beitrag zur Kasuistik des Tetanus* — 1903.
68. Mayer Felix, *Ein Fall von traumatischer Fraktur des Oberschenkelhalses bei einem vierjährigen Kinden* — 1902.
69. Messer Hans, *Kasuistische Beiträge zur Lehre von der Syringomyelie* — 1903.
70. Meyer Hans, *Ueber traumatische Aneurysmen als Komplikation der Knockbrüche* — 1902.
71. Meyer Hermann, *Casuistischer Beitrag zur Lokalisation der ammestischen und sensorischen Aphasie* — 1903.
72. Meyer Johann, *Zwei Fälle von Gummabildung in der Leber* — 1903.
73. Meyer Konrad, *Ueber des Amid der Acetessigsaure.*
74. Mittler Siegfried T., *Zur Molekulargewichtsbestimmung nach dem Siedeverfahren* — 1903.
75. Müller Reiner, *Ueber subnormale Köpertemperaturen, ihr Vorkommen- und ihre Behanlung* — 1903.
76. Mumm Otto, *Beiträge zur Kentniss der Isoxazole* — 1903.
77. Noesselt Otto, *Zur Histologie der Gliome* — 1903.
78. Odefey Theodor, *Kasuistische Beiträge zur Lehre von den Fremdkörpern des Uterus* — 1903.
79. Ohm Walther, *Fremdkörper in der Orbita* — 1902.
80. Plass Theodor, *Ueber Thoracoplastik unter Berücksichtigung von 6 in der chirurgischen Klinik operierten Fällen* — 1903.
81. Peltz Walter, *Beiträge zur Kenntniss des Propargylaldehyds und des aus ihm gewonnenen Isoxazols* — 1902.
82. Pfütsch H. W., *Ueber Psychosen im Verlauf des Typhus abdominalis*— 1903.
83. Prölss Walter, *Ein Beitrag zur Lehre von der Syringobulbie und Syringonyelie* — 1902.
84. Ramsauer Carl, *Ueber den Richochetschuss* — 1903.
85. Reeshemins Paulus, *Ueber den einen Fall von chronischer Myelitis im Auschluss au Thyphus abdominalis.*
86. Reinitz Otto, *Ueber die congenitale Stenose und obliteration am Isthmus-Aortae* — 1902.
87. Reinke J., *Studien zur vergleichenden Entwicklungsgeschichte der Laminariaceen* — 1902.
88. Reinking Friedrich, *Ueber den Einfluss der Alkoholverbände auf den Verlauf entzündlicher Prozesse* — 1903.
89. Rieke Fritz, *Ein Fall von primärer lungenaktinomykose mit tötlicher Blutung* — 1903.
90. Ritscher Johannes, *Ueber Scharlachabsusse an der Hand eines Falles von Aneurysma arteriorenosum spurium carotidis communis et iugularis internae infolge eines solchen.*
91. Rosenbaum Paul, *Ein Beitrag zur Actiologie der Hirnblutungen*—1903.
92. Rosenthal Richard, *Zur Casuistik des Ileus* — 1903.
93. Rüdiger Gerhard, *Zur Casuistik erfolgreicher chirurgischer Eingriffe bei Hysteria gravis* — 1903.

94. Rudolph Hermann, *Kasuistischer Beitrag zur Würdigung und Methodik plastischer Operationen bei Narbenkontrakuren durch Verbrennung*—1903.
95. Rudolp Wilhelm, *Zwei Fälle von membranöser Bronchitis* — 1903.
96. Scharpff Theophil, *Ueber einen Fall von Salmiakgeistvergiftung*—1903.
97. Scheel Max, *Planzenphysiologische Untersuchungen.*
98. Scheidtmann Wilhelm, *Beiträge zur Casuistik Seltener Lipome* —1903.
99. Scherenberg Rudolf, *Ueber einen Fall von Tumor cerebri.*
100. Schinke Aloys, *Casuistischer Beitrag zur Chorea chronica progressiva*— 1903.
101. Schlitt Rudolf, *Untersuchungen über einen specialfall des Problems des drei Körper mit nahezu periodischer Losung* — 1904.
102. Scholz Walter, *Ueber Infektion mit Tuberkulose durch den Verdauungskanal* — 1903.
103. Schönfeld Otto, *Ein Fall von Aplasie der rechten Niere bei einem an Retropharyngealabscesse gestorbenen Kinde* — 1903.
104. Schreiber Alfred, *Ein Fall von primärem Prostata-Krebs.*
105. Schreiber Ludwig, *Ueber einem Fall von Bautischer Krankheit* —1903.
106. Schroeder Hugo, *Ein Fall von primärem Krebs der lunge* — 1902.
107. Schubart Arthur, *Uber psychische Störungen bei Chorea minor* —1903.
108. Schüler Martin, *Ueber funktionelle Albuminurie* — 1904.
109. Schulz Reinold, *Beitrag zur Symptomatologie und Pathologie der Pseudobulbärparalise* — 1903.
110. Schütt Karl, *Ueber Zähigkeit und Festigkeit in der Oberfläche von Flüssigkeiten und über flüssige Lamellen* — 1903.
111. Schwarz Albrecht, *Ueber Schädelbasisfrakturen nebst Mitteilung von 38 Fällen aux der chirurgischen Klinik* — 1903.
112. Siebold Karl, *Klinischer und anatomischer Beitrag zur Lehre von der Aphasie* — 1903.
113. Sievert Johannes, *Beitrag zur Lehre von den Psychosen bei Infektionskrankheiten* — 1902.
114. Spier Walther, *Kasuistischer Beitrag zur Lehre des Wirbelverletzungen*— 1903.
115. Spliedt Gustav, *Aorten-Aneurysmen und Sifilis* — 1903.
116. Sprengel Georg, *Zur Casuistik der Gelenkkörper der Kniegelenks*—1903.
117. Stenger Erich, *Ueber eine neue Sinthese unsymmetrisch substituirter Pyrrole* — 1903.
118. Stiehr Gustav, *Ueber das Verhalten der Wurzelhärchen gegen Lösungen* — 1903.
119. Straeten Edmund, *Ein Fall von Syringomyelie mit Cheiromegalie* —1904.
120. Straten Wolf Carl, *Ueber Mammacarcinome* — 1903.
121. Teller Ernst, *Beitrage zur Kenntniss der mecanischen Hergänge bei der Entstehung der Frakturen des Schädeldaches* — 1903.
122. Thaler Fritz, *Die diffuse Reflexion des Lichtes an matten Oberflächen*— 1903.
123. Thies Oskar, *Fälle von Hernia Epigastrica* — 1903.
124. Tödter Johannes, *Ein Fall von Schnervenatrophie durch Trauma* —1903.
125. Trompke Alexander, *Ueber einen Fall von Chromsäurevergiftung* — 1902.

126. Twenhören August, *Casuistischer Beitrag zur peripheren Facialislähmung* — 1903.
127. Ulatowski Wladislaus, *Beitrag zur Kasuisttk operativ behcndelter Lungengangrän* — 1903.
128. Wossschulten Alfred, *Zur Casuistik der operativen Behandlung des Morbus Basedowii.*
129. Wahlmann Adolf, *Zur Casuistik der Diabetischen Gangrän* — 1903.
130. Wandercheck Hermann, *Zur Kenntnis des μ-Benzylisochinolins und des μ-β-Dibenzylisochinolins* — 1903.
131. Wasmer Karl, *Ueber Spontanheilung von Lungenabszessen und Lungengangräu* — 1903.
132. Wenglein Otto, *Ueber Perthitfeldspäthe* — 1903.
133. Westfeld Detler M., *Ein Beitrag zur Kasuistik des Cysticercus racemosus des Gehirns* — 1903.
134. Wick Willy, *Ein Beitrag zur Kenntniss der angeborenen Geschwülste der Kreuz-und Steisbeingegend* — 1903.
135. Wiemer Werner Th., *Zur Kasuistik der Behandlung der intermittierenden Hydronephrose* — 1903.
136. Wilke Arthur, *Pfortaderthrombose und Trauma* — 1903.
137. Winters Willy, *Ueber einem Fall von Exostosis tibiae* — 1903.
138. Wolff Hermann, *Ueber einen Fall von traumctischer Nierenbecken-Zerreissung* — 1903.
139. Wossidlo Georg, *Vier Fälle von Peniskarcinom* — 1902.
140. Wurmb Alfred, *Ein Fall von multiplen Exostosen* — 1902.
141. Zernick Alfred, *Beitrag zur Statistik der modifizierten Linear-Extraktion* — 1903.
142. Ziegler Otto, *Totale nucleäre Ophthalmoplegie mit Tabes-Paralyse und Opticusatrophie* — 1903.
143. Zimmermann Paul, *Ein Beitrag zu unserer Kenntnis von der Netzhautablösung nach der Fukalaschen Operation* — 1903.

Kiew — *Universitetschia Isvestia* (Notizie universitarie) — Vol. XLIV, n. 4-9 — 1904.

Kobenhavn — *Nyt Tidsskrift for Matematik* — A, 15 Aarg. n. 2, 3; B. 15 Aarg. n. 3 — 1904.

Académie Royale des sciences et des lettres — Bulletin n. 2, 3; Mémoires t. II, n. 1; t. XII, n. 4 — 1904.

Kristiania — *Udgiret af den Norske Gradmaalings-Kommission* — Resultater af Vandstands — Observationer paa den Norske Kyst. Hefte VI — 1904.

La Haye — *Société Hollandaise des sciences à Harlem* — Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles, série II, tome IX, 3e livr. — 1904.

Lancaster — *American Mathematidal Society* — Transactions, vol. 5, n. 3 — 1904.

Academy of sciences — Annals, vol. XIV, part. IV — 1904.

Leipzig — *Archiv der Mathematik und Physik* — Band 8, Heft 1 — 1904.

Llinàs (Barcelona) — *Observatorio Belloch Hajas Meteorologicas* — Año 1903.

Lisboa — *Commissâo do serviço geologico de Portugal* — Communicaçoes, tom. V, fasc. II — 1904.

London — *Royal Society* — Proceedings, vol. LXXIII, n. 495-499; vol. LXXIV n. 500; Philosophical transactions, series A, 365-366; 370-374; series B, vol. 197 230-322-233, Obituary notices of Fellows part. i, ii, iii — 1904.

Nature — Vol. 70, n. 1807-1828 — 1904.

The Mining Journal — Vol. LXXV, n. 3591-3599; Vol. LXXVI, n. 3600-3612.

Royal Astronomical Society — Montly notices, vol. LXIV, n. 7-9 — 1904.

Mathematical Society — Proceedings, series 2, vol. 2, p. 1-3 — 1904.

The Linnean Society — Journal, Botany, vol. XXXVI, n. 254 — 1904.

British Association for the advancement of Science — Report 1903.

Mineralogical Society (Mineralogical Magazine) — Journal, vol. XIV, n. 63 — 1904.

Madrid — *Real Academia de Ciencias exactas, fisicas y naturales* — Revista tomo I, n. 1-4 — 1904.

Magdeburg — *Naturwissenschaftlichen Verein* — Jahresbericht und Abhandlungen — 1902-1904.

Manchester — *Manchester Museum Owens College* — Museum lectures session 1904-1905; Publication 50-53 — 1904.

Mexico — *Direccion general de Estadistica* — Division territorial, Estados del Centro; Censo, Estado de San Luis Potosi verificados en 1900; Estado de Chihuahua 1900; Estado de Coahuila 1900.

Observatorio meteorológico magnético central — Boletin mensual, Mes de Junio, Julio — 1902.

Instituto geológico — Parergones, tomo I, n. 2-3 — 1904.

Sociedad Cientifica (Antonio Alzate) — Memorias y Revista, tomo XVIII, n. 6; tomo 19, n. 6-7 — 1903.

Minneapolis — *Geological and Natural History Survey of Minnesota*—Minnesota Botanical studies, Third series, part III, 1904.

Moscou — *Société impériale des naturalistes* — Bulletin, année 1903, n. 2-3 — 1903.

München — *K. B. Akademie der Wissenschaften* —Sitzungsberichte der math.-phys. Klasse, 1904, Heft. II — 1904.

Ottawa — *Dictionary of Altitudes in Canada* — 1903.

Department of the interior dominion of Canada — Report on the Great Landslide at Frank, Alta 1903.

Paris — *Académie des sciences* — Comptes rendus hebdomadaires des séances, Tables tome CXXXVII; tome CXXXVIII, n. 24-26; tome CXXXIX, n. 1-19 — 1904.

Bibliothéque de l'École des hautes études— Bulletin des sciences mathématiques, tome XXVIII, Avril-Aout 1904.

Société d'encouragement pour l'industrie nationale — Compte rendu, n 12-14; Bulletin, tome 106, n. 6-10 — 1904.

École normale supérieure — Annales scientifiques, tom. 21, n. 6-10—1904.

Société zoologique — Bulletin tome XXIX n. 5-7; Mémoires, tome XVI, n. 1-4 — 1903.

Archives de neurologie — Vol. XVIII, n. 103-107 — 1904.

Société mathématique — Bulletin, tome XXXII, fasc. II-III — 1904

*

Paris — *Journal de l'anatomie et de la physiologie normales et pathologiques de l'homme et des animaux* — XL année, n. 4-5 — 1904.

Muséum d'Histoire naturelle — Bulletin, n. 7-8 — 1904.

Société d'anthropologie — Bulletins et Mémoires, n. 5 — 1903.

Ministère de l'instruction publique — Catalogue des thèses et écrits Académiques — 1902-1903.

Bureau des Longitudes — Connaissance des temps ou des mouvements célestes pour l'an 1906.

Journal de mathématiques pures et appliquées — Tome X, fasc. 3 — 1904.

Philadelphia — *American Philosophical Society* — Procedings Vol. XLII, n. 174, vol. XLIII, n. 175-176 — 1904.

Academy of Natural Sciences — Proceedings, vol. LV, part. III — 1904.

Prag — *K. K. Sterwart* — Magnetische und meteorologische Beobachtungen im Jahre — 1903.

Rennes — *Société Scientifique et Médicale de l'Ouest* — Bulletin, tome XII, n. 4 — 1904.

Rovereto — *I. R. Accademia di scienze, lettere ed arti degli Agiati* — Atti, serie III, vol. X, fasc. II — 1904.

Sacramento — *University of California* — Publications; Report of Work of the Agricultural experiment station 1903; Bulletin n 149-154 — 1903.

Santiago de Chile — *Museo nacionale de Chile* — Anales, n. 16 — 1903.

St.-Pétersbourg — *Comité géologique* — Mémoires, vol. XIII, n. 4 (et dernier); vol. XV, n. 1; vol XIX, n. 2 et dernier; Nouvelle série, Livraison 5-9, 12; Bulletins, vol. XXII, n. 1-4 — 1904.

Stockholm — *K. Vetensk. Akademien* — Handlingar, Bd., 37, n. 7, 8; Bd. 38, n. 1-3; Meteorologiska Jakttagelser I Sverige Bd 44; Arkiv för kemi, mineralogi och geologi Band 1, H. 2; Botanik Bd 2, Heft. 1-4; Zoologi Bd. 1, Haeft 3-4; Arsbok för är 1904.

Sweden its people and its Industry — 1904.

Acta mathematica — Journal, 28-29 — 1904.

Strassburg i. E. — *Kaiser Wilhelms-Universität — Inaugural-Dissertationen zur Erlangung der Doctorwürde*:

1. Aeckerlein Gustav, *Ueber die Zerstäubung Galvanisch Glühender metalle* — 1902.
2. Berger Hugo, *Ueber Rotationsfläche zweiten Grades, die einen gegebenen Tetraeder eingeschrieben sind* — 1903.
3. Bock Karl, *Ueber die Kondensation von Benzaldehyd mit Itakonsäure* — 1903.
4. Brecher Fritz, *Ueber die durch Anlagerung von Ammoniak an ungesättigte Säuren entstehenden β'Amidosäuren* — 1902.
5. Dinther Arthur, *Die Anlagerung von Ammoniak an die Muconsäure* — 1902.
6. Friedmann Ernst, *Beiträge zur Kenntnis der physiologischen Beziehungen der Schwefelhaltigen Eiweifsabkömmlinge* — 1902.
7. Himpel Hugo, *Ueber die Gruppe der 120 Collineationen durch die ein räumliches Fünfeck in sich selbst übergeht* — 1903.
8. Jägerschmid G. Adolf, *Beiträge zur Kenntniss der Monochlorbromessigsäure* — 1903.

9. Kalbfleisch Georg, *Symmetrische Cykliden* — 1902.
10. Karpinski L. Charles, *Ueber die Verteilungen der Quadratischen Reste* — 1903.
11. Kraencker Jacob, *Ueber die Isobutylitaconsäure und deren Verhalten gegen Brom* — 1902.
12. Kraus Paul, *Ueber die Dimethyldioxyglutarsäure und einige Derivate derselben* — 1902.
13. Matter Otto, *Zur Kenntnis der Azlactone und ihrer Umwandlungsprodukte* — 1903.
14. Moritz R. Eduard, *Ueber Continuanten und gewisse ihrer Anwendungen im zahlentheoretischen Gebiete.*
15. Neukirch Heinrich, *Ueber Actinomyceten* — 1902.
16. Peters Walter, *Ueber stereoisomere Körper aus dem Aethylacetyaceton durch Blausäureanlagerung* — 1903,
17. Reichert Friedrich, *Ueber die Einwirkung von Stichstoffletroxyd auf Phenylisocrotonsäure* — 1903.
18. Schwärtzlin August, *Ueber die Oxydation der Dimethylitaconsäure und der Dimethyl aticonsäure mit Kaliumpermanganat* — 1903.
19. Scheen Oscar, *Ueber die Methylitaconsäure und ihr Verhalten gegen Natronlauge und Brom* — 1902.
20. Wernher Georg, *Kondensation von Valerolakton und Bernsteinsäureäthylester mit Natriumaethylat* — 1902.
21. Willy Hildebrand, *Ueber die Condensation des Acetyacetons mit bernsteinsaurem Natrium unter Mitwirkung von Essigsäureanhydrid* — 1902.

Stuttgart — *Verein für vaterländisch Naturkunde in Wurttemberg* — Jahreshefte, Jahrg. 60; Verzeichnis III — 1904.

Sydney — *New south Wales* — Annual report of the Department of Mines for the year 1903.

Australian Museum — Records, vol. V, n. 4 — 1904.

Tokio — *K. Japanisch. Universität* — Memoirs of the college of scienze, vol. I, n. 1; vol. XVIII, n. 7; vol. XIX art. 3, 4, 14, 16, 17, 18, 19 e 20 — 1904; Mittheilungen aus der Medizinisch. Facultät, Band VI, n. 2 — 1904.

Earthquake Investigation Committee in Foreign Languages — Publications, n. 17 — 1904.

Toronto — *Royal Society* — Proceedings and transactions, second series, vol. IX — 1903.

Toulouse — *Faculté des sciences de l'Université* — Annales, tome V — 1903.

Upsala — *Results of the Swedish Zoological Expedition to Egypt and the White Nile 1901*, part. I — 1904.

R. Societas scientiarum upsaliensis — Nova Acta, vol. XX fasc. 11 — 1904.

K. Universitet: — Arsskrift, 1903; Föreläsningar och Oefningar 1903 u. 1904.

Akademisk Afhandling :

1. Benedichs Carl, *Recherches physiques et physico-chimiques] sur l'acier au carbone* — 1904.
2. Ekman Sven, *Die Phyllopoden, Cladoceren und freilebenden Capepoden der nord-schwedischen Hochgebirge* — 1904.

3. Esselmann Henrik, *Zur Kenntniss des Phlanzenlebens schwedischer Laubwiesen* — 1904.
4. Hoffmann Bang O., *Studien über Schwedische fluss-und quellwässer* — 1904.
5. Holmberg Knut, *Bidrag Till Kannedomen om de Fysikaliskt-Kemiska Egenskaperna Hos Vattenlösningar af Lantan-Cerium och Thorium-Salter* — 1904.
6. Jansson Martin, *Om Värmeledn ngsförmägan hos snö* — 1904.
7. Kjellmark Knut, *En Stenaldersboplats Järawallen vid Limhamn*— 1903.
8. Koch John, *Den Elektriska Gnistan en undersökning af de Fysikaliska villkoren för des slocknande* — 1904.
9. Kullgren Carl, *Om Metallsalters Hydrolys* — 1904.
10. Lindgren Birger, *Sur le cas d'Exception de M. Picard dans la Théorie des fonctions entiéres* — 1903.
11. Lundberg Filip, *Approximerad Framställning af sannolikhetsfunktionen* — 1903.
12. Nordenskiöld Ivar, *Studier Oefrer molybdensemipentoxid och dess Föreningar* — 1903.
13. Trägardh Ivar, *Monographie der arktischen Acariden* — 1904.
14. Zeipel v. H., *Recherches sur les solutions périodiques de la troisiéme sorte dans le probléme des trois corps* — 1904.

Utrecht — *K. Nederland meteorologisch Institut* — Ètudes n. 90 — 1904.

Washington — *Smithsonian miscellaneous collections* — Part of vol XLIV, n. 1374 — (1903) ; Quarterly Issue, vol. XLV, n. 14-19 — (1903).

Smithsonian Institution — Twentieth annual report of the bureau of american etnology 1898-99 — 1903.

U. S. Geological Survey — Water-Supp. and. Irrig. Paper n. 80-87; Professional Paper n. 9-10, 13-15 — 1904.

U. S. Naval Observatory — Publications, vol. V — 1903.

Superintendent of the coost andgeodetic Survey — Tre sury, Annual Reports — 1903.

U. S. Department of Agriculture — North American Fauna n. 23 — 1904.

Wien — *K. k. geologisch. Reichsanstalt*—Verhandlungen, n. 5-12—1904 ; Jahrbuch, Band LVIII, Heft 3-4 — 1904.

K. K. Central-Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus — Jahrbücher, Neue Folge Band XXXIX — 1904.

Ergebnisse der Meteorologischen Beobachtungen an den Landesstationen in Bosnien-Hercegovina in jare 1900 — 1903.

K. und. K. Militär-geographisch. Institut — Astronomisch. Arbeiten, Band XX — 1904.

Zaragoza — *Revista trimestral de mathemdticas* — Año IV, n. 14-15—1904.

Zagreb—*Societas scientiarum naturalium croatica*—God. XVI, Prra Polov— 1904.

Zürich — *Naturforschenden Gesellschaft* — Vierteljahrsschrift, Jahrg 48, Heft 3-4 — 1903.

OPERE PRIVATE

Borredon Giuseppe, *La grande scoperta del secolo XX* — Napoli (Ischia) 1904.

Campos Rodrigues, *Corrections aux Ascensions Droites de quelques étoiles du Berliner Jahrbuch observées à Lisbonne (Tapada)* — Kiel 1902.

Observations d'éclipses de Lune à l'Observatoire Royal de Lisbonne — (Tapada) — Kiel, 1904.

De Angelis d'Ossat, *Brano di logica formale della geologia* — Bologna, 1904.

De Gasparis Aurelio, *Il Sahara e le condizioni biologiche della flora* — Napoli, 1904.

Delpino Federico, *Sulla funzione vessillare presso i fiori delle Angiosperme* — Bologna, 1904.

Flores Eduardo, *Mammiferi fossili delle stazioni preistoriche di Molfetta* — Trani 1904.

Fornari Cesare, *Sopra l'esperienza del Neugschwender* — Pisa 1904.

Grenander S., *Les variations annuelles de la température dans les lacs suédois* — Uppsala 1904.

Le Vavasseur Raymond, *Ènumération des groupes d'Opérations, Toulouse* — 1904.

Taccin Francesco, *La grande perturbazione magnetica del 31 ottobre 1903 e l'attività solare* — Pavia 1904.

Il periodo di Algol — Schio 1904.

I calcoli di riduzione delle fotohrafie stellari per la zona di Catania ed il Catalogo di stelle fondamentali — Pavia 1904.

Tringali E., *Il minimo del periodo undecennale delle macchie solari avvenuto nel 1901* — Catania 1904.

Fascicolo 12° ANNO XLIII. Dicembre 1904.

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

MAR 20 1905

Processo verbale dell'adunanza del dì 3 Dicembre 1904.
Presiede il presidente **G. Paladino.**

Sono presenti i socii ordinarii Bassani, Capelli, Cesàro, della Valle, Fergola, Paladino, Pinto, Piutti, ed i corrispondenti Semmola e del Re.

Funziona da segretario il socio Cesàro, che legge il processo verbale della tornata precedente che viene approvato; indi presenta i libri venuti in cambio e comunica una lettera del socio prof. Albini il quale trovandosi a Napoli avrebbe avuto piacere di assistere all'adunanza e salutare i colleghi, ma il clima l'ha risvegliato le sue sofferenze ed è stato costretto a partire improvvisamente.

L'Accademia delibera di scrivere al socio Albini una lettera con i saluti dei Colleghi e coi voti beneauguranti per la salute di Lui.

Processo verbale dell'adunanza del dì 10 Dicembre 1904.
Presiede il presidente **G. Paladino.**

Sono presenti i soci ordinari Bassani, Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo (segretario), Delpino, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci, de Lorenzo, Piutti, ed il corrispondente del Re.

Il segretario legge il processo verbale della tornata precedente che viene approvato e presenta i libri venuti in cambio e in dono fra cui il volume 15.° delle Opere di Galileo Galilei.

Indi comunica una lettera del socio prof. Albini che ringrazia degli auguri fatti per la sua salute.

*

Il socio Piutti presenta una Nota dei dottori E. Comanducci e R. Lobello: « *Sull' azione dell' etere isosuccinico sopra anilina, p-toluidina, p-ammidofenolo e suoi derivati.*

Il prof. Oglialoro presenta due Note: una del dott. Vincenzo Majone col titolo: « *Etere salicilico del benzil fenolo*; l'altra del dott. G. Kernot e sig. E. Petrone: « *Sulla condensazione del cloruro di benzile con gli acidi amido benzoici.* Ripresenta, inoltre, modificata la Nota del Dott. G. Kernot: « *Sopra gli acidi nitrocresolglicolici* ».

La Commissione incaricata di riferire sopra tutte queste note è designata dal presidente nei soci Oglialoro, Piutti e Scacchi.

Il socio del Pezzo comunica una sua Nota: « *Sui punti uniti di una trasformazione quadratica fra due piani sovrapposti.*

NUOVE FORMOLE PER CALCOLARE LA TOTALITÀ DEI NUMERI PRIMI NON SUPERIORI A UN LIMITE ASSEGNATO, CONTENUTI NELLA SERIE NATURALE, O IN UNA PROGRESSIONE ARITMETICA; *Nota del socio ordinario* **Gabriele Torelli**, *a Palermo.*

(Adunanza del dì 19 Novembre 1904)

La presente breve nota ha lo scopo di segnalare alcune formole per calcolare esattamente (non assintoticamente) la totalità dei numeri primi non superiori a un limite x assegnato, compresi nella serie naturale, oppure in una progressione aritmetica.

Ho reputate degne di nota le espressioni, che ho trovate, giacchè in esse non figurano esplicitamente i numeri primi, nè vi son contenuti elementi analitici di difficile calcolazione, i quali rendono le formole poco atte al computo numerico. Vi è però bisogno della conoscenza della funzione $\mu(m)$ per valori di m non superiori ad $E\left(\frac{x}{3}\right)$. Ricorderò fra poco il significato delle notazioni μ ed E.

L'attuale scritto ha qualche analogia con alcune ricerche di de Polignac *); ma facendo uso di altri procedimenti, io giungo a formole finora non dedotte.

Nella nota non mancano applicazioni ad esempii, affinchè resti confermata, mediante il riscontro sulle tavole dei numeri primi, la esattezza delle formole ricavate.

1. Indichino:

x ed s numeri reali positivi;

---

*) *Nouvelles recherches sur les nombres premiers.* Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences, t. XLV, p. 882 (1857), t. XLIX, p. 386 (1859).

M un intero positivo qualsiasi, ed n un altro intero primo con M;

$\chi(n)$ uno dei caratteri di n rispetto al modulo M *);

$\mu(m)$ la funzione numerica dell'intero positivo m, la quale è eguale $+1$, allorchè $m=1$, oppure m è prodotto di un numero pari di fattori primi tutti differenti; è eguale a -1, allorchè tale numero di fattori primi è impari; e infine è eguale a 0, quando m è divisibile per un quadrato diverso da 1;

$\mathrm{E}(x)$ il massimo intero contenuto in x;

$\varphi(\mathrm{M})$ la totalità dei numeri primi con M ed inferiori ad M;

$p_1=2, p_2, p_3, \ldots$ i successivi numeri primi;

$\vartheta(x)$ la totalità dei numeri primi non superiori ad x;

$\vartheta(\mathrm{M}y+\mathrm{N}, x)$ la totalità dei numeri primi non superiori ad x, della forma lineare $\mathrm{M}y+\mathrm{N}$;

infine i numeri interi ν_i siano quelli definiti dalle ineguaglianze

$$p_i^{\nu_i} < x < p_i^{\nu_i+1}.$$

2. Si prova facilmente la relazione

$$(1) \qquad \sum_{y=1}^{\mathrm{E}\left(\frac{x-1}{2}\right)} \frac{\log(2y+1)}{(2y+1)^s} = \sum_{i=2}^{\vartheta(x)} \log p_i \sum_{r=1}^{\nu_i} \frac{1}{p_i^{rs}} \sum_{y=0}^{\mathrm{E}\left(\frac{x-p_i^r}{2p_i^r}\right)} \frac{1}{(2y+1)^s}$$

osservando che i valori di $2y+1$, i quali nella sommatoria al primo membro introducono $\log p_i$, sono $p_i, 3p_i, 5p_i, \ldots$: or la (1) può scriversi sotto la forma

$$\sum_{y=1}^{\mathrm{E}\left(\frac{x-1}{2}\right)} \frac{\log(2y+1)}{(2y+1)^s} = \sum_{z=0}^{\mathrm{E}\left(\frac{x-3}{6}\right)} \frac{1}{(2z+1)^s} \left(\sum_{i=2}^{\vartheta\left(\frac{x}{2z+1}\right)} \frac{\log p_i}{p_i^s} + \sum_{i=2}^{\vartheta\left[\left(\frac{x}{2z+1}\right)^{\frac{1}{2}}\right]} \frac{\log p_i}{p_i^{2s}} + \sum_{i=2}^{\vartheta\left[\left(\frac{x}{2z+1}\right)^{\frac{1}{3}}\right]} \frac{\log p_i}{p_i^{3s}} + \cdots \right).$$

Per esprimermi brevemente indico con $\left(\frac{2}{n}\right)$ l'equazione che si ricava da (2) mutandovi x in $\frac{x}{n}$. Consideriamo il sistema (2), $\left(\frac{2}{3}\right), \left(\frac{2}{5}\right), \ldots$; moltiplichiamo queste equazioni rispettivamente per $\frac{\mu(1)}{1^s}, \frac{\mu(3)}{3^s}, \frac{\mu(5)}{5^s}, \ldots$

---

*) Vedi Torelli, *Sulla totalità dei numeri primi fino ad un limite assegnato.* Atti della R. Acc. di sc. fis. e mat. di Napoli, XI_2, N.° 1, pag. 75 e seg.

e sommiamo. In virtù d'una nota proprietà della funzione $\mu(m)$ *) ottenuiamo

$$\sum_{i=2}^{\vartheta(x)} \frac{\log p_i}{p_i^s} + \sum_{i=2}^{\vartheta(x^{\frac{1}{2}})} \frac{\log p_i}{p_i^{2s}} + \sum_{i=2}^{\vartheta(x^{\frac{1}{3}})} \frac{\log p_i}{p_i^{3s}} + \ldots = \sum_{k=0}^{E\left(\frac{x-3}{6}\right)} \frac{\mu(2k+1)}{(2k+1)^s} \sum_{y=1}^{E\left(\frac{x-(2k+1)}{2(2k+1)}\right)} \frac{\log(2y+1)}{(2y+1)^s} .$$

Nei due membri di questa eguaglianza vi è sempre un numero finito di termini essendo x finito. Ciò posto moltiplichiamo ambo i membri per ds e integriamo fra i limiti 0 ed ∞ ; in tal modo, posto

$$\sum_{k=0}^{E\left(\frac{x-3}{6}\right)} \mu(2k+1) \sum_{y=1}^{E\left(\frac{x-(2k+1)}{2(2k+1)}\right)} \frac{\log(2y+1)}{\log(2k+1)+\log(2y+1)} = \Phi_0(x) ,$$

abbiamo

$$(3) \qquad [\vartheta(x)-1] + \frac{1}{2}[\vartheta(x^{\frac{1}{2}})-1] + \frac{1}{3}[\vartheta(x^{\frac{1}{3}})-1] + \ldots = \Phi_0(x) .$$

Per amor di concisione indico con $(3^{\frac{1}{n}})$ l'equazione che s'ottiene da (3) mutandovi x in $x^{\frac{1}{n}}$, allora dal sistema $(3), (3^{\frac{1}{2}}), (3^{\frac{1}{3}}), \ldots$ otteniamo

$$(4) \qquad \vartheta(x) = 1 + \Phi_0(x) + \frac{\mu(2)}{2}\Phi_0(x^{\frac{1}{2}}) + \frac{\mu(3)}{3}\Phi_0(x^{\frac{1}{3}}) + \ldots ,$$

la quale è la prima delle formule, che intendo segnalare.

Esempio

$$\vartheta(150) = 1 + \Phi_0(150) - \frac{1}{2}\Phi_0(\sqrt{150}) - \frac{1}{3}\Phi_0(\sqrt[3]{150}) ,$$

$$\Phi_0(150) = 36 + \frac{11}{12} , \qquad \Phi_0(\sqrt{150}) = 4 + \frac{1}{2} , \qquad \Phi_0(\sqrt[3]{150}) = 2 ;$$

quindi

$$\vartheta(150) = 35 ,$$

valore che coincide con quello, che s'ottiene mediante la enumerazione sopra una tavola di numeri primi.

Riesce più agevole negli esempii di scrivere la espressione di $\Phi_0(x)$

---

*) Vedi Torelli, l. c., pag. 101.

sotto la forma

$$\Phi_0(x) = \mathrm{E}\left(\frac{x-1}{2}\right) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\mathrm{E}\left(\frac{x-3}{6}\right)} \mu(2k+1)\mathrm{E}\left(\frac{x-(2k+1)}{2(2k+1)}\right)$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\mathrm{E}\left(\frac{x-3}{6}\right)} \sum_{y=1}^{\mathrm{E}\left(\frac{x-(2k+1)}{2(2k+1)}\right)} \frac{[\mu(2k+1) - \mu(2y+1)]\log(2y+1)}{\log(2k+1) + \log(2y+1)},$$

giacchè, omettendo di scrivere le frazioni per le quali il fattore $\mu(2k+1) - \mu(2y+1)$ è nullo, il calcolo viene sensibilmente abbreviato. Se noi, anzichè dalla (1), fossimo partiti dalla eguaglianza

$$\sum_{n=2}^{\mathrm{E}(x)} \frac{\log n}{n^s} = \sum_{i=1}^{\vartheta(x)} \log p_i \sum_{r=1}^{\nu_i} \frac{1}{p_i^{rs}} \sum_{n=1}^{\mathrm{E}\left(\frac{x}{p_i^r}\right)} \frac{1}{n^s},$$

invece che a (3) saremmo giunti all'altra

$$\vartheta(x) + \frac{1}{2}\vartheta(x^{\frac{1}{2}}) + \frac{1}{3}\vartheta(x^{\frac{1}{3}}) + \ldots = \sum_{m=1}^{\mathrm{E}\left(\frac{x}{2}\right)} \mu(m) \sum_{n=2}^{\mathrm{E}\left(\frac{x}{m}\right)} \frac{\log n}{\log m + \log n}.$$

Questa è meno adatta al computo numerico, giacchè contiene al secondo membro un molto maggior numero di termini, e richiede la conoscenza dei valori di $\mu(m)$ fino ad $m = \mathrm{E}\left(\frac{x}{2}\right)$; però può essere più comoda per lo studio delle proprietà della funzione che sta a sinistra.

Possiamo far comparire a destra il logaritmo integrale applicando la formola sommatoria di Eulero. Si ottiene allora una espressione di $\vartheta(x) + \frac{1}{2}\vartheta(x^{\frac{1}{2}}) + \frac{1}{3}\vartheta(x^{\frac{1}{3}}) + \ldots$, nella quale figura il termine $-\sum_{m=1}^{\mathrm{E}\left(\frac{x}{2}\right)} \frac{\mu(m)\log m}{m} \cdot \int_0^x \frac{dx}{\log x}$. Mi propongo di studiare in altra occasione le conseguenze che possono dedursi da questo passaggio. Intanto consideriamo i numeri primi contenuti in una progressione aritmetica.

2. Si prova facilmente la relazione

$$(5) \qquad \sum_{n=2}^{\mathrm{E}(x)} \frac{\chi(n)}{n^s} \log n = \sum_{i=1}^{\vartheta(x)} \log p_i \sum_{r=1}^{\nu_i} \frac{\chi(p_i^r)}{p_i^{rs}} \sum_{n=1}^{\mathrm{E}\left(\frac{x}{p_i^r}\right)} \frac{\chi(n)}{n^s},$$

osservando che i valori di n, i quali nella sommatoria al primo membro introducono $\log p_i$, sono $p_i, 2p_i, 3p_i, \ldots, \mathrm{E}\left(\frac{x}{p_i}\right)p_i$.

S'intende che in tutte le sommatorie contenute in questo e nei seguenti paragrafi vanno esclusi i valori di n o p_i, che non siano primi con M.

Dinotiamo con

$$\mu_0 = 1\ ,\ \mu_1\ ,\ \mu_2\ , \ldots ,\ \mu_{\varphi(\mathrm{M})-1} = \mathrm{M} - 1$$

i numeri primi con M, ed inferiori ad M, e, fissato uno qualunque μ_r di questi, siano $\mu_{r'}, \mu_{r''}$, due fra gli stessi numeri verificanti la congruenza

$$\mu_{r'}\mu_{r''} \equiv \mu_r \qquad (\mathrm{mod.\ M})\ .$$

Allora la (5) può scriversi sotto la forma

$$\sum_{r=0}^{\varphi(\mathrm{M})-1} \chi(\mu_r) \sum_{y=0}^{\mathrm{E}\left(\frac{x-\mu_r}{\mathrm{M}}\right)} \frac{\log(\mathrm{M}y+\mu_r)}{(\mathrm{M}y+\mu_r)^s} = \sum_{r=0}^{\varphi(\mathrm{M})-1} \chi(\mu_r) \sum_{\mu_{r'}=\mu_0}^{\mu_{\varphi(\mathrm{M})-1}} \Bigg(\sum_{z=0}^{\mathrm{E}\left(\frac{x-q_1^{(r)}\mu_{r'}}{q_1^{(r)}\mathrm{M}}\right)} \frac{1}{(\mathrm{M}z+\mu_{r'})^s} \sum_{p\equiv\mu_{r''}}^{p<\frac{x}{\mathrm{M}z+\mu_{r'}}} \frac{\log p}{p^s} +$$

(6)

$$\sum_{z=0}^{\mathrm{E}\left(\frac{x-q_2^{(r)}\mu_{r'}}{q_2^{(r)}\mathrm{M}}\right)} \frac{1}{(\mathrm{M}z+\mu_{r'})^s} \sum_{p^2\equiv\mu_{r''}}^{p^2<\frac{x}{\mathrm{M}z+\mu_{r'}}} \frac{\log p}{p^{2s}} + \sum_{z=0}^{\mathrm{E}\left(\frac{x-q_3^{(r)}\mu_{r'}}{q_3^{(r)}\mathrm{M}}\right)} \frac{1}{(\mathrm{M}z+\mu_{r'})^s} \sum_{p^3\equiv\mu_{r''}}^{p^3<\frac{x}{\mathrm{M}z+\mu_{r'}}} \frac{\log p}{p^{3s}} + \ldots \Bigg),$$

dove $q_i^{(r)}$ indica il più piccolo numero primo, la cui potenza i^{esima} è congruente a $\mu_{r''}$, rispetto al modulo M.

Se in (6) intendiamo pel carattere χ successivamente i caratteri $\chi_0, \chi_1, \ldots, \chi_{\varphi(\mathrm{M})-1}$, e poi moltiplichiamo le eguaglianze ottenute rispettivamente per

$$\frac{1}{\chi_0(\mu_r)}\ ,\ \frac{1}{\chi_1(\mu_r)}\ , \ldots ,\ \frac{1}{\chi_{\varphi(\mathrm{M})-1}(\mu_r)}\ ,$$

otteniamo, tenendo conto di note proprietà dei caratteri *),

$$\sum_{y=0}^{\mathrm{E}\left(\frac{x-\mu_r}{\mathrm{M}}\right)} \frac{\log(\mathrm{M}y+\mu_r)}{(\mathrm{M}y+\mu_r)^s} = \sum_{\mu_{r'}=\mu_0}^{\mu_{\varphi(\mathrm{M})-1}} \Bigg(\sum_{z=0}^{\mathrm{E}\left(\frac{x-q_1^{(r)}\mu_{r'}}{q_1^{(r)}\mathrm{M}}\right)} \frac{1}{(\mathrm{M}z+\mu_{r'})^s} \sum_{p\equiv\mu_{r''}}^{p<\frac{x}{\mathrm{M}z+\mu_{r'}}} \frac{\log p}{p^s} + \sum_{z=0}^{\mathrm{E}\left(\frac{x-q_2^{(r)}\mu_{r'}}{q_2^{(r)}\mathrm{M}}\right)} \frac{1}{(\mathrm{M}z+\mu_{r'})^s} \sum_{p^2\equiv\mu_{r''}}^{p^2<\frac{x}{\mathrm{M}z+\mu_{r'}}} \frac{\log p}{p^{2s}}$$

(7)

$$+ \sum_{z=0}^{\mathrm{E}\left(\frac{x-q_3^{(r)}\mu_{r'}}{q_3^{(r)}\mathrm{M}}\right)} \frac{1}{(\mathrm{M}z+\mu_{r'})^s} \sum_{p^3\equiv\mu_{r''}}^{p^3<\frac{x}{\mathrm{M}z+\mu_{r'}}} \frac{\log p}{p^{3s}} + \ldots \Bigg).$$

---

*) Torelli, l. c., pag. 81.

Se in questa si pone $s=0$ si deduce una formola, la quale, salvo le notazioni differenti, si trova nel lavoro di de Polignac, cui ho accennato in principio.

3. La formola (7) potrebbe condurci alla enumerazione dei numeri primi nella progressione aritmetica $\div \mu_r \cdot \mu_r + M \cdot \mu_r + 2M \cdot \ldots$ Ma ora, ad evitare la crescente complicazione dei simboli, continuo la esposizione del metodo nei casi particolari di $M=4$, ed $M=8$. Diamo in (7) ad M il valore 4, allora $\varphi(M)=2$, e le possibili determinazioni delle μ e delle q sono riassunte nel quadro seguente

$$\mu_r=1 \begin{cases} \mu_{r'}=1 \quad \mu_{r''}=1 \quad q^{(r)}_1=q^{(r)}_3=q^{(r)}_5=\ldots=5\,,\ q^{(r)}_2=q^{(r)}_4=q^{(r)}_6=\ldots=3\,, \\ \mu_{r'}=3 \quad \mu_{r''}=3 \quad q^{(r)}_1=q^{(r)}_3=q^{(r)}_5=\ldots=3\,, \end{cases}$$

$$\mu_r=3 \begin{cases} \mu_{r'}=1 \quad \mu_{r''}=3 \quad q^{(r)}_1=q^{(r)}_3=q^{(r)}_5=\ldots=3\,, \\ \mu_{r'}=3 \quad \mu_{r''}=1 \quad q^{(r)}_1=q^{(r)}_3=q^{(r)}_5=\ldots=5\,,\ q^{(r)}_2=q^{(r)}_4=q^{(r)}_6=\ldots=3\,; \end{cases}$$

le potenze pari di tutti i numeri primi dispari sono $\equiv 1$, mod. 4

non esistono numeri primi le cui potenze pari siano $\equiv 3$, mod. 4

e in conseguenza, posto per brevità

$$\sum_{p\equiv h}^{p<\frac{x}{4z+k}} \frac{\log p}{p^s} + \sum_{p\equiv h}^{p^3<\frac{x}{4z+k}} \frac{\log p}{p^{3s}} + \sum_{p\equiv h}^{p^5<\frac{x}{4z+k}} \frac{\log p}{p^{5s}} + \cdots = \mathbf{P}_1\left(4y+h\,,\ \frac{x}{4z+k}\right)$$

$$\sum_{p}^{p^2<\frac{x}{4z+k}} \frac{\log p}{p^{2s}} + \sum_{p}^{p^4<\frac{x}{4z+k}} \frac{\log p}{p^{4s}} + \sum_{p}^{p^6<\frac{x}{4z+k}} \frac{\log p}{p^{6s}} + \cdots = \mathbf{P}_2\left(\frac{x}{4z+k}\right);$$

la (7) ci dà

$$(8)\quad \begin{aligned} \sum_{y=1}^{E\left(\frac{x-1}{4}\right)} \frac{\log(4y+1)}{(4y+1)^s} &= \sum_{z=0}^{E\left(\frac{x-5}{20}\right)} \frac{1}{(4z+1)^s}\mathbf{P}_1\left(4y+1\,,\ \frac{x}{4z+1}\right) \\ &+ \sum_{z=0}^{E\left(\frac{x-3}{12}\right)} \frac{1}{(4z+1)^s}\mathbf{P}_2\left(\frac{x}{4z+1}\right) + \sum_{z=0}^{E\left(\frac{x-9}{12}\right)} \frac{1}{(4z+3)^s}\mathbf{P}_1\left((4y-1\,,\ \frac{x}{4z+3}\right) \end{aligned}$$

$$(9)\quad \begin{aligned} \sum_{y=1}^{E\left(\frac{x+1}{4}\right)} \frac{\log(4y-1)}{(4y-1)^s} &= \sum_{z=0}^{E\left(\frac{x-3}{12}\right)} \frac{1}{(4z+1)^s}\mathbf{P}_1\left(4y-1\,,\ \frac{x}{4z+1}\right) \\ &+ \sum_{z=0}^{E\left(\frac{x-15}{20}\right)} \frac{1}{(4z+3)^s}\mathbf{P}_1\left((4y+1\,,\ \frac{x}{4z+3}\right) + \sum_{z=0}^{E\left(\frac{x-9}{12}\right)} \frac{1}{(4z+3)^s}\mathbf{P}_2\left(\frac{x}{4z+3}\right). \end{aligned}$$

Consideriamo il sistema (8), $\left(\frac{9}{3}\right), \left(\frac{8}{5}\right), \left(\frac{9}{7}\right), \left(\frac{8}{9}\right), \left(\frac{9}{11}\right), \ldots$; moltiplichiamo queste equazioni ordinatamente per $\frac{\mu(1)}{1^s}, \frac{\mu(3)}{3^s}, \frac{\mu(5)}{5^s}, \frac{\mu(7)}{7^s}, \frac{\mu(9)}{9^s}, \frac{\mu(11)}{11^s}, \ldots$ e sommiamo; al secondo membro resterà soltanto $P_1(4y+1, x) + P_2(x)$; sostituendo a questi simboli le somme che essi rappresentano, e scrivendole al primo membro s'ottiene

$$(10) \quad \left(\sum_{p\equiv 1}^{p<x} \frac{\log p}{p^s} + \sum_{p\equiv 1}^{p^3<x} \frac{\log p}{p^{3s}} + \cdots\right) + \left(\sum_{p}^{p^2<x} \frac{\log p}{p^{2s}} + \sum_{p}^{p^4<x} \frac{\log p}{p^{4s}} + \cdots\right)$$

$$= \sum_{y=1}^{E\left(\frac{x-1}{4}\right)} \frac{\log(4y+1)}{(4y+1)^s} + \sum_{k=1}^{E\left(\frac{x-5}{20}\right)} \frac{\mu(4k+1)}{(4k+1)^s} \sum_{y=1}^{E\left(\frac{x-(4k+1)}{4(4k+1)}\right)} \frac{\log(4y+1)}{(4y+1)^s} + \sum_{k=1}^{E\left(\frac{x+3}{12}\right)} \frac{\mu(4k-1)}{(4k-1)^s} \sum_{y=1}^{E\left(\frac{x+(4k-1)}{4(4k-1)}\right)} \frac{\log(4y-1)}{(4y-1)^s}.$$

Operando analogamente sul sistema (9), $\left(\frac{8}{3}\right), \left(\frac{9}{5}\right), \left(\frac{8}{7}\right), \left(\frac{9}{9}\right), \left(\frac{8}{11}\right), \ldots$ si deduce

$$(11) \quad \sum_{p\equiv -1}^{p<x} \frac{\log p}{p^s} + \sum_{p\equiv -1}^{p^3<x} \frac{\log p}{p^{3s}} + \cdots =$$

$$\sum_{y=1}^{E\left(\frac{x+1}{4}\right)} \frac{\log(4y-1)}{(4y-1)^s} + \sum_{k=1}^{E\left(\frac{x-3}{12}\right)} \frac{\mu(4k+1)}{(4k+1)^s} \sum_{y=1}^{E\left(\frac{x+(4k+1)}{4(4k+1)}\right)} \frac{\log(4y-1)}{(4y-1)^s} + \sum_{k=1}^{E\left(\frac{x+5}{20}\right)} \frac{\mu(4k-1)}{(4k-1)^s} \sum_{y=1}^{E\left(\frac{x-(4k-1)}{4(4k-1)}\right)} \frac{\log(4y+1)}{(4y+1)^s}.$$

Moltiplichiamo ambo i membri di ciascuna di queste eguaglianze per ds e integriamo fra i limiti 0 ed ∞. I primi membri diventano rispettivamente

$$\left(\vartheta(4y+1, x) + \frac{1}{3}\vartheta(4y+1, x^{\frac{1}{3}}) + \cdots\right) + \left(\frac{1}{2}\left(\vartheta(x^{\frac{1}{2}}) - 1\right) + \frac{1}{4}\left(\vartheta(x^{\frac{1}{4}}) - 1\right) + \cdots\right),$$

$$\vartheta(4y-1, x) + \frac{1}{3}\vartheta(4y-1, x^{\frac{1}{3}}) + \frac{1}{5}\vartheta(4y-1, x^{\frac{1}{5}}) + \cdots$$

La prima di queste espressioni può trasformarsi in

$$\vartheta(4y+1, x) + \frac{1}{2}\vartheta(4y+1, x^{\frac{1}{2}}) + \frac{1}{3}\vartheta(4y+1, x^{\frac{1}{3}}) + \frac{1}{4}\vartheta(4y+1, x^{\frac{1}{4}}) + \cdots$$

$$+ \frac{1}{2}\left[\vartheta(4y-1, x^{\frac{1}{2}}) + \frac{1}{2}\vartheta(4y-1, x^{\frac{1}{4}}) + \frac{1}{3}\vartheta(4y-1, x^{\frac{1}{6}}) + \frac{1}{4}\vartheta(4y-1, x^{\frac{1}{8}}) + \cdots\right].$$

D'altra parte indichiamo per brevità con $\Phi(x)$, $\Psi(x)$ ciò che diventano i secondo membri, cioè poniamo

$$E\left(\frac{x-1}{4}\right)+\sum_{k=1}^{E\left(\frac{x-5}{20}\right)}\mu(4k+1)\sum_{y=1}^{E\left(\frac{x-(4k+1)}{4(4k+1)}\right)}\frac{\log(4y+1)}{\log(4k+1)+\log(4y+1)}+$$

$$\sum_{k=1}^{E\left(\frac{x+3}{12}\right)}\mu(4k-1)\sum_{y=1}^{E\left(\frac{x+(4k-1)}{4(4k-1)}\right)}\frac{\log(4y-1)}{\log(4k-1)+\log(4y-1)}=\Phi(x)\ ,$$

$$E\left(\frac{x+1}{4}\right)+\sum_{k=1}^{E\left(\frac{x-3}{12}\right)}\mu(4k+1)\sum_{y=1}^{E\left(\frac{x+(4k+1)}{4(4k+1)}\right)}\frac{\log(4y-1)}{\log(4k+1)+\log(4y-1)}+$$

$$\sum_{k=1}^{E\left(\frac{x+5}{20}\right)}\mu(4k-1)\sum_{y=1}^{E\left(\frac{x-(4k-1)}{4(4k-1)}\right)}\frac{\log(4y+1)}{\log(4k-1)+\log(4y+1)}=\Psi(x)\ .$$

Perciò abbiamo

$$(12)\qquad \vartheta(4y+1,x)+\frac{1}{2}\vartheta(4y+1,x^{\frac{1}{2}})+\frac{1}{3}\vartheta(4y+1,x^{\frac{1}{3}})+\cdots$$

$$+\frac{1}{2}\left[\vartheta(4y-1,x^{\frac{1}{2}})+\frac{1}{2}\vartheta(4y-1,x^{\frac{1}{4}})+\frac{1}{3}\vartheta(4y-1,x^{\frac{1}{6}})+\cdots\right]=\Phi(x)$$

$$(13)\qquad \vartheta(4y-1,x)+\frac{1}{3}\vartheta(4y-1,x^{\frac{1}{3}})+\frac{1}{5}\vartheta(4y-1,x^{\frac{1}{5}})+\cdots=\Psi(x)\ .$$

Dal sistema (12), $(12^{\frac{1}{2}})$, $(12^{\frac{1}{3}})$, $(12^{\frac{1}{4}})$, ..., e dall'altro sistema (13), $(13^{\frac{1}{3}})$, $(13^{\frac{1}{5}})$, $(13^{\frac{1}{7}})$, ... otteniamo rispettivamente

$$(14)\qquad \vartheta(4y+1,x)+\frac{1}{2}\vartheta(4y-1,x^{\frac{1}{2}})=\Phi(x)+\frac{\mu(2)}{2}\Phi(x^{\frac{1}{2}})+\frac{\mu(3)}{3}\Phi(x^{\frac{1}{3}})+\cdots$$

$$(15)\qquad \vartheta(4y-1,x)=\Psi(x)+\frac{\mu(3)}{3}\Psi(x^{\frac{1}{3}})+\frac{\mu(5)}{5}\Psi(x^{\frac{1}{5}})+\cdots\ .$$

Calcolando per mezzo di (15) il termine $\frac{1}{2}\vartheta(4y-1,x^{\frac{1}{2}})$ che comparisce nel primo membro di (14) e passandone il valore al secondo membro,

la (14) fornisce

$$(16)\qquad \vartheta(4y+1\,,x)=\Phi(x)+\frac{\mu(2)}{2}\Phi(x^{\frac{1}{2}})+\frac{\mu(3)}{3}\Phi(x^{\frac{1}{3}})+\dots$$

$$-\frac{1}{2}\left[\Psi(x^{\frac{1}{2}})+\frac{\mu(3)}{3}\Psi(x^{\frac{1}{6}})+\frac{\mu(5)}{5}\Psi(x^{\frac{1}{10}})+\dots\right].$$

Le (15) e le (16) sono le formole, cui mi proponeva di arrivare corrispondentemente alle due forme lineari $4y+1\,,4y-1$.

Esempio:

$$\vartheta(4y-1\,,150)=\Psi(150)-\frac{1}{3}\Psi(\sqrt[3]{150})$$

$$\Psi(150)=18+\frac{1}{3}\quad,\quad\Psi(\sqrt[3]{150})=1\;;$$

quindi

$$\vartheta(4y-1\,,150)=18\;;$$

$$\vartheta(4y+1\,,150)=\Phi(150)-\frac{1}{2}\Phi(\sqrt{150})-\frac{1}{3}\Phi(\sqrt[3]{150})-\frac{1}{2}\Psi(\sqrt{150})$$

$$\Phi(150)=18+\frac{7}{12}\,,\Phi(\sqrt{150})=\frac{3}{2}\,,\Phi(\sqrt[3]{150})=1\,,\Psi(\sqrt{150})=3\;;$$

quindi

$$\vartheta(4y+1,\ 150)=16\,.$$

I valori trovati coincidono con quelli che s'ottengono mediante la enumerazione sopra una tavola di numeri primi.

Si può ottenere ora una formola che rappresenta l'eccesso della totalità dei numeri primi non superiori ad x della forma $4y-1$ sulla totalità di quelli della forma $4y+1$. Sottraendo (12) da (13) si ha

$$\vartheta(4y-1,x)-\vartheta(4y+1,x)+\frac{1}{2}\left[\vartheta(4y-1,x^{\frac{1}{2}})-\vartheta(4y+1,x^{\frac{1}{2}})\right]+\frac{1}{3}\left[\vartheta(4y-1,x^{\frac{1}{3}})-\vartheta(4y+1,x^{\frac{1}{3}})\right]+\dots$$

$$-\left[\vartheta(4y-1,x^{\frac{1}{2}})+\frac{1}{2}\vartheta(4y-1,x^{\frac{1}{4}})+\frac{1}{3}\vartheta(4y-1,x^{\frac{1}{6}})+\dots\right]=\Psi(x)-\Phi(x)=\Omega(x)\,.$$

Dai valori di $\Psi(x)$ e $\Phi(x)$ più sopra segnati si ricava la seguente rappresentazione della differenza $\Omega(x)$

$$\Omega(x)=\sum_{k=0}^{E\left(\frac{x-3}{6}\right)}\ \sum_{y=1}^{E\left(\frac{x-(2k+1)}{2(2k+1)}\right)}\frac{(-1)^{k+y+1}\mu(2k+1)\log(2y+1)}{\log(2k+1)+\log(2y+1)}\,,$$

e tenendo conto di (15) si ricava infine

$$\vartheta(4y-1,x)-\vartheta(4y+1,x)=\Psi(x^{\frac{1}{2}})+\frac{\mu(3)}{3}\Psi(x^{\frac{1}{6}})+\frac{\mu(5)}{5}\Psi(x^{\frac{1}{10}})+\dots$$

$$+\Omega(x)+\frac{\mu(2)}{2}\Omega(x^{\frac{1}{2}})+\frac{\mu(3)}{3}\Omega(x^{\frac{1}{3}})+\dots.$$

Esempio:

$$\vartheta(4y-1\,,150)-\vartheta(4y+1\,,150)=\Psi(\sqrt{150})+\Omega(150)-\frac{1}{2}\Omega(\sqrt{150})-\frac{1}{3}\Omega(\sqrt[3]{150})\,,$$

$$\Psi(\sqrt{150})=3\ ,\ \Omega(150)=-\frac{1}{4}\ ,\ \Omega(\sqrt{150})=\frac{3}{2}\ ,\ \Omega(\sqrt[3]{150})=0:$$

quindi

$$\vartheta(4y-1\,,150)-\vartheta(4y+1\,,150)=2\,.$$

4. Se in (7) poniamo $M=8$, e procediamo tal quale come nel paragrafo precedente, arriviamo ai seguenti risultati:

Posto

$$E\left(\frac{x-1}{8}\right)+\sum_{k=1}^{E\left(\frac{x-9}{72}\right)}\mu(8k+1)\sum_{y=1}^{E\left(\frac{x-(8k+1)}{8(8k+1)}\right)}\frac{\log(8y+1)}{\log(8k+1)+\log(8y+1)}$$

$$+\sum_{k=1}^{E\left(\frac{x+15}{24}\right)}\mu(8k-5)\sum_{y=1}^{E\left(\frac{x+5(8k-5)}{8(8k-5)}\right)}\frac{\log(8y-5)}{\log(8k-5)+\log(8y-5)}$$

$$+\sum_{k=1}^{E\left(\frac{x+15}{40}\right)}\mu(8k-3)\sum_{y=1}^{E\left(\frac{x+3(8k-3)}{8(8k-3)}\right)}\frac{\log(8y-3)}{\log(8k-3)+\log(8y-3)}$$

$$+\sum_{k=1}^{E\left(\frac{x+7}{56}\right)}\mu(8k-1)\sum_{y=1}^{E\left(\frac{x+(8k-1)}{8(8k-1)}\right)}\frac{\log(8y-1)}{\log(8k-1)+\log(8y-1)}=\Phi_1(x)$$

$$\mathrm{E}\left(\frac{x+5}{8}\right)+\sum_{k=1}^{\mathrm{E}\left(\frac{x-3}{24}\right)}\mu(8k+1)\sum_{y=1}^{\mathrm{E}\left(\frac{x+5(8k+1)}{8(8k+1)}\right)}\frac{\log(8y-5)}{\log(8k+1)+\log(8y-5)}$$

$$+\sum_{k=1}^{\mathrm{E}\left(\frac{x+45}{72}\right)}\mu(8k-5)\sum_{y=1}^{\mathrm{E}\left(\frac{x-(8k-5)}{8(8k-5)}\right)}\frac{\log(8y+1)}{\log(8k-5)+\log(8y+1)}$$

$$+\sum_{k=1}^{\mathrm{E}\left(\frac{x+21}{56}\right)}\mu(8k-3)\sum_{y=1}^{\mathrm{E}\left(\frac{x+(8k-3)}{8(8k-3)}\right)}\frac{\log(8y-1)}{\log(8k-3)+\log(8y-1)}$$

$$+\sum_{k=1}^{\mathrm{E}\left(\frac{x+5}{40}\right)}\mu(8k-1)\sum_{y=1}^{\mathrm{E}\left(\frac{x+3(8k-1)}{8(8k-1)}\right)}\frac{\log(8y-3)}{\log(8k-1)+\log(8y-3)}=\Phi_3(x)$$

$$\mathrm{E}\left(\frac{x+3}{8}\right)+\sum_{k=1}^{\mathrm{E}\left(\frac{x-5}{40}\right)}\mu(8k+1)\sum_{y=1}^{\mathrm{E}\left(\frac{x+3(8k+1)}{8(8k+1)}\right)}\frac{\log(8y-3)}{\log(8k+1)+\log(8y-3)}$$

$$+\sum_{k=1}^{\mathrm{E}\left(\frac{x+35}{56}\right)}\mu(8k-5)\sum_{y=1}^{\mathrm{E}\left(\frac{x+(8k-5)}{8(8k-5)}\right)}\frac{\log(8y-1)}{\log(8k-5)+\log(8y-1)}$$

$$+\sum_{k=1}^{\mathrm{E}\left(\frac{x+27}{72}\right)}\mu(8k-3)\sum_{y=1}^{\mathrm{E}\left(\frac{x-(8k-3)}{8(8k-3)}\right)}\frac{\log(8y+1)}{\log(8k-3)+\log(8y+1)}$$

$$+\sum_{k=1}^{\mathrm{E}\left(\frac{x+3}{24}\right)}\mu(8k-1)\sum_{y=1}^{\mathrm{E}\left(\frac{x+5(8k-1)}{8(8k-1)}\right)}\frac{\log(8y-5)}{\log(8k-1)+\log(8y-5)}=\Phi_5(x)$$

$$E\left(\frac{x+1}{8}\right)+\sum_{k=1}^{E\left(\frac{x-7}{56}\right)}\mu(8k+1)\sum_{y=1}^{E\left(\frac{x+(8k+1)}{8(8k+1)}\right)}\frac{\log(8y-1)}{\log(8k+1)+\log(8y-1)}$$

$$+\sum_{k=1}^{E\left(\frac{x+25}{40}\right)}\mu(8k-5)\sum_{y=1}^{E\left(\frac{x+3(8k-5)}{8(8k-5)}\right)}\frac{\log(8y-3)}{\log(8k-5)+\log(8y-3)}$$

$$+\sum_{k=1}^{E\left(\frac{x+9}{24}\right)}\mu(8k-3)\sum_{y=1}^{E\left(\frac{x+5(8k-3)}{8(8k-3)}\right)}\frac{\log(8y-5)}{\log(8k-3)+\log(8y-5)}$$

$$+\sum_{k=1}^{E\left(\frac{x+9}{72}\right)}\mu(8k-1)\sum_{y=1}^{E\left(\frac{x+(8k-1)}{8(8k-1)}\right)}\frac{\log(8y+1)}{\log(8k-1)+\log(8y+1)}=\Phi_7(x),$$

si traggono

$$\vartheta(8y-1\,,x)=\Phi_7(x)+\frac{\mu(3)}{3}\Phi_7(x^{\frac{1}{3}})+\frac{\mu(5)}{5}\Phi_7(x^{\frac{1}{5}})+\cdots$$

$$\vartheta(8y-3\,,x)=\Phi_5(x)+\frac{\mu(3)}{3}\Phi_5(x^{\frac{1}{3}})+\frac{\mu(5)}{5}\Phi_5(x^{\frac{1}{5}})+\cdots$$

$$\vartheta(8y+3\,,x)=\Phi_3(x)+\frac{\mu(3)}{3}\Phi_3(x^{\frac{1}{3}})+\frac{\mu(5)}{5}\Phi_3(x^{\frac{1}{5}})+\cdots$$

$$\vartheta(8y+1\,,x)=\Phi_1(x)+\frac{\mu(2)}{2}\Phi_1(x^{\frac{1}{2}})+\frac{\mu(3)}{3}\Phi_1(x^{\frac{1}{3}})+\cdots$$

$$-\frac{1}{2}\left[\Phi_3(x^{\frac{1}{2}})+\frac{\mu(3)}{3}\Phi_3(x^{\frac{1}{6}})+\frac{\mu(5)}{5}\Phi_3(x^{\frac{1}{10}})+\cdots\right]$$

$$-\frac{1}{2}\left[\Phi_5(x^{\frac{1}{2}})+\frac{\mu(3)}{3}\Phi_5(x^{\frac{1}{6}})+\frac{\mu(5)}{5}\Phi_5(x^{\frac{1}{10}})+\cdots\right]$$

$$-\frac{1}{2}\left[\Phi_7(x^{\frac{1}{2}})+\frac{\mu(3)}{3}\Phi_7(x^{\frac{1}{6}})+\frac{\mu(5)}{5}\Phi_7(x^{\frac{1}{10}})+\cdots\right].$$

Esempio:

$$\vartheta(8y-1,\,200)=\Phi_7(200)=12$$

$$\vartheta(8y-3,\,200)=\Phi_5(200)-\frac{1}{3}\,\Phi_5(\sqrt[3]{200})=13+\frac{1}{3}-\frac{1}{3}=13$$

$$\vartheta(8y+3,\,200)=\Phi_3(200)-\frac{1}{3}\,\Phi_3(\sqrt[3]{200})=12+\frac{1}{3}-\frac{1}{3}=12$$

$$\vartheta(8y+1,\,200)=\Phi_1(200)-\frac{1}{2}\,\Phi_1(\sqrt{200})$$

$$-\frac{1}{2}\left[\Phi_3(\sqrt{200})+\Phi_5(\sqrt{200})+\Phi_7(\sqrt{200})\right]$$

$$=10+\frac{3}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\,(2+2+1)=8\,,$$

i quali valori s'accordano con quelli dedotti mediante la enumerrzione sulle tavole di numeri primi.

Sulla presenza del Bismuto nelle piriti di Agordo; *Nota del socio* **Arnaldo Piutti** *e del dott.* **Ermenegildo Stoppani.**

(Adunanza del dì 19 Novembre 1904)

Tre anni fa, sottoponendo all'analisi il residuo insolubile nell'acido solforico diluito e caldo del cemento di rame, ottenuto dalle piriti cuprifere della Miniera di Agordo, uno di noi, vi riscontrò il Bismuto in quantità abbastanza notevole.

Infatti un'analisi completa di tale residuo, eseguita in questo Istituto, dal Dott. Pappadà, confermò la presenza di tale elemento nella proporzione del 11,45 %.

Non essendosi ancora nelle piriti di Agordo, riscontrato il Bismuto [1]),

---

[1]) In Italia, per quanto mi risulta, il Bismuto non venne finora segnalato che nelle piriti di Boccheggiano. Sei analisi, eseguite nel laboratorio di *Fresenius*, diedero rispettivamente le percentuali di 0,245 — 0,310 — 0,210 — 0,130 — 0,110 — 0,129 di Bismuto (V. Rassegna Mineraria, Vol. VI, pag. 132 [1897]). Recentemente, secondo una comunicazione fattami dall'Ing. E. Mattirolo, del R. Corpo delle miniere, nella stessa località si rinvenne un minerale solforato di Bismuto. È noto del resto che la bismutina si accompagna alla pirite e calcopirite in diverse località, come per es. a Riddarhytta ed in altre parti della Svezia (*Miller Mineralogy*, London, 1852, p. 174), nella Contea di Rowau, Carolina del Sud (*E. S. Dana. The sistem of Mineralogy. New York, 1892, p. 28*). Alcuni anni fa, a S. Denis, si estraeva appunto il Bismuto da un minerale pro-

data la relativa scarsezza di questo elemento ed il suo valore commerciale (L. 25 al Kgr.), era prezzo dell'opera di indagarne la provenienza nel residuo analizzato, poichè adoperandosi nella precipitazione del cemento di rame, ritagli di ferro stagnato o ghisa di diverse provenienze poteva nascere il dubbio, che come avveniva per lo stagno, anche il Bismuto potesse esservi introdotto casualmente.

Abbiamo perciò voluto studiare da vicino l'argomento seguendo analiticamente le varie fasi con cui dalla pirite si arriva a quel residuo contenente il Bismuto ed in questa Nota abbiamo l'onore di riferire all'Accademia, con molta brevità, i risultati ottenuti.

Analisi della pirite originale.

Anzitutto sottoponemmo a minuto esame un campione di pirite prelevato colle solite norme da una grande massa di minerale estratto di fresco dalla miniera e vi trovammo traccie non dubbie di Bismuto.

La composizione quantitativa di questa pirite non separata dalla ganga, era la seguente:

Solfo	45,55
Ferro	38,10
Rame	1,55
Zinco	2,60
Arsenico	1,17
Selenio	0,90
Piombo	0,45
Bismuto	*traccie*
Antimonio	»
Silice	8,80
Sodio	*traccie*
Potassio	»
Alluminio	»
Calcio	»
	99,12

---

veniente dalla Bolivia, risultante da solfuro di Bismuto associato coi solfuri di Rame e Ferro. (R. Jagnaux. Traité de Minéralogie. Paris, 1885).

Hintze però nel suo importante *Handbuch d. Min. I Bd. Leipzig, 1900, pag. 721*, non fa alcun cenno della presenza del Bismuto nelle piriti e nelle XXXVII analisi da lui riportate a pag. 768 (loc. cit.) non figura fra i componenti il Bismuto. A. P.

La pirite precedente sottoposta all'arrostimento fornì un prodotto che, liscivato con acido solforico diluito, dette nella precipitazione con ritagli di latta e ferro, scevri da Bismuto, un *rame di cementazione* della seguente composizione centesimale:

Rame	74,80	
Stagno (proveniente dalla latta)	3,36	
Ferro	2,96	
Arsenico	1,77	
Bismuto	*0,34*	
Piombo	0,20	
Antimonio	0,14	
Alluminio	16,43	(per differenza)
Calcio		
Silice		
Grafite		
Selenio		
	100,00	

Il *cemento* così ottenuto, ossidato in apposito forno e successivamente trattato con acido solforico diluito e caldo, lasciò un *residuo insolubile* che, ripetutamente lavato con acqua bollente e seccato a 100°, diede nell'analisi i seguenti risultati:

Stagno	22,60	
Ferro	10,46	
Piombo	4,62	
Bismuto	*2,14*	
Antimonio	0,86	
Arsenico	0,21	
Rame	0,17	
Selenio	58,94	(per differenza)
Silice		
Alluminio		
Calcio		
Potassio		
Sodio		
Grafite		
	100,00	

Questo *residuo* debitamente mescolato con carbone e ridotto nel forno in crogiuoli di argilla, fornì il 36,5 % di una lega dal colore di stagno, poco ossidabile all'aria, avente la densità di 5,59—5,62 (D.r Magli) e che presenta all'analisi la seguente composizione centesimale:

Stagno	74,30	
Piombo	14,15	
Bismuto	*7,03*	
Rame	1,65	
Ferro	1,04	
Antimonio	0,65	
Arsenico	0,21	
Selenio	0,97	(per differenza)
Silice		
Grafite		
	100,00	

Come si vede dall'analisi sopra riportata, il Bismuto, che nella pirite originale è contenuto solamente in piccola quantità, si concentra nei residui dell'arrostimento e viene poi disciolto dall'acido solforico insieme agli altri metalli, coi quali precipita nel trattamento colla latta o col ferro.

Nella successiva forte ossidazione del cemento di rame così ottenuto (il quale serve alla preparazione del solfato per usi agricoli) il Bismuto si trasforma probabilmente in un composto basico, insolubile nell'acido solforico diluito e caldo e raggiunge poscia nella lega, ottenuta colla riduzione mediante il carbone, una percentuale abbastanza notevole (7,03 %), tale da aumentarne discretamente il valore.

Tale lega può essere direttamente (e lo è di fatto in qualche fabbrica tedesca) adoperata onde ottenere per fusione oggetti di vario genere, ma potrebbe servire anche come materia prima per ricavare il Bismuto per usi terapeutici, sebbene non ci sia ancora riuscito di trovare un metodo rapido ed economico per raggiungere questo intento.

R. Università di Napoli. Istituto di Chimica farmaceutica.
Novembre 1904.

Osservazioni sui punti uniti di una trasformazione quadratica fra due piani sovrapposti; *Nota del socio ordinario* **P. del Pezzo.**

(Adunanza del dì 10 Dicembre 1904)

1. I punti uniti di una trasformazione quadratica T, fra due piani sovrapposti, le cui formole sieno:

$$\begin{aligned} y_1 : y_2 : y_3 &= x_2x_3 : x_3x_1 : x_1x_2 , \\ x_1 : x_2 : x_3 &= y_2y_3 : y_3y_1 : y_1y_2 , \end{aligned} \tag{1}$$

dove le x sono coordinate omogenee proiettive dei punti del piano e le y sono trinomi omogenei nelle x, sono quattro e comuni alle tre coniche

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= y_2x_2 - y_3x_3 = 0 , \\ \alpha_2 &= y_3x_3 - y_1x_1 = 0 , \\ \alpha_3 &= y_1x_1 - y_2x_2 = 0 , \end{aligned} \tag{2}$$

le quali appartengono ad un fascio, poichè

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0 . \tag{3}$$

2. Se uno dei punti fondamentali A_3 coincide con l'omologo A'_3, mentre le rette $y_1 = 0$ e $y_2 = 0$ coincidono rispettivamente con $x_2 = 0$ ed $x_1 = 0$, si ha $y_1 = h_2x_2$, $y_2 = h_1x_1$ e quindi le (2) diventano

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= h_1x_1x_2 - y_3x_3 = 0 , \\ \alpha_2 &= h_2x_1x_2 - y_3x_3 = 0 , \\ \alpha_3 &= (h_1 - h_2)x_1x_2 = 0 . \end{aligned}$$

I punti uniti cadono allora nei residui quattro punti fondamentali e sono uniti nel senso che coincidono con uno degli infiniti loro corrispondenti.

3. Quando ogni raggio del fascio A_3 coincide col corrispondente, cioè $h_1 = h_2 = 1$, la conica $\alpha_3 = 0$ è indeterminata mentre le altre due coincidono nella

$$\alpha = x_1x_2 - y_3x_3 = 0 , \tag{4}$$

la quale nasce dalle due coppie di fasci proiettivi di vertici A_1, A'_1 ed A_2, A'_2. Tutti i punti della α sono uniti per la T.

Posto

$$y_3 = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 , \tag{5}$$

e calcolando il discriminante della (4) si trova che quando

$$c_3 + c_1 c_2 = 0 \qquad (6)$$

la conica α si spezza in due rette.

4. Reciprocamente suppongasi che una trasformazione quadratica T fra due piani sovrapposti abbia una conica α di punti uniti.

Esista nel primo piano un punto fondamentale A_3 non giacente su α. Una retta r uscente da A_3 taglia α in due punti R_1 ed R_2 e la corrispondente ad r deve passare per R_1 ed R_2, cioè coincide con r. Il punto A_3 quindi è centro di un fascio di rette che coincidono con le corrispondenti. Il punto A'_3 coincide con A_3. Sulla r i punti corrispondenti costituiscono una proiettività, in generale non involutoria, per la quale sono uniti R_1 ed R_2.

I due punti M ed N′ omologhi di A'_3 e di A_3 in questa proiettività, al rotare di r intorno ad A_3 descrivono le due rette m ed n' fondamentali ed omologhe ad A'_3 ed A_3. Sieno A_1, A_2 i punti in cui m incontra α. Ad A_1 corrisponde sè stesso ed A_3 e quindi l'intera retta A_1A_3, dunque A'_2 giace su $A_1A_3 \equiv A'_2A'_3$. Similmente A_2 è punto fondamentale ed A'_1 giace su $A_2A_3 \equiv A'_1A'_3$. Da analogo ragionamento risulta che i due punti d'incontro di n' con α sono fondamentali nel secondo piano e sono A'_1 ed A'_2. Riassumendo, indicati con A_1, A_2, A'_1, A'_2 gli incontri di m ed n' rispettivamente con α, questi sono punti fondamentali nei rispettivi piani e le rette $A_1A_2', A_2A'_1$ concorrono in A_3.

Suppongasi ora che esista nel primo piano un punto fondamentale A_1 giacente su α. La retta $A'_2A'_3$ omologa ad A_1 passa per A_1 che è unito. Il punto d'incontro di $A'_2A'_3$ con α, pensato come appartenente al secondo piano corrisponde a sè stesso e ad A_1, cioè all'intera retta $A'_2A'_3$, dunque è fondamentale. Sia A'_2. I punti A_3 ed A'_3 stanno su $A_1A'_2$. Sia n' la retta fondamentale omologa ad A_3. Essa passa per A'_2 ed incontra α in un punto che corrisponde a sè stesso e ad A_3, cioè è fondamentale: e sia A'_1. Similmente il punto d'incontro della retta m, omologa di A'_3, con α è A_2. La retta A_2A_3 omologa ad A'_1 deve passare per A'_1 perchè A'_1 è unito; la retta $A'_1A'_3$ corrispondente ad A_2 deve passare per A_2, perchè A_2 è unito. Dunque A_3 ed A'_3 giacciono su A'_1A_2. Perciò coincidono nell'incontro di $A_1A'_2, A_2A'_1$.

Si ritrova così la stessa disposizione dei punti fondamentali dianzi esaminata.

Quando la conica α si spezza in due rette valgono gli stessi ragionamenti.

Se del punto M si vuol costruire il corrispondente M′, si determinino gli incontri H e K di A_1M ed A_2M con α ed il punto $A'_1H \,.\, A'_2K$ sarà M′. I punti M ed M′ sono allineati con A_3 per l'esagono di Pascal $A_1A'_2KA_2A'_1H$.

5. Può una trasformazione quadratica fra piani sovrapposti a punti fondamentali distinti possedere una retta di punti uniti?

Suppongasi che la T possegga una retta u di punti uniti. Sieno A_1, A_2, A'_1, A'_2 punti fondamentali. Si congiunga un punto qualunque M del primo piano con A_1 ed A_2, ed i punti $A_1M.u \equiv P$, $A_2M.u \equiv Q$ con A'_1 ed A'_2 rispettivamente. Il punto $A'_1P.A'_2Q \equiv M'$ è il corrispondente di M, e la T è determinata.

Se M giace su A_1A_2, i punti P e Q cadono in $A_1A_2.u = A'_3$, che corrisponde per la costruzione ad ogni punto di A_1A_2 ed è quindi il terzo punto fondamentale del secondo piano. Similmente il terzo del primo piano è $A'_1A'_2.u \equiv A_3$.

Pongasi $A_1A'_1.A_2A'_2 \equiv O_3$, $A_1A'_1.u \equiv O_1$, $A_2A'_2.u \equiv O_2$. Per la costruzione il punto O_3 è anche unito. Sicchè la trasformazione è dotata, oltre la retta di punti uniti, anche di un punto unito isolato O_3.

Le coniche α_1, α_2, si spezzano nella retta u e nelle rispettive rette $A_1A'_1, A_2A'_2$.

Posto $R \equiv A_2A_3.A'_1A'_3$, $S \equiv A_1A_3.A'_2A'_3$, la conica α_3 si spezza in u e nella retta RS, la quale è l'asse di prospettiva dei due fasci di raggi prospettivi aventi i centri in A_3 ed A'_3 e passa quindi per O_3.

6. Sieno $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$, $y_1 = 0$, $y_2 = 0$, $y_3 = 0$, $z_1 = 0$, $z_2 = 0$, $z_3 = 0$ le rispettive equazioni delle rette $A_2A_3, A_3A_1, A_1A_2, A'_2A'_3, A'_3A'_1, A'_1A'_2, O_2O_3, O_3O_1, O_1O_2$. Tenendo conto di quelle che concorrono in A, e di quelle che concorrono in A'_3 si può scrivere:

$$x_1 = a_1z_1 + a_2z_2 + k_1z_3 = 0, \qquad y_1 = b_1z_1 + b_2z_2 + h_1z_3 = 0,$$
$$x_2 = a_1z_1 + a_2z_2 + k_2z_3 = 0, \qquad y_2 = b_1z_1 + b_2z_2 + h_2z_3 = 0,$$
$$y_3 = a_1z_1 + a_2z_2 + h_3z_3 = 0, \qquad x_3 = b_1z_1 + b_2z_2 + k_3z_3 = 0.$$

Tenendo conto delle tre rette che concorrono in A_1, in A_2, in A'_1, in A'_2 rispettivamente si ricavano tra i coefficienti delle sopra scritte equazioni le relazioni

$$a_1k_3 - b_1k_2 = 0\ ,\ a_2k_3 - b_2k_1 = 0\ ,\ a_1h_2 - b_1h_3 = 0\ ;\ a_2h_1 - b_2h_3 = 0,$$

dalle quali le altre

$$h_1k_1 = h_2k_2 = h_3k_3.$$

Posto

$$h_1 : k_2 = h_2 : k_1 = c,$$

le coordinate dei punti R ed S sono

$$z_1 = a_2c - b_2\ ,\ z_2 = -a_1c + b_1\ ,\ z_3 = (a_1b_2 - a_2b_1) : k_1$$

e

$$z_1 = a_2c - b_2\ ,\ z_2 = -a_1c + b_1\ ,\ z_3 = (a_1b_2 - a_2b_1) : k_2\ ,$$

le quali mostrano che R ed S sono allineate con O_3. L'equazione della retta RS è

$$(a_1c - b_1)z_1 + (a_2c - b_2)z_2 = 0 .$$

Calcolando le equazioni delle coniche $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ si trova:

$$\alpha_1 = z_2z_3 = 0 \ , \ \alpha_2 = z_1z_3 = 0 \ , \ \alpha_3 = z_3 \{(a_1c - b_1)z_1 + (a_2c - b_2)z_1\} = 0 .$$

7. Le formole della trasformazione quadratica fra due piani sovrapposti, quando A_2 ed A_3, e quindi A'_2 ed A'_3, coincidono, sono:

$$\begin{aligned} x_1 : x_2 : x_3 &= y_3^2 : y_1y_2 : y_1y_3 ; \\ y_1 : y_2 : y_3 &= x_3^2 : x_1x_2 : x_1x_3 . \end{aligned} \tag{7}$$

I quattro punti uniti stanno nelle intersezioni delle due coniche

$$\alpha_1 = x_2y_3 - x_3y_2 = 0 ;$$
$$\alpha_2 = x_1y_1 - x_3y_3 = 0 .$$

8. Suppongasi che A_1 coincida con A'_1 e la retta A_1A_2 con la $A'_1A'_2$, e facciasi in conseguenza $y_3 = x_3$. Scrivasi anche $y_2 = x_2$, per modo che ad ogni raggio uscente da A_1 corrisponda sè stesso.

Ne risulta α_1 indeterminata, e

$$\alpha_2 = x_3^2 - x_1y_1 = 0$$

conica di punti uniti. Si ottiene così un ovvio caso particolare della trasformazione studiata ai n.i 3 e 4.

9. Se anche $x_1 = y_1$, cioè A_2 coincide con A'_2, si ha

$$\alpha_2 = x_1^2 - x_3^2 = 0 .$$

e la conica dei punti uniti si riduce ad una coppia di rette uscenti da A_2 e si ottiene un noto caso particolare della involuzione di Hirst.

10. Vogliasi che la retta $A_1A'_1 \equiv u$ sia di punti uniti. Per determinare la trasformazione bisogna assegnare due rette m, m' corrispondenti dei due fasci A_1 ed A'_1, per assegnare la proiettività tra i due fasci A_1 ed A'_1 mediante le terne corrispondenti $A_1A'_1, A_1A'_2, m$; $A'_1A_1, A_1'A'_2, m'$. Di un punto N si costruisce il corrispondente N', cercando il raggio A'_1N' corrispondente ad A_1N, congiungendo $A_2N \cdot A_1A'_1$ con A'_2. Questa retta e la A'_1N' individuano N'.

I due fasci A_1 ed A'_1 sono prospettivi, poichè $A_1A'_1$ corrisponde a sè stessa, e l'asse di prospettiva s passa pei punti $A_1A_2 \cdot A'_1A'_2 \equiv K$, $mm' \equiv H$. Dati i punti fondamentali ed s è definita la trasformazione.

Il punto $O \equiv s \cdot A_2A'_2$ è punto unito isolato.

Sia $x_2 = y_2 = 0$ l'equazione di u. Pongasi

$$y_3 = a_1x_1 + a_2x_2 = 0 \quad , \quad y_1 = b_2x_2 + b_3x_3 = 0 \, .$$

I fasci di raggi

$$x_1 + \lambda x_3 = 0 \quad , \quad y_3 + \lambda y_1 = 0 \, ,$$

sono prospettivi con l'asse u. Dunque dalla conica

$$\alpha_2 = x_1y_1 - x_3y_3 = 0$$

si deve staccare la retta $x_2 = 0$, ciò che dà $a_1 = b_3$, ed

$$\alpha_2 = x_2(b_2x_1 - a_2x_3) = 0 \, ,$$

dove

$$b_2x_1 - a_2x_3 = 0$$

è l'equazione della retta $A_2A'_2$.

Similmente si trova

$$\alpha_1 = x_2(a_1x_1 + a_2x_2 - x_3) = 0 \, ,$$

dove

$$a_1x_1 + a_2x_2 - x_3 = 0$$

è l'equazione della retta s.

11. Dalla precedente trasformazione si ottiene un caso particolare quando A_2 coincide con A'_2. Posto $y_1 = x_3$, $y_3 = x_1$, si ricavano le formole

$$x_1 : x_2 : x_3 = x_1^2 : x_2x_3 : x_1x_3$$

e l'inverse (8)

$$x_1 : x_2 : x_3 = x_1x_3 : x_1x_2 : x_3^2$$

La conica α_2 è indeterminata ed

$$\alpha_1 = x_2(x_1 - x_3) = 0 \, .$$

Sono uniti i punti delle due rette $x_2 = 0$, $x_1 - x_3 = 0$.

12. Quando i tre punti fondamentali del primo piano coincidono in A_3, e per conseguenza quelli del secondo coincidono in A'_3, le formole della trasformazione sono

$$\begin{aligned} y_1 : y_2 : y_3 &= x_1^2 : x_1x_2 : x_1x_3 - cx_2^2 \, , \\ x_1 : x_2 : x_3 &= y_1^2 : y_1y_2 : y_1y_3 + cy_2^2 \, . \end{aligned} \qquad (9)$$

I punti uniti stanno sulla conica

$$\alpha_3 = x_1 y_2 - x_2 y_1 = 0 \,, \tag{10}$$

generata dai fasci di raggi proiettivi uscenti da A_3 ed A'_3, e sulle due curve di terz'ordine

$$\begin{aligned} \beta_1 &= y_2(x_1 x_3 - c x_2^2) - y_3 x_1 x_2 = 0 \,, \\ \beta_2 &= y_1(x_1 x_3 - c x_2^2) - y_3 x_1^2 \;\; = 0 \,, \end{aligned} \tag{11}$$

rispettivamente *associate* ai punti A'_1 ed A'_2.

13. Se i fasci di raggi A_3 ed A'_3 sono prospettivi, scelgasi per retta $x_2 = 0$ ed $y_2 = 0$ la $A_3 A'_3$ e pongasi inoltre $y_3 = x_1$, $y_1 = x_3$. Ne risulta

$$\begin{aligned} \alpha_3 &= x_2(x_1 - x_3) = 0 \,, \\ \beta_1 &= x_2 \{ x_1(x_1 - x_3) + c x_2^2 \} = 0 \,, \\ \beta_2 &= x_1(x_1 + x_3)(x_1 - x_3) + c x_3 x_2^2 = 0 \,. \end{aligned}$$

I punti della retta $x_2 = 0$ si corrispondono involutoriamente coi due punti doppi $(1, 0, 1)$, $(1, 0, -1)$. Il punto $(1, 0, 1)$ conta per tre fra le intersezioni di $\alpha_3, \beta_1, \beta_2$ ed il punto $(1, 0, -1)$ conta per uno. Sicchè tre dei punti uniti cadono in $(1, 0, 1)$ ed il quarto in $(1, 0, -1)$.

14. Suppongasi ora che A_3 ed A'_3 coincidano ed ivi le coniche dei due sistemi omaloidici abbiano la stessa tangente $x_1 = 0$.

Pongasi $y_1 = x_1$, $y_2 = k x_2$, $y_3 = x_3$. Le formole (9) diventano

$$\begin{aligned} x_1 : x_2 : x_3 &= x_1^2 : k x_1 x_2 : x_1 x_3 + c k^2 x_2^2 \\ x_1 : x_2 : x_3 &= x_1^2 : \frac{1}{k} x_1 x_2 : x_1 x_3 - c x_2^2 \,. \end{aligned} \tag{12}$$

Quando $k = 1$ i due fasci di raggi uscenti da A_3 ed A'_3 sono prospettivi.

Calcolando le (10) e (11) si ha:

$$\begin{aligned} \alpha_3 &= (k - 1) x_1 x_2 = 0 \,, \\ \beta_1 &= x_2 \{ (k - 1) x_1 x_3 - k c x_2^2 \} = 0 \,, \\ \beta_2 &= c x_1 x_2^2 = 0 \,, \end{aligned}$$

le quali dicono che i punti della retta $x_2 = 0$ sono uniti.

Quando $k = 1$, la α_3 è indeterminata, da β_1 e β_2 si stacca il fattore x_2^2. Il fattore x_2^2 si stacca anche dalla curva associata ad un punto qualunque del piano. Si può verificare calcolando l'equazione della cubica

associata al punto d'incontro delle due rette

$$a_1x_1 + a_2x_2 + x_3 = 0 ,$$
$$b_1x_1 + b_2x_2 + x_3 = 0 .$$

Si trova:

$$(b_1 - a_1)x_1x_2^2 + (b_2 - a_2)x_2^3 = 0 .$$

Sicchè in tal caso il luogo dei punti uniti è la retta $x_2=0$ contata due volte.

15. Le formole (12) mostrano che in generale i due sistemi omaloidici nei due piani non coincidono. Operando due volte con la trasformazione T delle formole (12) si ottiene la T^2,

$$x_1 : x_2 : x_3 = x_1^2 : kx_1x_2 : x_1x_3 + ck^2(1 + k^2)x_2^2 ,$$

che è anche quadratica e del medesimo tipo della T.

16. Quando $k = \pm i$ i due sistemi omaloidici dei due piani coincidono e la T^2 riducesi ad una delle omologie

$$x_1 : x_2 : x_3 = x_1 : \pm ix_2 : x_3 ,$$

col centro A_2 e l'asse in $x_2 = 0$.

Relazione *sulla Nota del Dott.* G. Kernot: « *Sopra gli acidi Nitrocresolglicolici* ».

(Adunanza del dì 17 Dicembre 1904)

In questa nota l'A. si occupa della nitrazione diretta degli acidi cresolglicolici, ottenendone gli acidi nitrocresolglicolici.

Per stabilirne le formule di costituzione studia la condensazione fra i diversi nitrocresoli e l'etere monocloroacetico. L'identità dei prodotti ottenuti per questa via indiretta con quelli ottenuti per nitrificazione diretta gli permette di stabilire le formule di costituzione.

La vostra Commissione ne propone la pubblicazione nel Rendiconto di questa Accademia.

E. Scacchi
A. Oglialoro, *relatore.*

Sopra gli acidi Nitrocresolglicolici; *Nota del dott.* **Giuseppe Kernot.**

(Adunanza del dì 10 Dicembre 1904)

Degli acidi orto, meta e paracresolglicolici, preparati, il primo dal prof. Oglialoro e dal dott. G. Cannone [1]), il secondo dallo stesso prof. Oglialoro insieme col prof. Forte [2]), e l'ultimo da Gabriel [3]), furono in questo istituto studiati parecchi derivati ed in una ultima nota del suddetto prof. Forte [4]), questi annunziava di aver intrapreso lo studio della nitrazione diretta dei sopradetti acidi. Però a tale studio egli non potè più attendere, e venne a me affidata la continuazione del medesimo. Nella presente nota riassumo i risultati a cui sono pervenuto con le mie ricerche.

Per azione dell'acido nitrico sopra gli acidi cresolglicolici si formano, in generale, dei miscugli di diversi acidi nitrocresolglicolici isomeri accompagnati, inoltre, dalla formazione di nitrocresoli, talvolta anche in miscugli di isomeri, i quali prodotti presentando pochissime differenze, talora insensibili, nei loro caratteri di solubilità, offrono grandi difficoltà quando si vuol procedere alla loro separazione e purificazione. Per tali ragioni una grande quantità di materiale va disperso a causa dei numerosi e successivi trattamenti necessarii, il che rese ancora più difficile il compito, avendo dovuto in qualche caso lavorare con quantità di prodotti neanche sufficienti per l'analisi. Ciò nonostante non ho trascurato di espletare tutte le ricerche che la quantità di materiale messa a mia disposizione mi permetteva, estendendo maggiormente le medesime per il caso dell'acido paracresolglicolico di cui disponeva in maggior quantità e limitandomi, mio malgrado, a poche indagini principali per gli altri due acidi isomeri.

Inoltre, essendo riuscito ad isolare alcuni degli acidi nitrocresolglicolici, ho creduto necessario stabilirne la costituzione. A ciò non si perviene facilmente per via diretta, cioè cercando di ricavare per azione della potassa dai singoli acidi i rispettivi nitrocresoli, per paragonarli a quelli già conosciuti; ho invece tentato di raggiungere lo scopo per via indiretta, vale a dire mettendo a reagire quest'ultimi con l'acido monocloroacetico, per poi confrontare gli eventuali acidi formatisi con quelli ottenuti per nitrazione diretta.

---

[1]) Gazz. Chimica, vol. XVIII, 511.

[2]) Ibid., vol. XX, 505.

[3]) Ibid., vol. IX, 471.

[4]) Ibid., vol. XIII, 73.

Infatti già il Fritzche [1]) e il Chate [2]) per azione diretta dei nitrofenati sodici sul monocloroacetato sodico avevano ottenuti gli acidi orto e para-nitro-fenolglicolici ed anche più tardi il prof. Pratesi [3]) riferiva che si ottengono con grande facilità quest' ultimi scaldando insieme per qualche ora i nitrofenoli con l'acido monocloroacetico in presenza di soda caustica.

Applicando nelle mie esperienze con i nitrocresoli i processi dei sopraindicati autori, non mi è riuscito però di giungere che a dei risultati molto imperfetti e tali da non permettere delle sicure conclusioni. Ma avendo C. Kym [4]) trovato che impiegando del nitrofenato sodico perfettamente secco e sostituendo l'etere monocloroacetico all' acido, scaldando tra 150° e 180°, si hanno rendimenti quasi teoretici, seguii le sue indicazioni pervenendo a risultati molto più precisi e favorevoli.

Riporterò prima i risultati delle ricerche con l' acido para essendo le più complete, per le ragioni sopra menzionate, ed infine accennerò a quelli ottenuti finora con l'orto e col meta.

Acido 3-nitroparacresolglicolico

Versando dell'acido paracresolglicolico a piccole porzioni in una quantità cinque volte maggiore di acido nitrico, d. = 1.4, contenuto in una fiola raffreddata esternamente con una corrente d' acqua, si ebbe, all' aggiunta di ciascuna porzione, una colorazione dapprima verde, fugace, ed in ultimo giallo-aranciata. Fu lasciato il tutto in riposo per circa una mezz' ora ed il prodotto, che andava solidificandosi, versato in eccesso di acqua distillata, lasciò deporre dopo un pò di riposo una sostanza cristallina aghiforme di color giallo paglia, la quale raccolta e lavata ripetutamente con etere di petrolio permette di separare oltre ad un nitrocresolo fusibile a 77° un acido che fonde a 140°-141°. Quasi identici risultati si hanno aumentando il raffreddamento dell'acido nitrico con sale e neve, nonchè operando la nitrazione ad una temperatura piuttosto elevata.

La sostanza acida, fusibile a 140°-141°, fu purificata trasformandola in sale baritico, riprecipitandola con acido cloridrico e cristallizzandola varie volte e successivamente dalla benzina e dall'alcool leggermente diluito.

Un identico acido si ottiene direttamente facendo reagire del 3-ni-

---

[1]) J. der Chemie, 1879, p. 694.

[2]) Journ. f. prakt. Chemie, 20, 283-290. Ibid., XXIX, 148.

[3]) Gazz. Chimica, 22; 250.

[4]) Journ f. prakt. Chemie, 55, p. 113.

tro *p*-cresolo con l'etere monocloroacetico. L'operazione fu condotta nella maniera seguente.

Fu preparato del 3-nitroparacresolo fusibile a 33° secondo il metodo di Hoffman e Miller convertito in sale sodico, seccato questo esattamente e quindi introdotto in un pallone insieme ad un leggero eccesso di etere monocloroacetico; scaldando il tutto a ricadere per circa 10 ore ad una temperatura intorno ai 150°, che verso la fine fu elevata e mantenuta per qualche tempo a 180°. Già dopo un paio d'ore di riscaldamento il sale s'era completamente disciolto ed alla fine della reazione, si ottenne un olio denso di color rosso bruno. Tal prodotto fu lavato agitandolo parecchie volte con acqua; indi saponificato scaldando a b. m. con potassa concentrata ed infine decomposto il sale potassico con acido cloridrico. Si ottenne in tal modo, dopo raffreddamento, una sostanza cristallizzata gialla, fusibile intorno a 140°, la quale purificata si presentava di aspetto identico a quella superiormente descritta e fusibile parimente a 141°. Nella saponificazione del prodotto diretto della reazione si forma però sempre un pò di nitrocresolo libero che può essere eliminato dall'acido o scaldando il miscuglio in corrente di vapore, col quale il nitrocresolo (1.4.3) è trasportato via, o meglio con ripetuti lavaggi e con etere di petrolio, nel quale si scioglie il solo nitrocresolo.

Così purificato e ricristallizzato dall'alcool leggermente diluito fu sottoposto all'analisi, dando i seguenti risultati

I, Da gr. 0,2750 di acido si ottennero, bruciandolo con ossido di rame, gr. 0,5210 di CO_2 e gr. 0,1135 di H_2O.

II. Da gr. 0.3370 di sostanza, analizzati col metodo di Dumas si ottennero cc. 20 di Az. a 14° e 760 corrispondenti a cc. 18 a 0° e 760 Calcolando per cento si ha

	I	II
C =	51,30	—
H =	4,58	—
N =	—	6,70.

La teoria per un acido della formola $C_9H_9NO_5$ richiede per cento

C =	51,18
H =	4,26
N =	6,63.

L'acido da me preparato dev'essere dunque riguardato come acido 3-nitroparacresolglicolico della seguente costituzione

$$C_6H_3 \begin{cases} OCH_2COOH & (1) \\ NO_2 & (3) \\ CH_3 & (4) \end{cases}$$

Esso si presenta in bellissimi aghi gialli schiacciati, splendenti, poco solubili in acqua, discretamente solubili nella benzina e cloroformio solubilissimo nell'alcool e nell'etere, affatto insolubili nell'etere di petrolio.

Avendo a mia disposizione uno certa quantità di questa sostanza ho creduto utile studiarne i seguenti derivati.

Sale di Bario

$$(C_9N_8NO_5)_2Ba + 3H_2O\ .$$

Preparato con gli ordinarii processi si presenta in bei cristalli prismatici di color giallo arancio, raggruppati a ricci e talora in piccoli mammelloni. E solubile nell'acqua molto più a caldo che a freddo colorandola in rosso arancio. Asciugato all'aria e sottoposto all'analisi fornì i seguenti risultati:

Gr. 1,0552 di sale scaldati per lungo tempo a 120°-130°. perdettero gr. 0,0960 di acqua e il residuo scaldato con acido solforico concentrato fornì gr. 0,4024 di $BaSO_4$.

Da cui si ha per cento

H_2O di cristallizzazione	= 9,09
Ba nel sale idrato	= 22,37
» » » anidro	= 24,60

mentre la teoria per la formola suddetta richiede per cento:

H_2O	= 8,99
Ba nel sale idrato	= 22,43
» » » anidro	= 24,59

Sale di Argento

$$C_9H_8NO_5Ag\ .$$

Questo sale fu preparato precipitando la soluzione neutra del sale ammonico con una soluzione parimente neutra di nitrato di argento. Si presenta sotto forma di una polvere cristallina di color bianco rossiccio pochissimo solubile nell'acqua fredda, discretamente nella bollente dalla quale può cristallizzare presentandosi, allora, in aghi setacei leggerissimi variamente aggruppati di color giallo chiaro, quasi inalterabili alla luce allo stato secco.

Gr. 0,2100 di questo sale riscaldati circa 4 ore a 130° non perdettero sensibilmente di peso, calcinati lasciarono gr. 0,0700 di argento metal-

lico. Quindi

$$Ag\ ^0/_0 = 33,5$$

mentre la teoria richiede

$$Ag\ ^0/_0 = 33,9\ .$$

Anilide

$$C_6H_3 \begin{cases} OCH_2CONHC_6H_5 & (1) \\ NO_2 & (3) \\ CH_3 & (4) \end{cases}$$

L'acido nitrocresolglicolico reagisce facilmente con l'anilina, riscaldando insieme a ricadere per due ore intorno a 160° quantità equimolecolari dei due corpi. Cristallizzando il prodotto della reazione dall'alcool bollente si ottiene una sostanza in prismi schiacciati gialli fusibili a 130°-131°, ma che, cristallizzati ancora una volta dallo stesso solvente, diventano di colore più chiaro e fondono a 134°. Dalla benzina cristallizza invece in bellissime tavole rombiche molto ben definite, leggermente colorate in giallo e fusibili parimenti a 134°.

Gr. 0,2900 di anilide analizzati col metodo di Dumas fornirono cc. 24,8 di Az. a 14° e 771 pari a cc. 23,5 a 0° e 760 da cui si deduce

$$N\ ^0/_0 = 9,83$$

mentre la teoria per la formola $C_{15}H_{14}N_2O_4$ richiede

$$N\ ^0/_0 = 9,79$$

Acido 3-Amidoparacresolglicolico.

$$C_6H_3 \begin{cases} OCH_2COOH & (1) \\ NH_2 & (3) \\ CH_3 & (4) \end{cases}$$

Fu sciolto il suddetto acido nitrocresolglicolico nella quantità necessaria di alcool freddo, ed aggiunte le quantità calcolate di stagno purissimo polverato e di acido cloridrico (d = 1.12). La reazione fu agevolata mediante leggero riscaldamento a b. m. ed allorchè tutto il metallo fu sparito si lasciò raffreddare. Si depose così una sostanza cristallina bianca; sia da questa sostanza, separata e sciolta a parte in alcool, che dal liquido madre fu eliminato lo stagno mediante una corrente di idrogeno solforato e quindi concentrati i liquidi per distillazione. Da entrambe le porzioni cristallizzò per raffreddamento una sostanza in bellissime laminette bianche, fusibili a 190°-191°, dopo essersi rammollita a 187°; ma purificatala per successive e ripetute cristallizzazioni dal-

l'alcool, dall'alcool acquoso ed infine dall'acqua, si riesce a liberarla da una traccia di cloridrato che l'accompagna ed allora fonde quasi costantemente a 200°.

Sottoposta all'analisi fornì i seguenti risultati:

I. Da gr. 0,2690 di essa si ebbero gr. 0,5900 di CO_2 e gr. 0,1400 di H_2O.

II. Gr. 0,1867 analizzati col metodo di Kyeldhal risultarono contenere gr. 0,00151 di Az.

Da cui si ha per cento

	I	II
C =	59,85	—
H =	5,77	—
N =	—	8,09

mentre la teoria richiede per cento

C =	59,66
H =	6,11
N =	7,90

Questo amido-acido è solubile, oltre che nell'alcool, anche nell'acqua e nella benzina; esso si altera lentamente alla luce, molto più rapidamente se umido.

Dell'acido 3-nitro paracresolglicolico ho cercato di studiare la maniera di comportarsi con l'aldeide benzoica in presenza di anidride acetica, riscaldando insieme quantità equimolecolari di 3-nitro paracresolglicolato sodico ed aldeide benzoica con eccesso di anidride acetica per diverse ore della temperatura di 160°. Ma dal prodotto di tale reazione, trattato con gli ordinarii processi, non riuscii ad estrarre che dell'acido primitivo inalterato.

Acido 6-Nitroortocresolglicolico.

Trattando l'acido o-cresolglicolico con l'acido nitrico nelle condizioni esposte innanzi per l'isomero para, si forma un miscuglio di varii nitroderivati, fra cui prevalgono una rilevante quantità di nitrocresolo fusibile intorno a 80° ed un acido fondente intorno a 130°, che si riesce difficilmente a liberare completamente dal primo.

Un identico acido si ottiene invece direttamente, scaldando l'etere monocloracetico con nitroortocresolo $C_6H_3CH_3OHNO_2$ (1 . 2 . 6) nelle identiche condizioni sperimentali indicate per l'acido 3-nitrocresolglicolico sopradescritto. Si ottiene come prodotto di questa reazione un olio bruno che lavato con acqua e poi saponificato con potassa a b. m. e decomposto il sale potassico con acido cloridrico, lascia depositare l'acido, che

purificato, cristallizzandolo ripetutamente da alcool acquoso, si presenta in aghetti gialli splendenti che si rammolliscono verso 128° e fondono a 130°; poco solubili in acqua, discretamente solubili nella benzina e cloroformio, solubilissimi nell'alcool e nell'etere, affatto insolubili nell'etere di petrolio.

Sottoposto all'analisi fornì i seguenti risultati:

I. Gr. 0,239 di sostanza bruciati con ossido di rame fornirono gr. 0,435 di CO_2 e gr. 0,088 di H_2O.

II. Gr. 0,173 di sostanza analizzati col metodo di Kyeldhal fornirono gr. 0,00117 di Az.

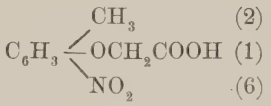
corrispondenti per cento a

	I	II
C =	51,01	—
H =	4,19	—
N =	—	6,75

mentre la teoria richiede

C =	51,18
H =	4,26
N =	6,63

Tenuto conto del nitrocresolo da cui si forma a quest'acido spetta la costituzione:



Sale di Bario.

$$(C_9H_8NO_5)_2Ba + 2H_2O\ .$$

Questo sale, cristallizzato dall'acqua bollente, si presenta in bellissimi aghetti di color rosso aranciato che analizzati fornirono i seguenti risultati:

Gr. 0,525 di sale scaldati verso 140° perdettero gr. 0,033 di acqua e scaldando il residuo con H_2SO_4 concentrato si ottennero gr. 0,2040 di $BaSO_4$ da cui si ha per cento

H_2O di cristallizzazione =	6,24
Ba nel sale idrato =	22,84
» » » anidro =	24,38

mentre la teoria richiede per la formola sopraindicata

H_2O di cristallizzazione	= 6,07
Ba nel sale idrato	= 23,10
» » » anidro	= 24,59

Non ho potuto preparare altri derivati come per il para non avendo altro materiale a mia disposizione.

Acido 6-Nitrometacresolglicolico.

Nella nitrazione dell' acido metacresolglicolico seguendo un processo analogo a quello adoperato per gli isomeri orto e para si forma il nitrocresolo fusibile a 56° ed un acido nitrocresolglicolico fusibile a 140°-141°.

Volendo ottenere questo stesso acido per via sintetica bisogna partire dal nitrometacresolo, non volatile, fusibile a 129° che ha la costituzione: $C_6H_3 . OH . CH_3 . NO_2$ (1 . 3 . 6). Scaldando infatti come per gli altri acidi isomeri il detto nitrocresolo con eccesso di etere monocloro-acetico si ottiene anche in questo caso una massa oleosa bruna, che lavata, saponificata con potassa, precipitato il sale potassico con acido cloridrico, dette una sostanza bruna semisolida che dopo raffreddamento si rapprese in una massa cristallina, la quale cristallizzata prima dall'acqua e quindi dall' alcool acquoso fornì dei bellissimi aghi prismatici fusibili a 140°-141°. Quest' acido è anch' esso poco solubile in acqua, discretamente solubile nella benzina e cloroformio, solubilissimo nell' alcool e nell' etere, affatto insolubile nell' etere di petrolio.

A causa della quantità estremamente piccola della sostanza di cui disponeva non mi fu possibile spingerne la purificazione ad un grado assoluto; tuttavia, eseguita l' analisi sopra un campione varie volte cristallizzato dall' alcool diluito, ottenni i seguenti risultati:

I. Gr. 0,326 di sostanza dettero gr. 0,589 di CO_2 e gr. 0,145 di H_2O.

II. Gr. 0,172 di acido analizzati col metodo di Kyeldhal risultarono contenere gr. 0,00110 di Azoto.

E calcolando per cento

	I	II
C =	49,50	—
H =	4,93	—
Az =	—	6,39

Tali risultati si accordano molto sensibilmente con i valori richiesti dalla teoria per un acido formola $C_9H_9NO_5$ cioè

C =	51,18
H =	4,26
N =	6,63

E perciò all' acido da me descritto, tenuto conto del nitrocresolo da cui si forma, spetta la seguente costituzione:

$$C_6H_3 \begin{cases} OCH_2COOH & (1) \\ CH_3 & (3) \\ NO_2 & (6) \end{cases}$$

Mi riserbo, allorchè potrò avere altro materiale a mia disposizione, di completare lo studio dei derivati dei composti accennati in questa nota, nonchè di esaminare la maniera di comportarsi degli altri nitrocresoli isomeri e dei dinitrocresoli con l'etere monocloracetico.

Napoli, Istituto Chimico della R. Università.

Relazione *sulla Nota dei Signori D.r* G. Kernot *ed* E. Petrone: « *Sulla condensazione del cloruro di benzile con gli acidi amidobenzoici* ».

(Adunanza del dì 17 Dicembre 1904)

Gli autori iniziano lo studio degli amidoacidi combinati con il cloruro di benzile preparando il già noto acido benzilantranilico, nella preparazione del quale introducono alcune innovazioni. Dello stesso preparano diversi eteri, nonchè il prodotto di disidratazione: il benzilantranile.

Dopo un' ampia esposizione di tutto quanto è noto in letteratura sulla costituzione dell' antranile e dei suoi derivati, ne discutono la costituzione, e dai dati forniti loro dalle proprie esperienze giungono a prescegliere con sicurezza la formula di costituzione più razionale e di conseguenza anche quella dell' antranile.

La vostra Commissione ne propone la stampa nel Rendiconto di questa Accademia.

E. Scacchi
A. Oglialoro, *relatore.*

SULLA CONDENSAZIONE DEL CLORURO DI BENZILE CON GLI ACIDI AMIDO-BENZOICI; *Nota I. di* **G. Kernot** *ed* **E. Petrone.**

(Adunanza del dì 10 Dicembre 1904)

La reazione dello Zincke [1]) fra gli idrocarburi ed il cloruro di benzile in presenza di metalli fu estesa dal Paternò ai fenoli e da questi e dai suoi allievi furono ottenuti il benzil-fenolo [2]), il benzil-para-cresolo [3]), ed il benzil timolo [4]) nei quali un idrogeno del nucleo benzinico veniva sostituito dal gruppo benzilico. Allo scaldamento diretto dei corpi reagenti la Bakunin [5]) sostituì con vantaggio lo scaldamento in seno a solventi che permettono regolare la temperatura della reazione, evitando la formazione di prodotti di decomposizione ed ottenendo composti che, diversamente, non si erano mai potuti preparare o pure che si preparavano con scarso rendimento, come ad esempio il benzil-fenolo [6]) ed i benzil-naftoli [7]). A tal uopo possono impiegarsi tutti i solventi, sia neutri che acidi, quali: alcool, benzina, cloroformio, acido acetico, ecc. In tutti questi casi il gruppo benzilico sostituisce, come si è detto, un idrogeno dell'anello benzinico. Non pare però che per gli amido-fenoli la reazione vada nello stesso senso. Infatti è stato dimostrato nella reazione [8]) del para-amido-fenolo col cloruro di benzile che la sostituzione avviene nel gruppo amidico.

Importanti dovevano perciò riuscire le ricerche sugli amido-acidi per studiarne il comportamento col cloruro di benzile. A tal uopo uno di noi ha intrapreso lo studio di questa reazione impiegando amido-acidi diversi, facendoli reagire in differenti condizioni.

In questa nota è riferito quanto riguarda la reazione fra il cloruro di benzile e l'acido orto-amido-benzoico o antranilico. L'acido benzil-antranilico che ne risulta, già precedentemente preparato, come vedremo, fu tra i primi ad essere prescelto per la speciale importanza del suo prodotto di disidratazione.

---

[1]) Berliner Berichte, III, pag. 298.

[2]) Paternò, Gazz. Chim., 1872; Paternò e Fileti, ivi, 1873, pag. 121; 1875, pag. 281.

[3]) Mazzara, Gazz. Chim., 1881, pag. 346.

[4]) Paternò e Mazzara, Gazz. Chim., 1878, pag. 303.

[5]) Gazz. Chim., XXXIII, parte I.

[6]) Gazz. Chim., XXXIII, parte II, pag. 454.

[7]) Bakunin e Barberio, ivi, pag. 467, e Bakunin e Altieri, ivi, pag. 487.

[8]) Gazz. Chim., XXXIII, parte II, pag. 464 e in altra memoria in corso di stampa.

L' acido benzil-antranilico è stato già ottenuto da Henze [1]) per azione del cloruro di benzile sull' acido orto-amido-benzoico in presenza di carbonato di calcio ed in soluzione alcoolica acquosa. Ed inoltre, insieme ad altri prodotti, da Claus e Glyckhen [2]) per ossidazione di una soluzione acquosa di cloruro di chinolin-benzile.

Noi invece abbiamo preparato l' acido benzil-antranilico sostituendo lo zinco al carbonato di calcio, usato da Henze, e ci siamo serviti dell' alcool a 96° come solvente, perchè dalle nostre esperienze risultava che, pur non essendovi vantaggio nel rendimento, si otteneva un prodotto molto più puro. Usando però come solvente la benzina, la reazione non avviene, come pare che non avvenga nemmeno facendo reagire gli amido-fenoli con il cloruro di benzile. Anche usando l' acido acetico la reazione avviene con risultato identico a quello ottenuto coll' alcool. Una soluzione in alcool a 96° di pesi equimolecolari di cloruro di benzile ed acido antranilico, in presenza di una quantità di zinco, eccedente di poco la calcolata, fu riscaldata all' ebollizione a bagno di sabbia. Dopo due ore di riscaldamento si distillò l' alcool: il residuo si sciolse in soluzione di carbonato sodico al 20 % ed il liquido fu filtrato. Resta indisciolto il solo carbonato di zinco. La soluzione sodica, perfettamente fredda, fu precipitata con acido acetico ed il precipitato purificato per successive cristallizzazioni dall' alcool acquoso.

L' acido benzil-antranilico, così ottenuto, si presenta cristallizzato in lunghi aghi bianchi, splendenti, qualche volta leggermente colorati in giallo, fondenti a 174,5°-175°.

Analizzato fornì i seguenti risultati:

Gr. 0,1858 bruciati con ossido di rame dettero: CO^2 gr. 0,5062 e H^2O gr. 0,1012 e

Gr. 0,0990 dettero CO^2 gr. 0,2700 e H^2O gr. 0,0525.

Da gr. 0,2832 si ebbero 15 cmc. d' azoto a $\sqrt{\frac{758,8}{16^0}}$ pari a cmc. 13,89 a $\sqrt{\frac{760}{0^0}}$ da cui calcolando per cento si ha:

	I	II	III
C =	74,30	74,37	—
H =	6,05	5,89	—
Az =	—	—	6,12

mentre la teoria per $C_{14}H_{13}NO_2$ richiede per cento

C = 74 H = 5,72 Az = 6,16

---

[1]) Berichte, XXXII, pag. 3059.

[2]) Berichte, XVI, pag. 1285.

L'acido benzil-antranilico è solubilissimo in alcool, benzina, cloroformio, toluolo, ecc., pochissimo solubile in acqua. Le sue soluzioni sono fluorescenti.

Esso dà con grande facilità il cloridrato ed il cloro-platinato, fusibili il primo a 104°-106° ed il secondo a 158°. Per assicurarci se il nostro prodotto in tutti i suoi caratteri era identico a quello ottenuto da Claus e Glyckhen, anche noi ne abbiamo preparato, seguendo le loro indicazioni, il cloro-platinato che all'analisi ha dato risultati concordanti con la formola:

$$\left[C_{14}H_{13}NO_2(HCl)\right]_2PtCl_4$$

Onde esser sicuri che nella reazione tra l'acido antranilico e il cloruro di benzile nessuno dei caratteri acidi andava perduto, come avviene per gli amido-fenoli combinati con $CH_2C_6H_5Cl$ abbiamo creduto prepararne i seguenti eteri, fondandoci sull'azione dell'ossicloruro di fosforo, come in seguito descriveremo.

ETERE FENICO

$$C_6H_4 < \begin{matrix} NHCH_2C_6H_5 \\ COOC_6H_5 \end{matrix}$$

Pesi equimolecolari di acido benzil-antranilico e fenolo furono disciolti nella quantità necessaria di toluolo, aggiungendovi per ogni molecola di acido e di fenolo, poco più di un terzo di molecola di ossicloruro di fosforo, che fu preparato fondendo a bagnomaria, in pallone con tubo a ricadere a smeriglio, quantità di PCl_3 corrispondente a tre molecole con una quantità di P_2O_5 pari ad una molecola. Il prodotto liquido ottenuto fu distillato raccogliendo le porzioni passanti fra 107°-110°.

La soluzione toluolica fu riscaldata alla ebollizione fino a che non furono scomparsi i fumi di acido cloridrico. Dopo raffreddamento si lasciò svaporare liberamente all'aria il solvente ed il residuo giallo-bruno, di consistenza vischiosa, fu fatto digerire a freddo per un paio di ore con soluzione di potassa al 30 %, perchè si osservò che con questa concentrazione si otteneva un prodotto più puro. Vi si sciolse in parte e, separato dalla potassa e lavato, fu raccolto, essendosi solidificato, su filtro continuando per parecchie volte il lavaggio, ed infine fu cristallizzato dall'alcool. Si ottennero così dei cristalli prismatici, disposti a ciuffi, leggermente colorati in giallo e fusibili a 74°-75°. All'analisi si ebbero i seguenti risultati:

Gr. 0,1936 fornirono gr. 0,6646 di CO^2 e gr. 0,0979 di H^2O.

Gr. 0,2117 dettero cmc. d'azoto 9,4 a $\sqrt{\frac{763,6}{24}}$ pari a cmc. d'azoto 8,42 a $\sqrt{\frac{760}{0^0}}$ da cui calcolando per cento si ha:

	I	II
C =	79,73	—
H =	5,62	—
Az =	—	5,00

mentre la teoria per $C_{20}H_{17}NO_2$ richiede per cento:

C = 79,20 H = 5,61 Az = 4,71

ETERI CRESOLICI

$$C_6H_4 < \begin{matrix} NHCH_2C_6H_5 \\ COOC_6H_4CH_3 \end{matrix}$$

Analogamente all' etere fenico si prepararono gli eteri cresolici. Di questi il para ed il meta sono cristallizzabili, mentre l'orto non cristallizza per quanti tentativi si sieno fatti.

Etere paracresolico. Cristallizza in aghi prismatici, fusibili a 79°-80°.

All' ánalisi fornì i seguenti risultati:

Da gr. 0,2610 si ebbero gr. 0,7618 di CO_2 e gr. 0,1405 di H_2O.

Gr. 0,2563 fornirono Az. cmc. 10,5 a $\sqrt{\frac{758,5}{22^0,5}}$ pari a $\sqrt{\frac{760}{0^0}}$ a cmc. 9,41 da cui per cento si ha:

	I	II
C =	79,60	—
H =	5,98	—
Az =	—	4,62

mentre la teoria richiede per $C_{21}H_{19}NO_2$:

C = 79,49 H = 5,99 Az = 4,41

Etere metacresolico. Cristallizza in prismi raggruppati a ciuffi, incolori che col tempo, esposti alla luce, tendono ad ingiallire.

Da gr. 0,1450 si ebbero gr. 0,4215 di CO_2 e gr. 0,0790 di H_2O e

Da gr. 0,2159 cmc. 9,2 di azoto a $\sqrt{\frac{763,1}{23^0}}$ pari a $\sqrt{\frac{760}{0^0}}$ a cmc. 8,27 da cui calcolando per cento si ha:

	I	II
C =	79,27	—
H =	6,05	—
Az =	—	4,81

Etere ortocresolico. A differenza degli altri, come innanzi si è detto, questo non fu possibile cristallizzarlo da solventi. Per evaporazione di questi si presenta sotto forma di olio densissimo, giallo, che osservato a nicol incrociati con lo stauroscopio Schrauf non dà traccia di birifrangenza. Lo stesso si verifica a nicol incrociati con la lamina di gesso al rosso di primo ordine. Quest'olio abbandonato a sè, dopo lungo riposo, lascia scorgere delle particelle solide. Osservato allora di nuovo allo stauroscopio, nella massa vischiosa monorifrangente, è stato facile notare dei minutissimi cristallini birifrangenti.

Di esso potemmo solo eseguire una determinazione di azoto, perchè difficile ne riusciva la purificazione.

Gr. 0,2150 fornirono 9 cmc. di azoto a $\sqrt{\frac{761,7}{20^0}}$ pari ad azoto cmc. 8,2 a $\sqrt{\frac{760}{0^0}}$ da cui calcolando per cento si ha:

$$Az = 4,79$$

mentre la teoria richiede:

$$Az = 4,41$$

ETERI NAFTOLICI

$$C_6H_4 < \begin{matrix} NHCH_2C_6H_5 \\ COOC_{10}H_7 \end{matrix}$$

Etere β-naftolico. Dei due eteri cristallizza il solo β in aghi minutissimi, bianchi, o leggermente colorati in giallo, aggruppati a mammelloni, fusibili a 91°-92°.

All' analisi dettero i seguenti risultati:

Da gr. 0,1989 si ebbero 7,4 cmc. d'azoto a $\sqrt{\frac{753,5}{19^0,8}}$ pari a 6,68 cmc. d' azoto a $\sqrt{\frac{760}{0^0}}$.

Da gr. 0,1880 gr. 0,0976 di H_2O e gr. 0,5621 di CO_2 che per cento danno:

	I	II
C =	81,54	—
H =	5,76	—
Az =	—	4,17

mentre la teoria per $C_{24}H_{19}NO_2$ richiede:

C = 81,58 H = 5,38 Az = 3,96

Etere α-naftolico. Per quanti tentativi avessimo fatti ci riuscì im-

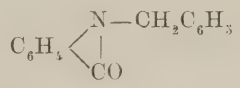
possibile cristallizzarlo da solventi. Si presenta come sostanza vischiosa, di colore giallo-bruno. Osservato nello stesso modo che l'etere ortocresolico non ha dato in principio segni di birifrangenza, la quale ha cominciato a manifestarsi in seguito con il parziale solidicarsi della sostanza lasciata a sè stessa. Isolata, alla meglio dalla parte vischiosa fondeva a 76°-77°. Anche per esso la purificazione riusciva difficilissima e perciò ci limitammo ad eseguirne solo una determinazione di azoto.

Da gr. 0,2855 si ebbero cmc. di azoto 10,5 a $\sqrt{\frac{768,1}{20^0}}$ pari a $\sqrt{\frac{760}{0^0}}$ a cmc. 9,6 di azoto da cui si ha come percentuale di azoto 4,23 mentre la teoria per $C_{24}H_{19}NO_2$ richiede:

$$Az\ ^0/_0 = 3,96$$

Dagli eteri studiati risulta che i caratteri acidi dell'acido antranilico si conservano interamente nel prodotto di condensazione col cloruro benzilico.

BENZILANTRANILE



Fu ottenuto da noi per azione dell'ossicloruro di fosforo sull'acido benzilantranilico in soluzione toluolica.

Anschütz e Schmidt [1]) per azione del medesimo disidratante sull'acido acetilantranilico e sull'acido benzoilantranilico ottennero dei prodotti, la cui formazione poteva solo spiegarsi supponendo che nella reazione si formasse dapprima l'acetilantranile o il benzoilantranile e che poi questi, per condensazione di molecola, dessero i rispettivi derivati miazinici.

Nell'intraprendere lo studio di questo derivato era nostro desiderio effettuare la disidratazione dell'acido mediante l'anidride fosforica, per seguire un metodo già applicato con vantaggio in simili casi dalla Dottoressa Bakunin [2]).

Ma, per quanto avessimo variato solventi e condizioni di esperienza, giammai siamo pervenuti a risultati soddisfacenti. Solo usando il toluolo abbiamo avuto del benzilantranile, ma in quantità così scarsa che non ne invitava lo studio.

All'anidride fosforica perciò credemmo bene sostituire l'ossicloruro di fosforo.

---

[1]) Beriche, XXXV, 3470.

[2]) Atti della R. Accad. delle Scienze Fisiche e Matematiche. Vol. X, serie 2ª, N.° 11.

L'acido fu sciolto nella quantità strettamente necessaria di toluolo e riscaldato con la quantità calcolata di ossicloruro in apparecchio a ricadere a bagno di acido solforico, mantenuto ad una temperatura di 110°-112°, continuando il riscaldamento fino a completa cessazione dei fumi.

Il pallone fu fatto raffreddare con lentezza e quindi la soluzione toluolica, versata in capsula, fu lasciata liberamente svaporare all'aria. Il residuo dell'evaporazione fu trattato con soluzione bollente di carbonato sodico al 20 % e quindi lavato ripetutamente con acqua. La sostanza così ottenuta fu purificata per successive cristallizzazioni dall'alcool, si ottiene così in prismi, aggruppati a ciuffi, fusibili a 153°,5-154°.

Abbiamo pregato il Prof. Franco, docente di Mineralogia in questa Università, di eseguire le determinazioni cristallografiche del benzilantranile, che qui riportiamo. Cogliamo l'occasione per esprimergli la nostra gratitudine, ringraziandolo vivamente.

Monoclino. β-57°29′

a : b : c 1,2695 : 1 : 1,0337

100, 010, 011, 098, 144

Calcolati			Osservati	
100 : 010	90°	0′	90°	4′
011 : 010	48	55	48	55
011 : 100	66	6 ½	65	59
098 : 010	45	37 ½	45	49
144 : 010	52	10	52	2
144 : 100	58	35	58	28

I cristalli sono fortemente birifrangenti. Sulla faccia 100 la estinzione avviene parallelamente allo spigolo $\frac{100}{010}$. Sulla faccia 010 l'asse di massima elasticità fa angolo di 23° con l'asse *c* del cristallo e angolo di 99°31′ con l'asse *a*. L'asse di minima elasticità è parallelo all'asse *b* del cristallo. I cristalli hanno forma prismatica e si aggruppano a ciuffi, nell'estremo libero si notano due facce terminali, non sempre le stesse: l'abito dei cristalli è monoclino, ma di rado le facce del prisma si inclinano di 90°; in un cristallo fu trovato 90°4′, ma in altri cristalli la differenza da 90° si eleva fino a 1° $\frac{1}{2}$. Tale differenza dipende da spo-

stamento delle facce: in uno dei cristalli si osservò $100:010 = 90^0 46'$, $\bar{1}00:0\bar{1}0 = 91^0 10'$.

Le facce del prisma sono abitualmente poliedriche, di rado danno immagine unica e non dispersa. Le facce terminali non sono molto splendenti, spesso sono curve: a causa dello spostamento delle facce del prisma, la faccia terminale di destra vi s'inclina diversamente da quella di sinistra, la differenza può elevarsi ad un grado.

Tale imperfezione dei cristalli lasciava dubbio se essi fossero monoclini deformati, o triclini limiti. Questo dubbio è stato eliminato dalle proprietà ottiche che li hanno dimostrati monoclini.

Sulla faccia 100 si ha estinzione retta rispetto allo spigolo $\frac{100}{010}$ osservando a nicol incrociati con lo stauroscopio Schrauf, mentre sulla faccia 010 si ha estinzione obliqua rispetto allo stesso spigolo.

Il valore relativo degli assi di elasticità si è ottenuto osservando con una lamina di mica posta tra nicol incrociati a 45^0 del piano di polarizzazione e che dava la tinta grigiochiara della tavola delle birifrangenze di Levy [1]). E si sono osservati cristalli assai sottili, ottenuti facendo cristallizzare una goccia della soluzione su una lastrina di vetro; perchè i cristalli sono fortemente birifrangenti, ed anche quelli spessi un mezzo millimetro danno fra i nicol o i colori del quarto ordine o nessun colore. La maggior parte dei cristalli formatisi dalla goccia posano sulla faccia 010, alcuni sulla faccia 100: ciò si è assicurato misurando l'estinzione rispetto alla loro lunghezza. Per la osservazione sulla faccia 100, essendo gli assi di elasticità obliqui alla faccia, si fece uso della tavola di Fedorow, portando, mercè il goniometro, prima uno degli assi di elasticità in prossimità dell'asse del microscopio e poi l'altro. In questa osservazione si fece uso di una lamina di gesso al rosso di primo ordine per avere colori spiccati anche a luce mediocre.

Il benzilantranile, ottenuto nel modo anzidetto, fu sottoposto alla analisi.

Da gr. 0,3305 si ebbero cmc. di azoto 19,4 a $\sqrt{\frac{763,5}{21^0}}$ pari a cmc. di azoto 17,6 a $\sqrt{\frac{760}{0^0}}$.

Da gr. 0,2972 si ottennero gr. 0,8761 di CO_2 e gr. 0,1451 di H_2O.

Da gr. 0,2689 gr. 0,7943 di CO_2 e gr. 0,1280 di H_2O da cui calcolando per cento si ha:

	I	II	III
C =	80,39	80,55	—
H =	5,42	5,28	—
Az =	—	—	6,69

[1]) Les minéraux des roches, Paris, 1888.

mentre la teoria esige per cento:

C = 80,38 H = 5,26 Az = 6,66

Il benzilantranile è insolubile in acqua, solubile negli ordinari solventi organici: alcool, benzina, toluolo, ecc. Per studiarne la sua costituzione abbiamo tentato di farlo reagire con l'anilina e con la fenilidrazina, sia fondendo insieme e riscaldando il prodotto fuso, ad una temperatura variabile dai 195° ai 250°, sia riscaldando in solvente neutro in presenza di un corpo disidratante. Abbiamo a tale uopo usato anidride acetica e anidride fosforica e come solvente la benzina ed il toluolo ma in ogni caso ottenemmo sempre del benzilantranile inalterato. Come per l'antranile, il gruppo carbonilinico di questo prodotto non è capace di riunirsi ai suddetti derivati amidici per eliminazione di acqua, mentre per l'acetil e per il benzoil derivato è dimostrato che il gruppo carbonilico, che reagisce, è appunto quello appartenente all'acetile o al benzoile. Le nostre ricerche su questo argomento continuano.

Dei tentativi fatti per ottenere prodotti di condensazione con le aldeidi riuscirono anche essi infruttuosi.

Bamberger ed Elger [1]) per azione di una soluzione normale doppia di soda sull'acetil-antranile o sul benzoilantranile ottennero rispettivamente gli acidi acetilantranilico e benzoilantranilico, mentre per azione della soda sull'antranile si riotteneva sempre il prodotto puro.

Anche noi abbiamo studiato l'azione delle basi sul benzilantranile, ma abbiamo preferito usare l'acqua di barite (al 5 %) poichè la potassa e la soda hanno dimostrata un'azione troppo energica, dando facilmente dei prodotti di decomposizione.

5 grammi di benzilantranile furono riscaldati e mantenuti all'ebollizione a bagno di sabbia per qualche ora con 50 cmc. della soluzione di barite. La sostanza rimase apparentemente inalterata, però il liquido filtrato, trattato con acido acetico, ha dato un precipitato bianco, fusibile a 164°-165°, e che purificato risultò essere acido benzilantranilico.

Sulla costituzione dell'antranile e dei suoi derivati esiste una serie importantissima di ricerche.

Le due formule

$$\text{(I)} \quad C_6H_4 < \begin{matrix} NH \\ CO \end{matrix} > \qquad\qquad \text{(II)} \quad C_6H_4 < \begin{matrix} N \\ | \\ CH \end{matrix} > O$$

stabilite da Friedländer [2]) trovarono molti indagatori. Bamberger

---

[1]) Berichte, XXXVI, 3645.

[2]) Berichte, XVI, 2105; XXVIII, 1383.

e Demuth [1]), fondandosi su determinazioni di rifrazione molecolare e sul fatto che l'antranile possa ottenersi per riduzione dell'ortonitrobenzaldeide, dimostravano la possibilità della (II) formula. D'altra parte Ernesto Erdmann [2]), Buhlmann ed Einhorn [3]), Heller e Fiesselmann [4]), Anschütz e Schmidt [5]), da esperienze proprie propendevano per la (I). Anschütz e Schmidt adducono a favore di questa il comportamento ebullioscopico dell'antranile liquido e dell'acetilantranile solido, aventi fra loro la stessa differenza nel punto di ebollizione che la metilanilina liquida e la metilacetilanilina solida. Ma ancora più importante di queste ragioni è il risultato della determinazione refrattometrica che ad Anschütz e Schmidt dette valori che si accordano molto con quello calcolato per la formula $C_6H_4 < \begin{matrix} NH \\ CO \end{matrix} >$.

Essi ottennero cioè $M_D = 32{,}682$ mentre per la formula $C_6H_4 < \begin{matrix} N \\ CH \end{matrix} > O$ si calcola $M_D = 32{,}991$. La differenza minima fra queste due teorie non permette di esprimere un parere sicuro sulla costituzione dell'antranile.

È da notarsi però che possono influire su determinazioni simili molto spesso i doppii legami e le catene ad anello. Sarebbe più opportuno in casi simili invece di determinare la rifrazione determinarne la dispersione My — Ma. E questo un giudizio espresso dal Brühl sul comportamento ottico dell'antranile e dei suoi derivati. È indubitato però che il suo comportamento con l'idrossilamina farebbe ritenere più probabile la seconda formula. Infatti nella reazione con la idrossilamina si ottiene un prodotto di addizione $C_7H_8N_2O_2$, che fu riconosciuto identico all'ortoidrossilamminbenzaldossima:

$$C_6H_4(NHOH)CH : NOH.$$

Per i prodotti di sostituzione però si ritiene da tutti che la formula da attribuirsi ad essi sia simile a quella data dal Friedländer al benzoilantranile. Egli infatti dava a questo composto la seguente formula:

$$C_6H_4 < \begin{matrix} NCOC_6H_5 \\ | \\ CO \end{matrix}$$

la cui esattezza fu provata anche da Elger e Fiesselmann [6]) e da Anschütz e Schmidt [7]).

---

[1]) Berichte, XXXIV, 3874; XXXV, 1885.

[2]) Berichte, XXXII, 2162.

[3]) Berichte, XXXIV, 3788.

[4]) Ann. d. Chem., 324,135 (1902).

[5]) Berichte, XXXV, 3470.

[6]) Loco citato.

[7]) Loco citato.

Da ciò era logico dedurre che l'antranile dovesse avere una costituzione simile ai suoi acilderivati, ma Bamberger dichiara apparente la contraddizione fra le due formole e la spiega supponendo che nella condensazione fra antranile e cloruro di benzoile si formi dapprima un prodotto di addizione che si scinde poi in acido cloridrico e benzoilantranile, secondo il seguente schema

$$C_6H_4 < \begin{matrix} N \\ | \\ CH \end{matrix} > O \rightarrow C_6H_4 < \begin{matrix} N < \begin{matrix} COC_6H_5 \\ Cl \end{matrix} \\ CHO \end{matrix} \rightarrow C_6H_4 < \begin{matrix} N - COC_6H_5 \\ CO \end{matrix} > + HCl$$

ed insiste perciò nell'attribuire all'antranile la formula (II).

Ora a noi pare che i diversi modi di genesi dell'antranile possano dar ragione all'una ed all'altra formula, ma ciò non può dirsi per il benzilantranile. Questo si ottiene per disidratazione dell'acido benzilantranilico, nel quale il gruppo benzilico è sostituito in uno dei due idrogeni amidici e sarebbe inammissibile che nell'atto della disidratazione il gruppo benzilico lasci l'atomo di azoto e vada a collegarsi con il carbonio, poichè la reazione nel modo più semplice avviene per eliminazione dell'atomo di idrogeno libero del gruppo amidico con l'ossidrile del gruppo carbossilico:

$$C_6H_4 < \begin{matrix} N \; H \; CH_2C_6H_5 \\ CO \; OH \end{matrix}$$

La lenta trasformazione del benzilantranile, bollito con barite, nell'acido benzilantranilico conferma ancora di più che nessuna modificazione è avvenuta nei gruppi fondamentali del composto primitivo.

Resta il fatto che, pur essendovi un gruppo CO non avviene la combinazione con l'anilina e con la fenilidrazina.

Ma il benzoil e l'acetil derivato, pei quali la formola (I) è ammessa senza opposizione, si combinano con la fenilidrazina e con l'anilina in virtù dell'ossigeno del gruppo benzoilico ed acetilico; l'O dell'antranile invece è inatto a tale combinazione.

Quali le ragioni di tale speciale comportamento è difficile dirsi, certo però la influenza dei legami e dei gruppi vicini è non lieve e così diversa che non fa meraviglia affatto la perdita di alcune proprietà abitualmente caratteristiche di un gruppo, fatto che spesso si riscontra in chimica. Le nostre ricerche sull'argomento continuano.

Napoli, Istituto Chimico, dicembre 1904.

Relazione *sulla nota del dott.* V. Majone: « *Sull' etere salicilico del Benzilfenolo* ».

(Adunanza del dì 17 Dicembre 1904)

Partendo dal benzilfenolo l' autore trasforma questo composto nell' etere salicilico, facendolo combinare con l' acido salicilico in soluzione benzinica a mezzo dell' anidride fosforica.

La vostra Commissione ne propone la pubblicazione nel Rendiconto di questa Accademia.

E. Scacchi
A. Oglialoro, *relatore.*

Etere salicilico del benzilfenolo; *Nota del dott.* **Vincenzo Majone.**

(Adunanza del dì 10 Dicembre 1904)

Sono partito da 10 grammi di benzilfenolo f. a 80° con precedente umettamento, non perfettamente puro, ma ancora mischiato a piccole quantità del prodotto oleoso che si forma contemporaneamente ad esso nella sua sintesi da cloruro di benzile e fenolo. Questa sostanza fu sciolta in benzina assieme con una quantità equimolecolare di acido salicilico, per ottenere l' etere a mezzo dell' anidride fosforica. L' aggiunzione fu fatta a piccole dosi scaldando il liquido a ricadere; la reazione sul principio è assai viva, indi prosegue sempre più blanda. Quando da un saggio di prova si potette constatare che i corpi avevano reagito, si cessò dall' aggiungere l' anidride e si sospese lo scaldamento durato oltre due ore. Decantata la soluzione benzinica, la massa fosforica fu trattata con acqua addizionando alla soluzione madre la benzina che si separò da questo trattamento. Distillata la maggior parte della benzina, lasciando evaporare spontaneamente le ultime porzioni, si depositò al fondo della capsula una massa in parte solida, in parte oleosa, la quale fu trattata con soluzione di carbonato sodico, calda, che la lasciava in buona parte indisciolta, indi fu lavata con acqua.

Sperimentati su tale residuo i varii solventi, l'alcool si mostrò il più conveniente, data la notevole diversità di solubilità a freddo e a caldo e la facilità con la quale il nuovo corpo si è separato allo stato di bei cristalli bianchi.

Due cristallizzazioni furono sufficienti per ottenere il corpo purissimo fondente a 90°-91°, che per combustione dette:

Da gr. 0,2574 di sost., gr. 0,7368 di CO_2 e gr. 0,1264 di H_2O; cioè H per $\%$ = 5,4; C per $\%$ = 79,17.

La teoria per

$$C_6H_4 < \begin{matrix} O(C_7H_5O_2) \\ CH_2C_6H_5 \end{matrix} \quad \text{dà} \quad C = 78{,}9\ \%;\ \ H = 5{,}26\ \%.$$

L'etere salicilico di questo fenolo è solubile nel cloroformio, nell'acetone, solubile nella benzina e nell'etere, poco nell'etere di petrolio.

Da tutti i solventi o per raffreddamento o per lenta evaporazione, la sostanza si separò in cristalli di notevole bellezza.

Napoli, Istituto Chimico della Regia Università.

La mitosi nel corpo luteo e le recenti congetture sulla significazione di questo; *Nota del prof.* **Giovanni Paladino,** *accompagnata da una tavola.*

(Adunanza del dì 17 Dicembre 1904)

I.

Intorno al corpo luteo si sono negli ultimi tempi accumulati errori di diverso genere, cioè errori di osservazioni riflettenti la sua costituzione e genesi, errori di apprezzamento dell'opinioni emesse nel corso storico delle cognizioni acquistate sull'importante argomento ed infine errori emessi sulla sua possibile significazione.

Senza dubbio uno dei maggiori errori è quello di continuare a ritenerlo come fa il Sobotta quale una *neoformazione di natura epiteliale* [1]), non ostante la conferma dell'opposta opinione da me prima dimostrata che sia cioè una *neoformazione connettivale*, illustrata con diversi lavori, l'ultimo dei quali pubblicato nell'*Anatomischer Anzeiger di Iena* [2]), e confermata oltrecchè da Kölliker, Clark [3]), Doering, altresì dal Bühler [4]), dall'His, da Bouin, da Nagel, ed inoltre da

---

[1]) Vedi: Ueber die Entstehung des corpus luteum der Saügetiere. Ergebnisse der Anatomie und Entwikelungsgeschichte von Merkel und Bonnet. Vol. X1, p. 960 e seg.

[2]) Paladino G. Per la dibattuta questione sull'essenza del corpo luteo. Jena 1900.

[3]) Clark I. G., Ursprung, Wachstum und Ende des corpus luteum nach Beobacht. am Ovarium des Schweines und des Menschen. Arch. f. Anat. u. Phys. 1898.

[4]) Bühler A., Entwickelungsstadien menschlicher Corpora lutea. Verhandl. der anat. Gesesch. zu Pavia 1900.

Störkel W. [1]) da Cristalli [2]), con due accurati lavori, da Santi E., da S. Patellani-Rosa, da Oliva, ed ultimamente da Jankowski [3]), che ha ricercato ovaje di vacca, di pecora, di troja e di cavia.

Anche Jankowski ha trovato che non va seguita la tesi di Sobotta secondo la quale non si può decidere dell'età di un corpo luteo se non con quella dell'uovo caduto e fecondato, e ciò perchè lo sviluppo dell'uovo fecondato non è in alcun rapporto diretto colla formazione del corpo luteo. D'altronde il corpo luteo come bene ha osservato il Bühler ha stadii proprii caratteristici che vanno studiati per sè, ed io aggiungo che il corpo luteo si svolge nello stesso modo sia che l'uovo venga fecondato sia che non venga fecondato colla sola differenza del tempo che impiega a svolgersi e della dimensione che può raggiugere. Indipendentemente da ciò, *caeteris paribus*, i corpi lutei hanno un corso di sviluppo ora più rapido, ora più lento.

In ordine al luogo di genesi io dimostrai colla maggior possibile larghezza che era rappresentato dagli strati della *theca folliculi* a preferenza dallo strato interno, i cui elementi crescevano di numero oltrecchè per moltiplicazione degli elementi del luogo altresì per immigrazione di elementi linfoidi, ed inoltre crescevano in dimensione varia a seconda degli organismi, onde vanno segnalati sopratutto quelli del corpo luteo della cerva i cui elementi generalmente misurano 70 ad 80 μ e quelle delle femine dei solipedi e dei grandi ruminanti le cui cellule luteiniche sono di differentissime dimensioni e di varia forma; in mezzo a piccole cellule variamente configurate se ne trovano spesso spesso delle gigantesche con un solo nucleo e con molti poli.

Sobotta, Jankowski ed altri attribuiscono a C. V. Baer la derivazione del corpo luteo dallo strato interno della theca folliculi, senza riflettere che nello strato *interno della capsula folliculi* come scriveva il grande osservatore non è da escludere la granulosa anzicchè ritenerlo per lo strato interno della theca folliculi come ripetiamo oggigiorno dopo gli studii di Waldeyer, miei, di von Ebner e di molti altri.

A ripuova sempre maggiore della genesi del corpo luteo dagli strati della theca folliculi invito di portare attenzione alla fig. I della tavola

---

[1]) Störkel W., Ueber die cystische Degeneration der Ovarien bei Blasenmole, zugleich ein Beitrag zur Histogenese der Luteinzellen. S. A. aus der Festschrift für Fritsch.

[2]) Cristalli G., Contributo all' istogenesi del corpo luteo. Arch. di Ost. e Ginec. Anno IX, 1902.

— Contributo alla istogenesi del corpo luteo della donna. Giornale idem, Anno X, 1903.

[3]) Jankowski I., Beitrag zur Entstehung des corpus luteum der Säugetiere. Arch. f. mikr. Anat. vol. 64, p. 361, Bonn 1904.

che accompagna questa Nota, e rappresentante un tratto di parete di un follicolo ovarico maturo di cagna. Con *a* viene indicata la granulosa, con *b* la theca folliculi nei suoi strati interno ed esterno, con *m*, *m*, *m*, mitosi a stadio di monastro, visto di prospetto o di coltello, con *ddd* diastri negli elementi della theca folliculi, e con *m'* un monastro negli elementi della granulosa.

Avvenuto lo scoppio la granulosa parietale cade col disco proligero e l'uovo o le uova, quando il follicolo contiene più uova, ed allora gli elementi della theca anche più rigogliosamente proliferano, i vasi germogliano, e con differenza di tempo la neoformazione lutea si svolge sino a riempire la cavità del follicolo scoppiato. Eccezionalmente il corpo luteo sorpassa il livello dell'apertura del follicolo scoppiato, ed anche più eccezionalmente i vasi si dilatano enormemente e danno un carattere telangettasico alla neoformazione lutea.

Ordinariamente questa non estubera sull'apertura prodottasi collo scoppio, ed è sempre più grande della cavità del follicolo scoppiato, perchè i suoi limiti non sono quelli della cavità, sì bene quelli dello strato esterno della theca folliculi.

Il movimento proliferativo comincia negli elementi della theca sopratutto dello strato interno prima dello scoppio, e gli stadii della mitosi raffigurati nella fig. 1 sono della più grande evidenza. Vi si notano, come si è detto, tre monastri visti uno di prospetto e due di coltello, *m m m*, e tre bellissimi e nitidi diastri *d d d*.

Questi elementi della theca, che sono del luogo, e quelli sopraggiuntivi per migrazione collegata allo stato iperemico del follicolo maturo, non hanno punto che fare colle cellule interstiziali, e non s'intende perchè il Jankowski l'abbia voluto ultimamente con queste confondere.

Alla superficie interna della theca nella cagna manca in massima una membrana basale, ma ciò non pertanto la separazione tra la theca e la granulosa è netta. Eppoi gli elementi sono assolutamente caratteristici per l'una e per l'altra, siccome io da più tempo ho determinato ed anche largamente raffigurato.

Agevolmente s'intende come avvenuto lo scoppio si devono svolgere condizioni favorevolissime e per l'afflusso del sangue, e per l'accresciuto movimento migratorio, e per il rigoglio nutritivo e moltiplicativo di tutti gli elementi, cioè di quelli del luogo e di quelli immigrati.

Una parte di esse cresce in dimensione e passa a cellule luteiniche, le quali lungo il periodo di svolgimento non mancano di moltiplicarsi per mitosi, e valgano gli esempii raffigurati nella fig. II riproducenti in *ABCD* dei bei monastri ed in *EF* dei diastri con fili acromatici tra gli astri figli e principio dello strozzamento del protoplasma nella linea equatoriale.

Coloro, come il Sobotta, che non vedono negli elementi luteinici

se non cellule ipertrofiche, evidentemente non hanno osservato che corpi lutei in completo sviluppo e quindi in via del movimento regressivo che finirà per distruggere la neoformazione lutea.

Colla moltiplicazione mitotica delle cellule luteiniche si accompagna la genesi di nuovi vasi, i quali germinano, formano nuove reti nelle cui maglie si allogano gli elementi luteinici, e coi capillari si svolgono arterie e vene. Ora nei vasi tutti quanti, come io *dimostrai sin dal 1887* (si riscontri la tav. VIII, fig. 73, 74, 75, 76, 77 del mio noto volume: *Ulteriori ricerche sulla distruzione e rinnovamento continuo del parenchima ovarico* ecc.), nei capillari come nelle vene e nelle arterie si trovano stadii di mitosi, e quindi nelle cellule endoteliche dei capillari, delle arterie e delle vene, nelle fibrocellule muscolari della media delle arterie e delle vene, nonchè negli elementi dell' avventizia. I miei precedenti disegni furono tratti dai corpi lutei di cavia e di cagna, ed oggi in conferma riporto un disegno tratto da nuovi preparati eseguiti sul corpo luteo nella fase di svolgimento della cagna e raffigurante una sezione trasversa di arteria, fig. III. In *a* si nota una fase mitotica, uno spirema che comincia a spezzettarsi e che pare debbasi attribuire ad un elemento muscolare della media.

II.

Coll'errore di considerare il corpo luteo una neoformazione epiteliale va strettamente congiunta la supposizione di ritenerlo sorgente di un secreto interno che secondo un'idea di Born, appoggiata da Cohn, Fränkel e Lubosch, avrebbe avuto il compito di produrre cangiamenti nella mucosa uterina atti a determinare sulla stessa l'impianto dell'uovo, e non di quello caduto collo scoppio contemporaneo del follicolo, sì bene di quello che cadrà nella seguente epoca dei calori!

Se si domandasse ognuno cosa mai abbia potuto autorizzare una simile induzione difficilmente si arriverebbe a trovare un qualche plausibile motivo. Non sono mancati i tentativi di sostenerla con pruova, ma i risultati sono stati combattuti per diverse vie e sopratutto dal Mandl, da Sandes e da altri. Ed invero in coniglie nelle quali sta per iniziarsi il processo gravidico l'asportazione delle due ovaje non disturba la gravidanza che continua e si assolve collo sgravo al tempo dovuto, il che deve significare che nè l'ovaje e nè i corpi lutei devono influire sul meccanismo dell'impianto e molto meno sui cangiamenti della mucosa uterina, che sono contemporanei od associati all'ovulazione, ma non alla stessa subordinati, inquantochè possono cominciare prima dello scoppio del follicolo ed avanti lo svolgimento del corpo luteo. Nè di maggior valore sono i saggi sperimentali di mettere allo scoverto in coniglie gravide le ovaje, tagliarle per mettere i corpi lutei allo scoverto e dopo o asportarli o pure pungerli o traumatizzarli in diverso modo. Gli effetti di tali proce-

dimenti non sono costanti, perchè talora con tutto ciò il processo gravidico continua e si assolve regolarmente, ma se tal'altra si disturba la gravidanza e si avvera l'aborto in conseguenza, ciò debbesi spiegare tutt'altrimenti che per il mancato arrivo nella mucosa uterina del non dimostrato secreto interno dei corpi lutei!

Non mancano altre recenti supposizioni sul significato del corpo luteo, delle quali voglio ricordare le seguenti: *a*) la rapida crescenza della formazione lutea ed il rapido riempirsi della cavità del follicolo scoppiato ristabilisce l'equilibrio nella tensione del tessuto ovarico! *b*) il massimo ufficio del corpo luteo sta nel ristabilimento del circolo disturbato dallo scoppio, e *c*) ultimamente Jankowski ha opinato che il corpo luteo rappresenti un serbatoio in cui al principio della gravidanza vien deviato il circolo dell'ovaja e per cui il lavorìo dello sviluppo dei follicoli entra ad intervallo in riposo.

Sono tutte supposizioni che vanno facilmente combattute e valga per le prime due la considerazione che il corpo luteo è formazione transitoria, e per la terza va ricordata la dimostrazione già da me data che la gravidanza non arresta il lavorìo ovarico. Gli è così che anche durante la gravidanza possono giungere a completo sviluppo follicoli di Graaf.

In conclusione da ciò che precede risulta che:

1) La mitosi è forma di moltiplicazione largamente rappresentata nella formazione del corpo luteo cioè nelle cellule luteiniche e nei vasi, e si dimostra tanto nel periodo di svolgimento quanto in quello di preparazione dello stesso cioè nella fase del *follicolo maturo.*

2) Il luogo di genesi del corpo luteo è la *theca folliculi* con partecipazione a diverso grado dello strato interno ed esterno ed a spese degli elementi del luogo e di quelli che vi arrivano per migrazione.

3) La natura del corpo luteo è indubitatamente connettivale.

4) Il significato dello stesso che sempre più resta ribadito dai dati di fatto è quello da me formulato, cioè che serve dapprima a preparare ed attuare lo scoppio del follicolo ovarico, e dopo riesce un classico processo di cicatrizzazione e di riparazione dell'ovisacco scoppiato.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Fig. I. — Tratto di parete di un follicolo ovarico maturo di Cagna: *a* granulosa, *b* theca folliculi coi due strati interno ed esterno, *mmm* monastri visti uno di prospetto e due di coltello nella stessa, *ddd* diastri nella stessa, *m'* monastro nella granulosa.—Oc. 6, obb. 6, tubo alz. Koristka.

» II. — *ABCD*, Cellule luteiniche con monastro. *EF*, Cellule luteiniche con diastro, fili acromatici e principio di strozzamento del protoplasma. — Oc. 4, obb. $\frac{1}{12}$ imm. tubo alz. Koristka.

» III. — Sezione di un'arteria dello stesso corpo luteo di cagna: *a* spirema che comincia a spezzettarsi di una fibro-cellula muscolare dello strato medio. — Oc. 4, obb. $\frac{1}{12}$ imm. tubo alz. Koristka.

Lo scoglio di Revigliano; *Memoria di* **Giuseppe De Lorenzo.**

(Adunanza del dì 17 Dicembre 1904) — (Sunto dell' Autore)

In questa breve Memoria è descritta la natura geologica dello Scoglio di Revigliano, situato tra Torre Annunziata e Castellammare di Stabia, e ne sono indicate le relazioni stratigrafiche e tettoniche con la penisola di Sorrento. Questo scoglio infatti, pur trovandosi in mezzo a depositi vulcanici, è invece costituito di calcari cretacei molto fratturati e sconnessi, i cui strati però serbano la direzione e l'inclinazione dei consimili calcari della penisola di Sorrento e dell' isola di Capri e concorrono quindi con questi a rivelare la struttura geologica di tutto il golfo di Napoli.

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Dicembre 1904

Latitudine. . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich
Altitudine. . 149^{m} sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 + 9^{h}	15^{h}	21^{h}	Medio diurno	Temperatura centigrada 9^{h}	15^{h}	21^{h}	Min.	Mass.	Medio diurno	Umidità assoluta in mm. 9^{h}	15^{h}	21^{h}	Medio diurno	Umidità relativa in cent. 9^{h}	15^{h}	21^{h}	Medio diurno	Quantità delle nubi 9^{h}	15^{h}	21^{h}	Vento Direzione 9^{h}	15^{h}	21^{h}	Velocità oraria in chilom. 9^{h}	15^{h}	21^{h}	Pioggia delle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
1	50.3	49.9	50.8	50.33	6.3	9.5	8.5	5.0	9.8	7.40	5.2	6.6	7.0	6.27	74	75	86	78.3	0	2	8	ENE	WNW	WSW	0	11	6	—	1.8
2	51.1	49.0	49.0	49.70	7.9	10.8	9.0	5.1	11.1	8.7	6.1	5.5	5.6	5.73	76	57	66	66.3	0	6	8	N	NW	N	11	1	14	—	1.2
3	47.9	46.2	45.2	46.43	9.5	10.8	10.2	8.5	11.3	9.88	6.6	9.0	9.0	8.20	75	94	97	88.7	10	10	10	N	ESE	NNW	12	6	12	8.3	2.1
4	44.3	44.5	46.6	45.13	10.5	12.8	11.2	9.5	12.9	11.02	9.2	9.6	8.6	9.13	98	88	86	90.6	10	10	10	WNW	SSW	NW	3	10	14	5.3	0.6
5	50.1	50.6	52.3	51.00	11.1	13.2	10.9	10.3	13.8	11.52	7.9	7.2	6.3	7.13	80	64	64	69.3	8	0	0	NNE	NE	NNE	13	16	8	—	1.1
6	53.7	52.9	53.3	53.30	9.3	12.6	11.3	8.0	12.9	10.37	6.7	8.8	9.9	8.47	76	82	98	85.3	9	9	10	NE	SSW	NNE	0	15	9	3.9	2.3
7	53.7	52.8	52.2	52.90	11.5	12.9	12.3	10.4	13.0	11.80	9.9	10.2	9.6	9.90	98	93	91	94.0	8	9	8	S	SSW	S	4	23	26	10.7	0.6
8	48.9	45.6	46.5	47.00	13.3	13.5	13.0	12.1	14.1	13.12	9.5	10.7	7.7	9.30	85	94	69	82.7	10	10	10	S	S	W	43	45	24	3.1	0.8
9	47.6	47.7	47.9	47.73	11.3	11.8	10.2	9.4	13.7	11.15	8.1	8.2	7.4	7.90	82	80	79	80.3	3	10	3	WSW	W	S	19	7	4	0.1	2.8
10	44.5	41.4	39.2	41.70	11.3	13.3	13.2	9.3	13.7	11.87	8.0	9.0	10.5	9.17	80	80	94	84.7	10	10	10	SSE	SSE	SSE	13	39	47	3.0	1.4
11	39.1	39.2	39.7	39.33	10.3	11.6	11.7	9.7	14.0	11.42	8.9	8.9	8.7	8.83	95	88	86	89.7	10	9	9	S	S	SSW	36	20	34	23.6	1.8
12	40.4	41.0	41.8	41.07	10.2	9.5	9.0	9.0	12.7	10.23	9.0	7.6	7.3	7.97	97	87	86	90.0	10	10	10	S	WNW	WSW	9	14	24	15.2	1.2
13	34.7	35.2	36.6	35.50	10.4	9.0	9.4	8.3	13.2	10.32	8.4	7.7	6.4	7.50	91	91	72	84.6	10	10	9	SSE	S	SW	49	14	15	18.6	0.9
14	37.6	38.0	39.5	38.37	8.9	11.0	8.7	7.7	12.2	9.38	6.3	6.5	6.6	6.47	74	67	78	73.0	2	0	0	NE	NNW	NW	4	12	9	1.4	1.0
15	40.9	41.6	44.6	42.37	8.0	11.0	8.6	6.7	11.4	8.67	6.6	7.5	6.4	6.83	82	76	77	78.3	0	2	0	NE	SSE	NNW	3	7	10	—	1.6
16	48.3	50.0	53.3	50.53	8.4	12.0	9.2	7.2	12.8	9.40	6.2	7.0	5.9	6.37	76	67	68	70.3	9	0	3	NNW	NNE	NE	16	18	16	—	1.5
17	56.7	57.0	58.2	57.30	9.9	12.2	9.2	8.1	12.7	9.98	6.0	6.4	4.7	5.70	65	61	55	60.3	0	0	0	NNE	NNE	NNE	16	19	13	—	3.0
18	58.3	57.0	57.8	57.70	10.0	12.5	9.2	8.2	12.8	10.05	5.9	5.9	5.7	5.83	64	54	66	61.3	0	0	0	NNE	NNE	NNE	12	10	14	—	3.7
19	57.4	56.3	56.5	56.73	8.0	12.4	8.7	6.9	12.8	9.10	5.8	6.5	5.9	6.07	72	61	70	67.7	0	0	0	NNW	NNW	NNW	15	16	18	—	3.2
20	56.2	54.8	55.2	55.40	8.9	12.6	9.0	8.0	12.7	9.65	6.7	6.5	5.5	6.23	78	60	65	67.7	0	0	0	NNW	N	NNE	11	9	15	—	2.5
21	58.4	59.3	61.0	59.57	7.6	8.5	5.3	5.3	8.5	6.68	4.3	4.3	4.0	4.20	56	52	60	56.0	0	0	0	NNE	NE	NNE	32	28	16	—	2.7
22	61.6	60.9	61.4	61.30	4.8	7.9	6.1	3.6	8.0	5.62	4.0	4.4	4.2	4.20	62	56	60	59.3	0	0	0	N	NE	NNE	14	5	9	—	3.6
23	60.0	58.6	57.6	58.73	4.5	9.5	7.0	4.3	9.7	6.37	4.7	6.9	6.1	5.90	74	78	81	77.7	3	0	2	N	S	NE	9	6	7	—	1.9
24	54.5	52.3	51.9	52.90	8.0	10.3	9.4	6.4	11.0	8.70	6.7	7.2	6.4	6.77	83	76	72	77.0	10	8	10	NNE	N	NNE	10	8	8	—	1.3
25	50.0	48.4	48.4	48.93	9.3	12.8	10.4	7.8	13.0	10.13	6.0	7.0	6.7	6.56	69	64	72	68.3	3	0	10	NNW	S	NE	15	7	10	—	1.8
26	48.6	46.7	46.5	47.27	10.4	12.0	9.3	9.3	12.9	10.47	7.3	8.0	7.9	7.73	76	76	91	81.0	10	4	3	NNW	S	S	6	7	5	0.7	1.5
27	44.7	45.0	48.9	46.20	9.6	12.2	9.8	8.8	12.5	10.18	7.1	7.2	6.3	6.87	80	68	69	72.3	10	6	4	NNE	NNE	NE	10	9	31	—	0.7
28	53.1	54.5	55.5	54.37	4.2	5.7	3.8	3.0	6.0	4.25	3.4	4.1	3.8	3.77	55	60	64	59.7	0	0	0	NNE	NE	NNE	35	24	14	—	3.6
29	56.3	56.0	57.2	56.50	5.6	7.9	4.7	3.0	8.0	5.33	4.6	5.1	4.0	4.57	68	64	62	64.7	0	0	0	NNE	NE	NNE	22	23	13	—	2.9
30	55.0	51.9	48.3	51.73	5.3	8.5	8.4	2.9	8.6	6.30	4.0	5.2	6.8	5.33	60	62	82	68.0	0	3	4	N	W	SW	12	9	8	—	2.4
31	35.9	34.5	34.6	35.00	9.1	11.6	8.3	7.7	12.0	9.27	8.4	7.2	5.0	6.87	98	71	61	76.7	4	0	0	NNW	NW	NE	17	12	12	3.7	1.2
Medi mens	49.57	48.91	49.52	49.33	8.88	11.07	9.25	7.46	11.79	9.34	6.73	7.19	6.68	6.87	77.6	72.7	75.2	75.2	4.8	4.2	4.6							somma 97.6	somma 58.7

CATALOGO

DELLE PUBBLICAZIONI PERVENUTE ALL'ACCADEMIA

dal 20 Novembre al 17 Dicembre 1904

PUBBLICAZIONI ITALIANE

Catania — *Società degli spettroscopisti italiani* — Memorie, vol. XXXIII, disp. 9-10 — 1904.

Accademia Gioenia — Bollettino delle sedute 1904, fasc. 82 — 1904.

Firenze — *Rivista scientifico-industriale* — Anno XXXVI, n. 20 — 1904.

Biblioteca nazionale centrale — Bullettino delle publicazioni italiane, n. 47 — 1904.

Opere di Galileo Galilei — Vol. 15 — 1904.

Iesi — *Giornale di agricoltura* — Anno LXV, n. 11 — 1904.

Livorno — *Periodico di matematica* — Supplemento, anno VIII, fasc. I — 1904.

Milano — *Reale Istituto lombardo di scienze e lettere* — Memorie, vol. XX, fasc. III; Rendiconti, vol. XXXVI, fasc. XVII — 1904.

Napoli — *Collegio degli ingegneri e architetti* — Bollettino, anno XXII, n. 18-19 — 1904.

Palermo — *Reale Accademia di scienze lettere e belle arti* — Atti, vol, VII — 1904.

Società di scienze naturali ed economiche — Giornale, vol. VII, anno 1904.

Padova — *Accademia scientifica, veneto, trentino, istriana* — Atti, nuova serie, anno I, fasc. I — 1904.

Pavia — *Rivista di fisica, matematica e scienze naturali* — Anno 5, n. 59 — 1904.

Pisa — *Società toscana di scienze naturali* — Atti, Vol. XX; processi verbali, vol. XIV, n. 5 — 1904.

Roma — *R. Accademia dei Lincei* — Rendiconti, vol. XIII, fasc. 9-10 — 1904.

Società degli ingegneri e degli architetti italiani — Bollettino, anno XII, n. 47-50 — 1904.

L'Elettricista — Anno XIII, vol. II, n. 23-24 — 1904.

Rivista di Artiglieria e Genio — Vol. IV, Novembre — 1904.

PUBBLICAZIONI STRANIERE

Augsburg — *Naturwissenschaftlich. Verein* — Bericht Sechnddreissigster — 1904.

Budapest — *K. Ungar Akademie der Wissenschaften* — Földtani Közlony, XXXIV Kötet, 8-10 Füzet; XXXV Kötet, 5-7 Füzet; Rapport 1903.

Budapest — *A. Magyar Tud. Akadémia* — Mathematikai Természettudományi Értesitö Kötet, XXI, Füzet 3-5; K. XXII, Füz. 1-2; Kötet, XXVIII, 2 Szám; Ertekezések, Kötet III, 5 Szám; XII K. 10 Szám; Kötet XIII, 1-2 Szám; Almanach — 1904.

Berlin — *K. Preussisch. Meteorologisch. Instituts* — Veröffentlichungen 1899. Heft III — 1904.

Calcuta — *Geological Survey of India* — Memoirs vol. XXXV, part. 3; vol. XXXVI, part. I; Records, vol. XXXI, part. 1-2 — 1904.

Kiew — *Universitetschia Isvestia* (Notizie universitarie) — Vol. XLIV, n. 10 — 1904.

Kobenhavn — *Académie Royale des sciences et des lettres* — Bulletin n. 4-5; Mémoires, t. 1, n. 1-3; t. 2-3 — 1904.

Lancaster Pa — *American Mathematical Society* — Transactions, vol. 5, n. 4 — 1904.

Leipzig — *Ungarisch. Akademie der Wissenschaften* — Mathematische und Naturwissenschaftliche aus Ungarn Berichte, Band Neunzehnter — 1901.

K. säschisch. Gesellschaft der Wissenschaften — Bericht über die verhandlungen der math.-phys. Cl., Band 56; Abhandlungen der math.-phys. Cl., Band. XXIX, n. I-II — 1904.

London — *Royal Society* — Proceedings, vol. LXXIV, n. 501; Philosophical transactions, series A, vol. 204, n. 375-376; series B, vol. 197, n. 234-235 — 1904.

Linnean Society — Proceedings, 116 th. session; List 1904-1905; Botany, vol. XXXVII, n. 257; Zoology, vol. XXIX, n. 190 — 1904.

Mathematical Society — Proceedings, vol. 2, part. 4 — 1904.

Nature — Vol. 71, n. 1829-1832 — 1904.

The Mining Journal — Vol. LXXVI, n. 3613-3616 — 1904.

Manchester — *Museum Owens College* — Publication, n. 54-55 — 1904.

México — *Instituto Geologico* — Parergones, tomo I, n. 4-5 — 1904.

Montevideo — *Sociedad meteorológica Uruguaya* — Servicio pluviometrico, año XII, n. 1-4 — 1904.

Museo Nacional — Geografia fisica y esférica de las Provincias del Paraguay, y misiones guaranies — 1904.

Odessa — *Club Alpin de Crimée* — Bulletin, n. 7-9 — 1904.

Paris — *Académie des Sciences* — Comptes rendus hebdomadaires des séances, tome CXXXIX, n. 20-23 — 1904.

Bibliotheque de l'École des hautes etudes — Bulletin des Sciences mathématiques, tome XXVIII, septembre — 1904.

Société d'encouragement pour l'industrie nationale — Compte rendu, n. 15-16; Bulletin, tome 106, n. 11 — 1904.

Société zoologique — Bulletin, Tome XXIX, n. 8.

Journal de l'anatomie et de la physiologie normales et pathologiques de l'homme et des animaux — XL Année, n. 6 — 1904.

École normale supérieure — Annales scientifiques, tome XXI, n. 11 — 1904.

Prag — *K. Akademie Cisare Frantiska Josefa* — Vestnik, Rocnik XII; Roz pravy, Rocnik XII; Bulletin international (Sciences math. et nat.) VII-VIII, Année; medicine, VII-VIII; Almanach, Rocnik XIV — 1904.

St.-Pètersbourg — *Académie impériale des Sciences* — Comptes rendus des séances de la Commission sismique permanente, tome I, livr. III — 1904.
Observatoire Central Nicolas — Publications, vol. IX, n. III-IV — 1904.

Stockholm — *K. Vetensk. Akademien* — Meteorologiska Jakttagelser I Sverige, 2ª s., vol. 31.— Arkiv för Botanik, Band. 3, H. 1-3; Accessions katalog 17 (1902) — 1904.

Tokio — *Earthquake Investigation Committee in Foreign Languages* — Publications, n. 18 — 1904.

OPERE PRIVATE

Bassani Francesco, *Gaetano Tenore* — 1904.

Del Gaizo M., *Antonio de Martini 1815-1904* — Napoli 1904.

Amodeo Federico, *Elementi di matematica.* Volumi tre: 1° aritmetica particolare e generale; 2.° parte 1ª del vol. 1° aritmetica razionale; 3.° parte 2ª del vol. 1° aritmetica complementare — Napoli 1904.

INDICE

F. Bassani — *Rapporto sui lavori compiuti dalla R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche nell'anno 1903* . . pag. 6

Programma di concorso . . . . . » 16

A. Oglialoro — *Rapporto sulla Nota della dott.* M. Bakunin . . » 17

M. Bakunin — *Sulle condensazioni in presenza dei metalli e loro cloruri.* » ivi

A. Oglialoro — *Rapporto sulla Nota della dott.* M. Bakunin *e del dott.* M. Barberio . . . . . » 22

M. Bakunin — e M. Barberio — *Sintesi del benzil-α-naftolo e suoi derivati* . . . » 23

A. Oglialoro — *Rapporto sulla Nota della dott.* M. Bakunin *e di* G. Altieri . . . . . » 33

M. Bakunin — e G. Altieri — *Sintesi del benzil-β-naftolo e suoi derivati* . . . » ivi

E. Cesàro — *Relazione sulla Nota del prof.* B. Calò. . . . » 43

B. Calò — *Su alcuni problemi relativi alla deformazione delle congruenze* . . . . . » ivi

G. Torelli — *Relazione sulla Nota del dott.* G. Fubini . . . » 61

G. Fubini — *Sull' inversione degli integrali definiti* . . . . . » ivi

G. Paladino — *Un caso di udizione colorata* . . . . . » 64

A. Piutti — *Sulla densità delle Asparagine.* . . . . . » 69

G. Paladino — Antonio de Martini. . . . . » 87

A. Piutti — e L. d'Emilio — *Analisi dell'acqua Apollo delle Sorgenti di Agnano.* » 91

A. Piutti — *Rapporto sulla Nota di* G. Giuffrida *ed* A. Chimienti . . . . . » 108

G. Giuffrida — ed A. Chimienti — *Sull' azione degli acidi piruvico e pirotartrico sui* p-*ammidofenoli*. . . . . » 109

A. Piutti — *Rapporto sulla Nota del dott.* Luciano Rossi . » 122

L. Rossi — *Azione dell'Anidride Pironciconica sulle Fenilendiammine* . . . . . » ivi

A. Oglialoro — *Rapporto sulla Nota del prof.* O. Rebuffat . . » 132

O. Rebuffat — *Alcune osservazioni sulle proprietà dei sali di radio.* » 133

G. Torelli — *Relazione sulla Nota del dott.* M. Cipolla. . . » 134

*

M. Cipolla — *Applicazione della teoria delle funzioni numeriche del second' ordine alla risoluzione della congruenza di secondo grado* . . . . . pag. 135
G. Grassi — *Sulla energia dissipata per isteresi e per correnti parassite* . . . . . » 151
F. Bassani — Gaetano Giorgio Gemmellaro . . . . » 157
E. Villari — *Confronto fra i raggi Röntgen e le radiazioni emesse dal radio-tellurio* . . . . . » 159
G. de Lorenzo — *Relazione sulla Memoria postuma di* Carlo Riva. » 160
C. Riva — *Le rocce granitoidi e filoniene della Sardegna* . . » 161
E. Cesàro — *Relazione sulla Nota del prof.* B. Calò . . . . » ivi
B. Calò — *Su alcuni problemi relativi alla deformazione delle congruenze* . . . . . » 162
Avviso di concorso . . . . . » 191
D. Montesano — *Relazione sulla Nota del dott.* G. Gallucci . . » ivi
G. Gallucci — *Costruzione di una nuova classe di configurazioni nel piano e nello spazio* . . . . . » 192
G. Paladino — *Rapporto sulla Memoria del prof.* F. Capobianco. » 196
F. Capobianco — *Dell'azione di alcuni estratti organici sul lavoro muscolare*. . . . . » 197
G. Paladino — Giustiniano Nicolucci . . . . . » 199
F. Delpino — *Relazione sulla Memoria del dott.* A. de Gasparis. » 201
A. de Gasparis — *Considerazioni intorno al tenuto assimilatore di alcune specie del genere* Portulaca . . . . . » ivi
A. Piutti — *Relazione sulla Nota del dott.* E. Comanducci . » 202
E. Comanducci — *Sopra una nuova reazione dell' acido formico.* . . » ivi
G. de Lorenzo — *L' attività vulcanica nei Campi Flegrei.* . . . . . » 203
A. Oglialoro — *Rapporto sulla Nota della dott.* M. Bakunin *e del dott.* G. Dragotti . . . . . » 222
M. Bakunin e G. Dracotti — *Contributo alla conoscenza dei pigmenti melanici* . » ivi
E. Guerrieri — *Riassunto delle osservazioni meteorologiche fatte nella R. Specola di Capodimonte nell' anno 1903* . . » 241
A. del Re — *La rappresentazione dei complessi e delle congruenze lineari in Geometria descrittiva e sua applicazione alla Statica grafica* . . . . . » 278
L. Pinto — Emilio Villari . . . . . » 296
G. Paladino — *Ancora alcuni casi di udizione colorata*. . . . . » 306
V. Tedeschi — *Variazioni della declinazione magnetica osservate nella R. Specola di Capodimonte nell'anno 1902.* . . » 310
G. Torelli — *Nuove formole per calcolare la totalità dei numeri primi non superiori a un limite assegnato, contenuti nella serie naturale, o in una progressione aritmetica.* . . . . . » 350

A. Piutti — ed E. Stoppani — *Sulla presenza del Bismuto nelle piriti di Agordo.* pag. 362
P. del Pezzo — *Osservazioni sui punti uniti di una trasformazione quadratica fra due piani sovrapposti* . . . . » 366
A. Oglialoro — *Relazione sulla Nota del dott.* G. Kernot . . . » 372
G. Kernot — *Sopra gli acidi Nitrocresolglicolici* . . . . . » 373
A. Oglialoro — *Relazione sulla Nota dei signori dott.* G. Kernot *ed* E. Petrone . . . . . » 381
G. Kernot — ed E. Petrone — *Sulla condensazione del cloruro di benzile con gli acidi amido-benzoici* . . . . . » 382
A. Oglialoro — *Relazione sulla Nota del dott.* V. Majone . . . » 393
V. Majone — *Etere salicilico del benzilfenolo* . . . . . » ivi
G. Paladino — *La mitosi nel corpo luteo e le recenti congetture sulla significazione di questo* . . . . . » 394
G. de Lorenzo — *Lo scoglio di Revigliano* . . . . . » 399
E. Fergola — *Osservazioni meteoriche fatte nel R. Osservatorio di Capodimonte a 149^{m} sul mare.* 38, 78, 180, 267, 323, 400.
Catalogo delle pubblicazioni pervenute all'Accademia durante l'anno 1904. 39, 79, 182, 270, 327, 401.

07-21 STD ECO
8 032919 996824
www.collibrisystem.com

UNIVERSITY OF ILLINOIS-URBANA
3 0112 065553163